Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

XIV. Capitel. Von den Cubiczahlen.

XIV. Capitel.

Von den Cubiczahlen.

§. 152.

Wenn eine Zahl dreymal mit sich selbst, oder ihr Quadrat nochmal mit derselben Zahl multiplicirt wird, so wird das Product ein **Cubus** oder eine **Cubiczahl** genannt. Also ist von der Zahl a der Cubus aaa, welcher entsteht, wenn die Zahl a mit sich selbst, nemlich mit a, und das Quadrat derselben aa nochmals mit der Zahl a multiplicirt wird.

Also sind die Cubi der natürlichen Zahlen folgende:

Zahlen	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10
Cubi	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000

Anmerk. Die vollständigsten Cubictafeln, die ich kenne, verdanken wir einem Mathematiker, *I. Paul Büchner*, Nürnberg 1701. In diesen Tafeln finden sich alle Quadrat- und Cubiczahlen von 1 bis 12000, allein sie sind wegen ihrer Unrichtigkeiten sehr unsicher zu gebrauchen. Herr Prof. Hindenburg hat uns schon längst dergleichen Tafeln versprochen, die nach seinen Erfindungen mit einer bewunderungswürdigen Geschwindigkeit und Richtigkeit unter der Aufsicht des Herrn von Schönberg bereits berechnet seyn sollen.

§. 153.

Wenn man bey diesen Cubiczahlen ihre Differenzen, wie solches bey den Quadratzahlen geschehen, in Betrachtung zieht, indem man eine jede von der folgenden subtrahirt, so bekommt man folgende Reihe von Zahlen, wobey sich noch keine Ordnung bemerken läßt,

7, 19,

7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, 217, 271;
wenn man aber von denselben noch ferner die Differenzen nimmt, so erhält man folgende Reihe Zahlen, welche offenbar immer um 6 steigen, als:

12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54.

§. 154.

Auf diese Art wird man auch leicht die Cubiczahlen von Brüchen finden können: also ist von $\frac{1}{2}$ der Cubus $\frac{1}{8}$, von $\frac{1}{3}$ ist er $\frac{1}{27}$, von $\frac{2}{3}$ ist er $\frac{8}{27}$. Man darf nemlich nur besonders vom Zähler und Nenner die Cubiczahl nehmen. Also vom Bruch $\frac{3}{4}$ wird der Cubus seyn $\frac{27}{64}$.

§. 155.

Wenn von einer vermischten Zahl der Cubus gefunden werden soll, so muß dieselbe erstlich in einen einzelnen gleichgeltenden Bruch verwandelt werden, da denn die Rechnung leicht angestellt wird. Also von der Zahl $1\frac{1}{2}$ wird es leicht seyn den Cubus zu finden: denn da $1\frac{1}{2}$ zu einem einzelnen Bruch gebracht $\frac{3}{2}$ ist, so wird der Cubus von $\frac{3}{2}$ seyn $\frac{27}{8}$, das ist 3 und $\frac{3}{8}$. Eben so von der Zahl $1\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$ ist der Cubus $\frac{125}{64}$, das ist 1 und $\frac{61}{64}$. Ferner von der Zahl $3\frac{1}{4}$ oder $\frac{13}{4}$ ist der Cubus $\frac{2197}{64}$, welches giebt $34\frac{21}{64}$.

§. 156.

Da von der Zahl a der Cubus aaa ist, so wird von der Zahl ab der Cubus seyn $aaabbb$; woraus man sieht, daß, wenn die Zahl zwey oder mehr Factoren hat, der Cubus davon gefunden werde, wenn man die Cubiczahlen von allen Factoren mit einander multiplicirt. Also z. B.: weil 12 so viel ist als 3 . 4, so multiplicirt man den Cubus von 3, welcher

27 ist,

27 ist, mit dem Cubus von 4, nehmlich 64, und so bekommt man 1728, und dieses ist der Cubus von 12. Hieraus ist ferner klar, daß der Cubus von 2a ist 8aaa, und also 8 mal größer, als der Cubus von a; eben so ist von 3a der Cubus 27aaa, und also 27 mal größer, als der Cubus von a.

§. 157.

Betrachtet man nun auch hier die Zeichen + und —, so ist für sich klar, daß von einer positiven Zahl + a der Cubus + aaa und folglich auch positiv seyn müsse. Wenn aber von einer negativen Zahl, als — a, der Cubus genommen werden soll, so nehme man erstlich das Quadrat, welches ist + aa, und, da solches nochmals mit — a multiplicirt werden soll, so wird der gesuchte Cubus — aaa und folglich auch negativ seyn. Daher es mit den Cubis eine ganz andere Bewandniß hat als mit den Quadraten, welche allezeit positiv herauskommen. Also ist von — 1, der Cubus — 1, von — 2, der Cubus — 8; von — 3, ist er — 27, u. s. f.

XV. Capitel.

Von den Cubicwurzeln und den daher entspringenden Irrationalzahlen.

§. 158.

Da vorher gezeigt worden, wie von einer gegebenen Zahl der Cubus gefunden werden soll, so kann auch umgekehrt aus einer gegebenen Zahl diejenige Zahl gefunden werden, welche dreymal mit sich selbst multipli-