Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

V. Capitel. Von der Division mit einfachen Größen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50527

§. 44.

Wir sehen also hieraus, daß sich die Primzahlen durch keine andere Zahlen theilen lassen, hingegen die zusammengesetzten Zahlen am füglichsten in ihre einfachen Factoren aufgelöset werden, wenn man alle einfache Zahlen sucht, durch welche sich dieselben theilen lassen. Allein hiebey wird die Division gebraucht, von welcher in dem folgenden Capitel gehandelt werden soll.

V. Capitel.

Von der Division mit einfachen Größen.

§. 45.

Wenn eine Zahl in 2, 3, oder mehr gleiche Theile zertheilt werden soll, so geschieht solches durch die Division, welche die Größe eines solchen Theils bestimmen lehret. Also wenn die Zahl 12 in drey gleiche Theile zertheilt werden soll, so findet man durch die Division, daß ein solcher Theil 4 sey.

Man bedienet sich aber dabey gewisser Namen. Die Zahl, die zertheilt werden soll, heißt der Dividendus oder das Dividend, oder die zu theilende Zahl; die andere Zahl aber, welche anzeigt, in wie viel Theile die erstere zergliedert werden soll, wird der Divisor oder Theiler genannt. Die Größe eines solchen Theils aber, welcher durch die Division gefunden wird, pflegt der Quotus oder Quotient genannt zu werden. Also ist in dem angeführten Beyspiele

12 das Dividend, oder die zu theilende Zahl.
3 der Divisor oder Theiler, und
4 der Quotus oder Quotient.

§. 46.

Wenn man also eine Zahl durch 2 theilt, oder in 2 gleiche Theile zergliedert, so muß ein solcher Theil, d. i. der Quotient, zweymal genommen, gerade die vorgegebene Zahl ausmachen. Eben so, wenn eine Zahl durch 3 getheilt werden soll, muß der Quotient 3 mal genommen, dieselbe Zahl ausmachen; ja es muß überhaupt immer das Dividend herauskommen, wenn man den Quotienten und den Divisor mit einander multiplicirt.

§. 47.

Daher wird auch die Division eine Rechnungsart genannt, welche für den Quotienten eine solche Zahl finden lehrt, die, mit dem Divisor multiplicirt, gerade die zu theilende Zahl hervorbringet. Wenn also z. B. 35 durch 5 getheilt werden soll, so sucht man eine Zahl, welche mit 5 multiplicirt, 35 giebt. Diese Zahl ist daher 7; weil 5 mal 7 das Product 35 giebt. Man pflegt sich dabey dieses Ausdrucks zu bedienen: 5 in 35 habe ich 7 mal; denn 5 mal 7 ist 35.

§. 48.

Man stellt sich also das Dividend als ein Product vor, von welchem der eine Factor dem Divisor gleich ist, da denn der andre Factor den Quotienten anzeigt.

Wenn ich also 63 durch 7 dividiren soll, so suche ich ein Product, davon der eine Factor 7, und der andere also beschaffen ist, daß, wenn derselbe mit dieser 7 multiplicirt wird, genau 63 heraus kommen.

Ein

Ein solches ist nun 7 . 9, und deßwegen ist 9 der Quotient, welcher entspringt, wenn man 63 durch 7 dividirt.

§. 49.

Wenn daher auf eine ganz allgemeine Art die Zahl ab durch a getheilt werden soll, so ist der Quotient offenbar b; weil a mit b multiplicirt, das Dividend ab ausmacht. Hieraus ist ferner klar, daß, wenn man ab durch b dividiren soll, der Quotient a seyn werde.

Also muß überhaupt in allen Divisionsexempeln, wenn man das Dividend durch den Quotienten dividirt, der Divisor herauskommen. Z. B. da 24 durch 4 dividirt 6 giebt; so giebt auch umgekehrt 24 durch 6 dividirt 4.

§. 50.

Da nun alles darauf ankömmt, daß man das Dividend durch zwey Factoren vorstelle, deren einer dem Divisor gleich ist, weil alsdann der andere den Quotienten anzeigt; so wird man die folgenden Exempel leicht verstehen. Erstlich das Dividend abc durch a dividirt, giebt bc; weil a mit bc multiplicirt, abc ausmacht. Eben so kömmt, wenn abc durch b dividirt wird, ac heraus; und abc durch ac dividirt, giebt b. Hernach 12mn durch 3m dividirt, giebt 4n; weil 3m mit 4n multiplicirt 12mn ausmacht. Wenn aber eben diese Zahl 12mn durch 12 dividirt werden sollte, so würde mn herauskommen.

§. 51.

Weil eine jede Zahl a durch 1 . a ausgedrückt werden kann, so ist hieraus offenbar, daß, wenn man a oder 1 . a durch 1 theilen soll, alsdenn eben dieselbe Zahl a für den Quotienten heraus kömmt.

Hin-

Hingegen wenn eben dieselbe Zahl a oder 1 . a durch a getheilet werden soll, so wird der Quotient 1 seyn.

§. 52.

Es geschieht aber nicht immer, daß man das Dividend als ein Product von zwey Factoren vorstellen kann, deren einer dem Divisor gleich ist, und in solchen Fällen läßt sich die Division nicht auf diese Art bewerkstelligen. Denn wenn ich z. B. 24 durch 7 dividiren soll, so ist die Zahl 7 kein Factor von 24; weil 7 . 3 nur 21, und also zu wenig, hingegen 7 . 4 schon 28, und also zu viel ausmacht; doch sieht man hieraus, daß der Quotient größer seyn müsse als 3, und doch kleiner als 4. Daher, um denselben genau zu bestimmen, eine andere Art von Zahlen, die sogenannten **Brüche**, zu Hülfe genommen werden muß, wovon in einem der folgenden Capitel gehandelt werden soll.

§. 53.

Ehe man aber zu den Brüchen fortschreitet, so begnügt man sich, für den Quotienten die nächst kleinere ganze Zahl anzunehmen, dabey aber den Rest zu bestimmen, welcher übrig bleibt. So sagt man z. B. 7 in 24 habe ich 3 mal, der Rest aber ist 3, weil 3 mal 7 nur 21 macht, welche Zahl um 3 zu klein ist. Eben so ist folgendes Exempel zu verstehen:

$$\begin{array}{r|c|l} 6 & 34 & 5 \\ & \underline{30} & \\ \hline & 4 & \end{array}$$

nemlich der Divisor ist 6,
das Dividend ist 34,
der Quotient ist 5,
der Rest ist 4,

$$\begin{array}{r|c|l} 9 & 41 & 4 \\ & \underline{36} & \\ \hline & 5 & \end{array}$$

und hier ist der Divisor 9,
das Dividend 41,
der Quotient 4,
der Rest 5,

§. 54.

In solchen Exempeln, wo ein Rest übrig bleibt, ist folgende Regel zu merken:

Wenn man den Theiler mit dem Quotienten multiplicirt, und zum Product noch den Rest addirt, so muß der Dividendus herauskommen; und auf diese Art pflegt man die Division zu probiren, ob man recht gerechnet habe oder nicht.

Wird also in dem ersten der zwey letztern Exempel, der Divisor 6 mit dem Quotienten 5 multiplicirt, welches 30 giebt, und hierzu der Rest 4 addirt, so kömmt gerade der Dividendus 34 heraus.

Ebenfalls in dem letzten Exempel, wenn man den Theiler 9 mit dem Quotienten 4 multiplicirt, und zum Product 36 noch den Rest 5 addirt, so erhält man das Dividend 41.

§. 55.

Endlich ist hier auch noch nöthig, in Ansehung der Zeichen + und — anzumerken, daß, wenn + ab durch + a dividirt wird, der Quotient + b seyn werde, welches für sich klar ist.

Wenn aber + ab durch — a dividirt werden soll, so wird der Quotient — b seyn, weil — a mit — b multiplicirt + ab ausmacht.

Wenn ferner das Dividend — ab durch den Theiler + a dividirt werden soll, so wird der Quotient — b seyn, weil + a mit — b multiplicirt — ab d. i. den Dividendus giebt.

Soll endlich das Dividend — ab durch den Divisor — a getheilt werden, so wird der Quotus + b seyn, weil — a mit + b multiplicirt — ab ausmacht.

§. 56.

§. 56.

Es finden also bey der Division für die Zeichen + und — eben dieselben Regeln statt, welche wir oben bey der Multiplication angemerkt haben, nemlich:

+ durch + giebt +
+ durch — giebt —
— durch + giebt —
— durch — giebt +

oder kürzer: gleiche Zeichen geben plus, ungleiche aber minus.

§. 57.

Wenn also + 18pq durch — 3p dividiret werden soll, so wird der Quotient — 6q seyn. Denn — 3p multiplicirt durch — 6q macht + 18pq.

Ferner — 30xy durch + 6y dividirt, giebt — 5x, weil das Product aus + 6y in — 5x dem Dividend — 30xy gleich ist.

Ferner — 54abc durch — 9b dividirt, giebt + 6ac, weil — 9b mit + 6ac multiplicirt — 6.9abc, oder — 54abc giebt.

Dieses mag für die Division mit einfachen Größen genug seyn. Daher wir zur Erklärung der Brüche fortschreiten wollen, nachdem wir vorher noch etwas von der Natur der Zahlen in Ansehung ihrer Theiler werden bemerkt haben.
