Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

XVIII. Capitel. Von den Wurzeln in Absicht auf alle Potenzen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50527

XVIII. Capitel.

Von den Wurzeln in Absicht auf alle Potenzen.

§. 189.

Weil die Quadratwurzel einer gegebenen Zahl eine solche Zahl ist, deren Quadrat derselben gleich ist, und die Cubicwurzel eine solche, deren Cubus ihr gleich ist, so können auch von einer jeden gegebenen Zahl solche Wurzeln angezeigt werden, deren vierte oder fünfte, oder eine beliebige andere Potenz derselben gegebenen Zahl gleich ist. Um diese verschiedene Arten von Wurzeln von einander zu unterscheiden, wollen wir die Quadratwurzel die zweyte Wurzel, und die Cubicwurzel die dritte Wurzel nennen, da denn die Wurzel, deren vierte Potenz einer gegebenen Zahl gleich ist, ihre vierte Wurzel, und diejenige, deren fünfte Potenz derselben Zahl gleich ist, ihre fünfte Wurzel u. s. f. heißen wird.

§. 190.

Wie die zweyte oder Quadratwurzel durch das Zeichen $\sqrt{\ }$, und die dritte oder Cubicwurzel durch dieses Zeichen $\sqrt[3]{\ }$ angedeutet wird; so pflegt man auf gleiche Weise die vierte Wurzel durch dieses Zeichen $\sqrt[4]{\ }$, die fünfte Wurzel durch dieses Zeichen $\sqrt[5]{\ }$, u. s. f. anzuzeigen; woraus denn klar ist, daß nach dieser Schreibart die Quadratwurzel durch $\sqrt[2]{\ }$ ausgedrückt werden sollte. Weil aber die Quadratwurzeln am häufigsten vorkommen, so wird der Kürze halber die Zahl 2 aus dem Wurzelzeichen weggelassen.

lassen.

lassen. Daher, wenn in dem Wurzelzeichen keine Ziffer befindlich ist, so muß allezeit dadurch die Quadratwurzel verstanden werden.

§. 191.

Um dieses vor Augen zu legen, so wollen wir die verschiedenen Wurzeln der Zahl a hierher setzen, und ihre Bedeutung anzeigen.

$\sqrt{a}$ ist die IIte Wurzel von a
$\sqrt[3]{a}$ . . IIIte . . . . a
$\sqrt[4]{a}$ . . IVte . . . . a
$\sqrt[5]{a}$ . . Vte . . . . a
$\sqrt[6]{a}$ . . VIte . . . . a u. s. f.

Also daß hinwiederum die
IIte Potenz von $\sqrt{a}$ dem a gleich ist
IIIte . . . $\sqrt[3]{a}$. a . .
IVte . . . $\sqrt[4]{a}$ . . a . .
Vte . . . $\sqrt[5]{a}$. a . .
VIte . . . $\sqrt[6]{a}$. a . . u. s. f.

§. 192.

Die Zahl a mag nun groß oder klein seyn, so begreift man daher, wie alle Wurzeln von diesen verschiedenen Graden verstanden werden müssen.

Hierbey ist zu merken, daß, wenn für a die Zahl 1 genommen wird, alle diese Wurzeln immer 1 bleiben, weil alle Potenzen von 1 immer 1 sind.

Wenn aber die Zahl a größer ist als 1, so sind auch alle Wurzeln größer als 1.

Ist aber die Zahl kleiner als 1, so sind auch alle ihre Wurzeln kleiner als 1.

§. 192.

Ist die Zahl a positiv, so begreift man aus demjenigen, was oben von den Quadrat- und Cubicwurzeln angeführt worden, daß auch alle Wurzeln wirklich angezeigt werden können, und folglich wirkliche und mögliche Zahlen sind.

Ist aber die Zahl a negativ, so werden ihre zweyten, vierten, sechsten und überhaupt alle gerade Wurzeln unmögliche Zahlen, weil alle gerade Potenzen so wohl von positiven als negativen Zahlen immer das Zeichen plus bekommen (§. ~~188~~ 178).

Hingegen aber werden die dritten, fünften, siebenten, und überhaupt alle ungerade Wurzeln negativ, weil die ungeraden Potenzen von negativen Zahlen auch negativ sind.

§. 194.

Daher erhält man also eine unendliche Menge neuer Arten von Irrational- oder surdischen Zahlen, denn so oft die Zahl a keine solche wirkliche Potenz ist, als die Wurzel anzeigt, so oft ist es auch nicht möglich, diese Wurzel durch ganze Zahlen oder Brüche auszudrücken, folglich gehört sie in dasjenige Geschlecht von Zahlen, welche Irrationalzahlen genannt werden.

XIX. Ca-