Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

XXII. Capitel. Von den gebräuchlichen logarithmischen Tabellen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50527

XXII. Capitel.
Von den gebräuchlichen Logarithmischen Tabellen.

§. 232.

In diesen Tabellen wird, wie schon oben gesagt worden, angenommen, daß die Wuzel $a = 10$ sey; also ist der Logarithmus von einer jeden Zahl c derjenige Exponent, welcher anzeigt, zu was für einer Potenz man die Zahl 10 erheben müsse, um die Zahl c zu erhalten. Oder wenn der Logarithmus der Zahl c durch $\log. c$ angedeutet wird, so hat man immer $10^{\log. c} = c$.

§. 233.

Wir haben schon bemerkt, daß von der Zahl 1 der Logarithmus immer 0 sey, weil $10^0 = 1$; also ist $\log. 1 = 0$, $\log. 10 = 1$, $\log. 100 = 2$, $\log. 1000 = 3$, $\log. 10000 = 4$, $\log. 100000 = 5$, $\log. 1000000 = 6$. Ferner $\log. \frac{1}{10} = -1$, $\log. \frac{1}{100} = -2$, $\log. \frac{1}{1000} = -3$, $\log. \frac{1}{10000} = -4$, $\log. \frac{1}{100000} = -5$, $\log. \frac{1}{1000000} = -6$.

§. 234.

Wie sich nun die Logarithmen von diesen Hauptzahlen von selbst ergeben, so schwer ist es, die Logarithmen aller übrigen dazwischen liegenden Zahlen zu finden, welche gleichwohl in den Tabellen müssen angezeigt werden. Hier ist auch noch nicht der Ort, eine hinlängliche Anweisung zu geben, wie diese gefunden werden können, daher wollen wir nur überhaupt bemerken, was dabey zu beobachten vorkommt.

§. 235.

Da nun log. $1 = 0$, und log. $10 = 1$, so ist leicht zu erachten, daß von allen Zahlen zwischen 1 und 10, die Logarithmen zwischen 0 und 1 enthalten seyn müssen, oder sie sind größer als 0, und doch kleiner als 1.

Laßt uns nur die Zahl 2 betrachten, so ist gewiß, daß ihr Logarithmus, den wir durch den Buchstaben x andeuten wollen, also log. $2 = x$, größer sey als 0, und doch kleiner als 1. Es muß aber eine solche Zahl seyn, daß 10^x genau der Zahl 2 gleich werde.

Man kann auch leicht sehen, daß x viel kleiner seyn müsse als $\frac{1}{2}$, oder daß $10^{\frac{1}{2}}$ größer sey als 2, denn wenn man von beyden die Quadrate nimmt, so wird das Quadrat von $10^{\frac{1}{2}} = 10$: das Quadrat von 2 aber wird 4, also viel kleiner. Eben so ist auch $\frac{1}{3}$ für x noch zu groß, oder $10^{\frac{1}{3}}$ ist größer als 2. Denn der Cubus von $10^{\frac{1}{3}} = 10$, der Cubus von 2 aber ist nur 8. Hingegen ist $\frac{1}{4}$ für x angenommen zu klein: denn $10^{\frac{1}{4}}$ ist kleiner als 2, weil die vierte Potenz von jenem 10 ist, von diesem aber 16. Hieraus sieht man also, daß x oder der log. 2 kleiner ist als $\frac{1}{3}$ und doch größer als $\frac{1}{4}$; man kann auch für einen jeden andern Bruch, der zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ ist, finden, ob derselbe zu groß oder zu klein sey. Also ist $\frac{2}{7}$ kleiner als $\frac{1}{3}$ und größer als $\frac{1}{4}$; wollte man nun $\frac{2}{7}$ für x nehmen, so müßte $10^{\frac{2}{7}} = 2$ seyn; fände aber dieses statt, so müssen auch die siebenten Potenzen einander gleich seyn: es ist aber von $10^{\frac{2}{7}}$ die siebente Potenz $= 10^2 = 100$, welche der siebenten Potenz von 2 gleich seyn müßte; da nun die siebente Potenz von $2 = 128$ und also

größer

größer als jene ist, so ist auch $10^{\frac{2}{7}}$ kleiner als 2, und also $\frac{2}{7}$ kleiner als log. 2: oder log. 2 ist größer als $\frac{2}{7}$ und doch kleiner als $\frac{1}{3}$.

Ein Bruch nun, der kleiner als $\frac{1}{3}$, aber größer als $\frac{2}{7}$, ist $\frac{3}{10}$; sollte nun $10^{\frac{3}{10}} = 2$ seyn, so müßten auch die zehnten Potenzen einander gleich seyn: es ist aber von $10^{\frac{3}{10}}$ die zehnte Potenz $= 10^3 = 1000$, von 2 aber ist die zehnte Potenz $= 1024$; woraus wir schließen, daß $\frac{3}{10}$ noch zu klein ist, oder daß log. 2 größer sey als $\frac{3}{10}$, und doch kleiner als $\frac{1}{3}$.

§. 236.

Dies dient dazu, um zu zeigen, daß log. 2 seine bestimmte Größe habe, weil wir wissen, daß derselbe gewiß größer ist als $\frac{3}{10}$ und doch kleiner als $\frac{1}{3}$. Weiter läßt sich hier noch nicht gehen, und weil wir den wahren Werth noch nicht wissen, so wollen wir für denselben den Buchstaben x gebrauchen, also, daß log. $2 = x$, und zeigen, wenn derselbe gefunden wäre, wie man daraus von unzählig vielen andern Zahlen die Logarithmen finden könne; wozu die oben gegebene Gleichung dienet log. cd = log. c + log. d, oder daß der Logarithmus von einem Product gefunden werde, wenn man die Logarithmen der Factoren zusammen addirt. (§. 225).

§. 237.

Da nun log. $2 = x$, und log. $10 = 1$, so bekommen wir log. $20 = x + 1$, und log. $200 = x + 2$, ferner log. $2000 = x + 3$, weiter log. $20000 = x + 4$ und log. $200000 = x + 5$ u. s. f.

§. 238.

Da ferner $\log. c^2 = 2 \log. c$ und $\log. c^3 = 3 \log. c$, $\log. c^4 = 4 \log. c$ u. s. f. so erhalten wir daher $\log. 4 = 2x$, $\log. 8 = 3x$, $\log. 16 = 4x$, $\log. 32 = 5x$, $\log. 64 = 6x$ u. s. f.

Hieraus erhalten wir ferner $\log. 40 = 2x + 1$, $\log. 400 = 2x + 2$, $\log. 4000 = 2x + 3$, $\log. 40000 = 2x + 4$ u. s. f.

$\log. 80 = 3x + 1$, $\log. 800 = 3x + 2$, $\log. 8000 = 3x + 3$, $\log. 80000 = 3x + 4$ u. s. f.

$\log. 160 = 4x + 1$, $\log. 1600 = 4x + 2$, $\log. 16000 = 4x + 3$, $\log. 160000 = 4x + 4$ u. s. f.

§. 239.

Da ferner gefunden worden $\log. \frac{c}{d} = \log. c - \log. d$, so setze man $c = 10$, und $d = 2$, und weil $\log. 10 = 1$ und $\log. 2 = x$, so bekommen wir $\log. \frac{10}{2}$, das ist $\log. 5 = 1 - x$, daher erhalten wir

$\log. 50 = 2 - x$, $\log. 500 = 3 - x$, $\log. 5000 = 4 - x$ u. s. f.

Ferner $\log. 25 = 2 - 2x$, $\log. 125 = 3 - 3x$, $\log. 625 = 4 - 4x$ u. s. f.

Auf diese Art gelangen wir weiter zu folgenden:

$\log. 250 = 3 - 2x$, $\log. 2500 = 4 - 2x$, $\log. 25000 = 5 - 2x$ u. s. f., ferner

$\log. 1250 = 4 - 3x$, $\log. 12500 = 5 - 3x$, $\log. 125000 = 6 - 3x$ u. s. f., ferner

$\log. 6250 = 5 - 4x$, $\log. 62500 = 6 - 4x$, $\log. 625000 = 7 - 4x$ u. s. f.

§. 140.

Hätte man auch den Logarithmus von 3 gefunden, so könnte man daher noch von unendlich vielen andern Zahlen die Logarithmen bestimmen. Wir

wollen

wollen den Buchstaben y für log. 3 setzen, und daher würden wir haben:

$\log.30 = y + 1$, $\log.300 = y + 2$, $\log.3000 = y + 3$, u. s. f.
$\log.9 = 2y$, $\log.27 = 3y$, $\log.81 = 4y$, $\log.243 = 5y$, u. s. f.

Daher kann man noch weiter finden:

$\log.6 = x + y$, $\log.12 = 2x + y$, $\log.18 = x + 2y$, imgleichen auch $\log.15 = \log.3 + \log.5 = y + 1 - x$.

§. 241.

Wir haben oben (§. 41.) gesehen, daß alle Zahlen aus den so genannten Primzahlen durch die Multiplication hervor gebracht werden. Also wenn nur die Logarithmen der Primzahlen bekannt wären, so könnte man daraus die Logarithmen aller andern Zahlen blos durch die Addition finden; als z. B. von der Zahl 210, welche aus folgenden Factoren besteht, 2. 3. 5. 7, wird seyn der Logarithmus $= \log.2 + \log.3 + \log.5 + \log.7$: eben so, da $360 = 2.2.2.3.3.5 = 2^3\,3^2.5$, so wird $\log.360 = 3\log.2 + 2\log.3 + \log.5$, woraus erhellet, wie man aus den Logarithmen der Primzahlen die Logarithmen von allen andern Zahlen bestimmen kann. Also bey Verfertigung der Logarithmischen Tabellen hat man nur dafür zu sorgen, daß die Logarithmen der Primzahlen gefunden werden.

XXIII. Capitel.

Von der Art die Logarithmen darzustellen.

§. 242.

Wir haben gesehen, daß der Logarithmus von 2 größer ist als $\frac{3}{10}$ und kleiner als $\frac{1}{3}$; oder daß der Exponent von 10 zwischen diesen zwey Brüchen fal-