Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

IV. Capitel. Von der Natur der ganzen Zahlen in Absicht auf ihre Factoren und den sogenannten Primzahlen.

IV. Capitel.

Von der Natur der ganzen Zahlen in Absicht auf ihre Factoren.

§. 37.

Wir haben bemerkt, daß ein Product aus zwey oder mehr mit einander multiplicirten Zahlen entstehe. Diese Zahlen werden die Factoren davon genannt.

Also sind die Factoren des Products abcd die Größen a, b, c, d.

§. 38.

Zieht man nun alle ganze Zahlen in Betracht, in sofern dieselben durch die Multiplication zweyer oder mehrerer Zahlen entstehen können, so wird man bald finden, daß einige gar nicht durch die Multiplication entspringen, und also keine Factoren haben, andere aber aus zwey und auch mehr Zahlen mit einander multiplicirt entstehen können, folglich zwey oder mehr Factoren haben. So ist z. B.

4 so viel als 2 . 2; ferner 6 so viel als 2 . 3, und
8 so viel als 2 . 2 . 2; ferner 27 so viel als 3 . 3 . 3, u.
10 so viel als 2 . 5, u. s. f.

§. 39.

Hingegen lassen sich die folgenden Zahlen:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, u. s. f.

nicht auf diese Art durch Factoren vorstellen, es wäre denn, daß man auch 1 zu Hülfe nehmen, und z. B. 2 durch 1 . 2, vorstellen wollte. Allein da mit 1 multiplicirt die Zahl nicht verändert wird, so wird auch 1 nicht unter die Factoren gezählt.

Alle diese Zahlen nun, welche nicht durch Factoren vorgestellt werden können, als:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 u. s. f.

werden einfache Zahlen, oder Primzahlen; die übrigen aber, welche sich durch Factoren vorstellen lassen, als:

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 u. s. f.

zusammengesetzte Zahlen genannt.

§. 40.

Die einfachen oder Primzahlen verdienen also besonders in Erwägung gezogen zu werden; weil dieselben aus keiner Multiplication zweyer oder mehrerer Zahlen mit einander entstehen können. Wobey besonders dieses merkwürdig ist, daß, wenn dieselben der Reihe nach geschrieben werden, als:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 u. s. f.

darinn keine gewisse Ordnung wahrgenommen wird, sondern dieselben bald um mehr, bald um weniger fortspringen; und es hat auch bisher kein Gesetz, nach welchem sie fortgingen, ausfindig gemacht werden können.

Anmerk. Primzahlen sind in folgenden Schriften gesammlet: Johann Gottlob Krügers, Prof. der Arzneygel. zu Halle, Gedanken von der Algebra, nebst den Primzahlen von 1 bis 100000 (auf dem Titel steht falsch 1000000). Halle 1746. Peter Jäger, Roßschreiber und Quartiermeister zu Nürnberg, hatte diese Zahlen berechnet, auch eine vollständige anatomiam numerorum zu verfertigen gesucht. Lamberts Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen. Berlin 1770. enthalten außer anderen in verschiedenen Theilen der Mathematik sehr nütz-

lichen

lichen Tabellen auch die Primzahlen von 1 bis 102000. Die Akademie der Wissenschaften zu Paris besitzt dergleichen Tabellen von Hrn. P. Mercastel und von Hrn. du Tour — bis jetzt sind solche aber noch nicht heraus gegeben. Eine Nachricht davon findet sich im 5ten Bande der Memoires étrangers présentés à l'Academie, bey Gelegenheit eines Memoire des Hrn. Rallier des Ourmes.

§. 41.

Die zusammengesetzten Zahlen aber, welche sich durch Factoren vorstellen lassen, entspringen alle aus den obigen Primzahlen, so daß alle Factoren davon Primzahlen sind. Denn wenn je ein Factor keine Primzahl, sondern zusammengesetzt wäre, so würde man denselben wieder durch zwey oder mehr Factoren, die Primzahlen wären, vorstellen können. Also wenn die Zahl 30 durch 5.6 vorgestellt wird, so ist 6 keine Primzahl, sondern 2.3, und also kann 30 durch 5.2.3, oder durch 2.3.5 vorgestellt werden, wo alle Factoren Primzahlen sind.

§. 42.

Erwägt man nun alle zusammengesetzte Zahlen, wie solche durch Primzahlen vorgestellt werden können, so findet sich darinn ein großer Unterschied, indem einige nur zwey dergleichen Factoren haben, andere drey oder mehr. Also ist, wie wir schon gesehen haben,

4 so viel als 2.2,	6 so viel als 2.3,
8 - - - 2.2.2,	9 - - - - - 3.3,
10 - - - - 2.5,	12 - - - - 2.3.2,
14 - - - - 2.7,	15 - - - - - 3.5,
16 - 2.2.2.2,	und so fort.

§. 43.

Hieraus läßt sich begreifen, wie man von einer jeden Zahl ihre einfachen Factoren finden kann.

Wäre also die Zahl 360 gegeben, so hat man für dieselbe erstlich 2 . 180.

Nun aber ist

180 so viel als - - 2.90, und
90 so viel als - - 2.45, und
45 so viel als - - 3.15, und
15 so viel als - - 3.5.

Folglich wird die Zahl 360 durch folgende einfache Factoren vorgestellt:

2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5.

als welche Zahlen alle mit einander multiplicirt die Zahl 360 hervorbringen.

Anmerk. Joh. Mich. Poetii gründliche Anleitung zu der unter den Gelehrten jetzt üblichen arithmetischen Wissenschaft, vermittelst einer parallelen Algebra; Frkf. u. Lpz. 1728; hat am Ende eine Anatomiam Numerorum oder Zergliederung der Zahlen von 1 bis 10000. Diese Zahlen findet man jetzt auch in andern Büchern abgedruckt, z. B. im Vollst. Mathem. Lexicon; II. Theil. Leipz. 1742. Bequemere Einrichtungen solcher Tabellen sind nachher von Lambert, Felkel und Hindenburg angegeben. Hr. Felkel hat solche Tabellen durch ein ihm eigenes mechanisches Verfahren berechnet von 1 bis 2 Millionen, davon ein völlig correctes Manuscript in dem Archiv des k. k. Hofkriegsrathes zu Wien vorhanden ist, ganz nach der Einrichtung der davon abgedruckten 17 Bogen. Tafel aller einfachen Factoren der durch 2, 3, und 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 408000. Hr. Hindenburg hat für seine Factoren-Tafeln weit bessere Einrichtungen als Hr. Felkel gefunden, und nach einer ihm ganz eigenen Erfindung berechnet er diese Tabelle auf eine mechanische Art mit unglaublicher Geschwindigkeit. — Schade, daß der Hr. Professor bis jetzt noch nicht Gelegenheit gefunden hat, diese Tafeln durch den Druck bekannter zu machen. In Kästners Fortsetzung der Rechenkunst, findet man Seite 540 u. f. mehrere hieher gehörige litterarische Nachrichten. Ich habe selbst auch Erfindungen gemacht, vermittelst welcher ich dergleichen Tabellen äußerst leicht mechanisch hinschreiben kann.

§. 44.

Wir sehen also hieraus, daß sich die Primzahlen durch keine andere Zahlen theilen lassen, hingegen die zusammengesetzten Zahlen am füglichsten in ihre einfachen Factoren aufgelöset werden, wenn man alle einfache Zahlen sucht, durch welche sich dieselben theilen lassen. Allein hiebey wird die Division gebraucht, von welcher in dem folgenden Capitel gehandelt werden soll.

V. Capitel.

Von der Division mit einfachen Größen.

§. 45.

Wenn eine Zahl in 2, 3, oder mehr gleiche Theile zertheilt werden soll, so geschieht solches durch die Division, welche die Größe eines solchen Theils bestimmen lehret. Also wenn die Zahl 12 in drey gleiche Theile zertheilt werden soll, so findet man durch die Division, daß ein solcher Theil 4 sey.

Man bedienet sich aber dabey gewisser Namen. Die Zahl, die zertheilt werden soll, heißt der Dividendus oder das Dividend, oder die zu theilende Zahl; die andere Zahl aber, welche anzeigt, in wie viel Theile die erstere zergliedert werden soll, wird der Divisor oder Theiler genannt. Die Größe eines solchen Theils aber, welcher durch die Division gefunden wird, pflegt der Quotus oder Quotient genannt zu werden. Also ist in dem angeführten Beyspiele