UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

IX. Capitel. Von der Addition und Subtraction der Brüche.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50527

Visual Library

1 dividirt auch 6 giebt. Und daher entstehen noch folgende Formen,

$$\frac{12}{2},\ \frac{18}{3},\ \frac{24}{4},\ \frac{36}{6},\ \text{u. s. f.}$$

welche alle einen gleichen Werth, nemlich 6, in sich enthalten.

IX. Capitel.

Von der Addition und Subtraction der Brüche.

§. 94.

Haben mehrere Brüche gleiche Nenner, so macht ihre Addition und Subtraction keine Schwierigkeit, indem $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ so viel als $\frac{5}{7}$ und $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$ so viel als $\frac{2}{7}$ ist. In diesem Fall addirt oder subtrahirt man bloß die Zähler, und schreibt den gemeinschaftlichen Nenner darunter. Also macht

$\frac{7}{100}+\frac{9}{100}-\frac{12}{100}-\frac{15}{100}+\frac{20}{100}$ so viel als $\frac{9}{100}$:
$\frac{24}{50}-\frac{7}{50}-\frac{12}{50}+\frac{31}{50}$ so viel als $\frac{36}{50}$ oder $\frac{18}{25}$:
$\frac{16}{20}-\frac{3}{20}-\frac{11}{20}+\frac{14}{20}$ so viel als $\frac{16}{20}$ oder $\frac{4}{5}$:

eben so macht $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ so viel als $\frac{3}{3}$ oder 1, das ist ein Ganzes, und $\frac{2}{4}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$ so viel als $\frac{0}{4}$, das ist nichts, oder 0.

§. 95.

Wenn aber die Brüche nicht gleiche Nenner haben, so ist es jedesmal möglich, sie in andere von gleichem Werth zu verwandeln, deren Nenner gleich sind. Also wenn die Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ gegeben sind, und zusammen addirt werden sollen, so ist zu bemerken, daß $\frac{1}{2}$ so viel ist, als $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{3}$ so viel als $\frac{2}{6}$: man hat also statt der vorigen die Brüche $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$, welche $\frac{5}{6}$ geben. Ferner bey $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ist derselbe Fall, nur daß das Zeichen minus dazwischen steht; also $\frac{3}{6} - \frac{2}{6}$ giebt $\frac{1}{6}$. Sind ferner diese Brüche gegeben $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$, so kann man anstatt $\frac{3}{4}$ den Bruch $\frac{6}{8}$ setzen, da denn $\frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ $\frac{11}{8}$ oder $1\frac{3}{8}$ giebt. Frägt man, wie viel $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zusammen ausmachen, so schreibe man statt dessen nur $\frac{4}{12}$ und $\frac{3}{12}$, welches denn $\frac{7}{12}$ giebt.

§. 96.

Wenn mehr als zwey Brüche gegeben sind, als: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, die unter gleiche Nenner gebracht werden sollen, so kommt es blos darauf an, daß man eine Zahl finde, die sich durch alle diese Nenner theilen lasse. Eine solche ist nun 60, welche der gemeinschaftliche Nenner oder sogenannte Hauptnenner wird. Also hat man statt $\frac{1}{2}$ diesen $\frac{30}{60}$, statt $\frac{2}{3}$ diesen $\frac{40}{60}$, statt $\frac{3}{4}$ diesen $\frac{45}{60}$, statt $\frac{4}{5}$ diesen $\frac{48}{60}$, und statt $\frac{5}{6}$ diesen $\frac{50}{60}$. Sollten nun diese Brüche $\frac{30}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{48}{60}$, $\frac{50}{60}$, zusammen addirt werden, so geben sie zusammen $\frac{213}{60}$, oder 3 Ganze und $\frac{33}{60}$, oder $3\frac{11}{20}$.

§. 97.

Es kommt hierbey darauf an, daß man zwey Brüche von ungleichen Nennern in andere verwandele, deren Nenner einander gleich sind. Um dieses auf eine allgemeine Art thun zu können, so setze man, es wären die vorgegebenen Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$. Nun multiplicire man den ersten Bruch oben und unten mit d, so bekommt man $\frac{ad}{bd}$, welcher Bruch gleich $\frac{a}{b}$ ist; den andern Bruch multiplicire man wie den ersten oben und unten mit b, so bekommt man

man statt seiner $\frac{bc}{bd}$, in welcher Gestalt die Nenner gleich sind und die Summe $\frac{ad+bc}{bd}$ und die Differenz $\frac{ad-bc}{bd}$ ist. Wenn also folgende Brüche gegeben sind, $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{9}$, so bekommt man dafür $\frac{45}{72}$ und $\frac{56}{72}$, deren Summe $\frac{101}{72}$, die Differenz aber $\frac{11}{72}$ beträgt.

§. 98.

Hier pflegt auch die Frage vorzukommen, welcher von zwey gegebenen Brüchen größer, oder kleiner sey, als der andere? Z. B. welcher von diesen zwey Brüchen $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{7}$ ist der größere? Zu diesem Ende darf man nur die beyden Brüche auf gleiche Benennung bringen, da man denn für den erstern $\frac{14}{21}$ und für den andern $\frac{15}{21}$ bekommt, woraus sich offenbar ergiebt, daß $\frac{5}{7}$ größer ist als $\frac{2}{3}$, und zwar um $\frac{1}{21}$. Wenn ferner die Brüche $\frac{3}{5}$ und $\frac{5}{8}$ gegeben sind, so bekommt man statt deren die Brüche $\frac{24}{40}$ und $\frac{25}{40}$, woraus erhellet, daß $\frac{5}{8}$ mehr sey als $\frac{3}{5}$, aber nur um $\frac{1}{40}$.

§. 99.

Soll ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen werden, z. B. $\frac{2}{3}$ von 1, so darf man nur $\frac{3}{3}$ statt 1 schreiben, da man denn gleich sieht, daß $\frac{1}{3}$ übrig bleibt. Eben so $\frac{5}{12}$ von 1 abgezogen, giebt $\frac{7}{12}$. Soll man aber $\frac{3}{4}$ von 2 abziehen, so schreibe man für 2 nur 1 und $\frac{4}{4}$, da denn 1 und $\frac{1}{4}$ übrig bleibt. Uebrigens ist bekannt, daß wenn ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werden soll, man ihn nur geradezu anhängt; als, $\frac{2}{3}$ zu 6 addirt, giebt $6\frac{2}{3}$.

§. 100.

Zuweilen geschieht es auch, daß 2 oder mehr Brüche zusammen addirt, mehr als ein Ganzes ausmachen, welches denn bemerkt werden muß: als $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$, oder $\frac{8}{12} + \frac{9}{12}$ giebt $\frac{17}{12}$, welches gleich ist, $1\frac{5}{12}$. Eben so, wenn mehrere ganze Zahlen und Brüche addirt werden sollen, so addirt man erst die Brüche, und wenn ihre Summe 1 oder mehr Ganze enthält, so werden diese hernach zu den ganzen Zahlen addirt, z. B. wären $3\frac{1}{2}$ und $2\frac{2}{3}$ zu addiren, so machen die Brüche für sich zusammen $\frac{7}{6}$, oder $1\frac{1}{6}$, welches mit den Ganzen zusammen genommen, 6 und $\frac{1}{6}$ ausmacht.

Zusatz. Bey der Rechnung mit Brüchen finden verschiedene Vortheile statt, wovon ich hier nur ein Paar beybringen werde.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{a}{d} = \frac{ad \pm ab}{bd} = \frac{a(d \pm b)}{bd}$$

Wenn also Brüche gleiche Zähler haben, so darf man nur, um sie zu addiren oder zu subtrahiren, die Summe oder Differenz ihrer Nenner mit dem Zähler multipliciren, und das Product mit dem Product der Nenner dividiren.

Statt diese Brüche $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ nach der gewöhnlichen Art zu subtrahiren, verfahre man nach folgender Formel.

$$\frac{a(d-c) - c(b-a)}{bd}$$

Man multiplicirt nemlich den Zähler jedes Bruchs mit der Differenz zwischen Zähler und Nenner des anderen, zieht diese Producte von einander ab, und dividirt, wie gewöhnlich, mit dem Producte den Nenner.

Die Richtigkeit der Formel erhellet, wenn man in der Formel die angezeigte Multiplication wirklich verrichtet. Es entsteht nehmlich $\frac{ad - ac - cb + ac}{bd} = \frac{ad - cb}{bd}$ wie gewöhnlich.

Einen andern Beweis findet man im ersten Theil meiner Sammlung algebraischer Aufgaben in der Einleitung.

Sehr

Sehr brauchbar ist dieser Vortheil, wenn die Brüche sehr groß, und der Zähler also wenig vom Nenner unterschieden sind.

Z. B. $\frac{57}{59} - \frac{29}{31} = (\frac{57}{59}. - \frac{29}{31})^2 = \frac{28}{59}. - \frac{2}{31}.$; hier ist nehmlich $d - c = b - a$, daher kann man die Formel in diesem Fall noch mehr verkürzen, indem man schreibt $\frac{(a - c)(d - c)}{bd}$.

X. Capitel.

Von der Multiplication und Division der Brüche.

§. 101.

Wenn ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplicirt werden soll, so multiplicirt man damit nur den Zähler, und läßt den Nenner unverändert; z. B.

2 mal $\frac{1}{2}$ macht $\frac{2}{2}$, oder 1 Ganzes;
2 mal $\frac{1}{3}$ macht $\frac{2}{3}$; ferner 3 mal $\frac{1}{6}$ macht $\frac{3}{6}$, oder $\frac{1}{2}$;
4 mal $\frac{5}{12}$ macht $\frac{20}{12}$, oder 1 und $\frac{8}{12}$, oder $1\frac{2}{3}$.

Hieraus ergiebt sich die Regel: daß ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplicirt wird, wenn man entweder den Zähler damit multiplicirt, oder den Nenner durch die ganze Zahl dividirt; geht das letztere an, so wird die Rechnung dadurch um vieles verkürzt. Z. B. es soll $\frac{8}{9}$ mit 3 multiplicirt werden, so kommt $\frac{24}{9}$ heraus, wenn der Zähler mit der ganzen Zahl multiplicirt wird, welches so viel als $\frac{8}{3}$ ist; läßt man aber den Zähler unverändert und dividirt den Nenner 9 durch 3, so bekommt man ebenfalls $\frac{8}{3}$; das ist 2 und $\frac{2}{3}$. Eben so giebt $\frac{13}{24}$ mit 6 multiplicirt $\frac{13}{4}$ oder $3\frac{1}{4}$.