Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

I. Capitel. Von der Addition zusammengesetzter Größen.

Des

Ersten Theils

Zweyter Abschnitt.

Von den verschiedenen Rechnungsarten mit zusammengesetzten Größen.

I. Capitel.

Von der Addition zusammengesetzter Größen.

§. 256.

Wenn zwey oder mehr Formeln, welche aus vielen Gliedern bestehen, zusammen addirt werden sollen, so pflegt man die Addition zuweilen nur durch gewisse Zeichen anzudeuten, indem man eine jede Formel in Klammern einschließt und dieselben mit dem Zeichen $+$ verbindet. Also wenn die Formeln $a + b + c$ und $d + e + f$ zusammen addirt werden sollen, so wird die Summe also angezeigt:

$$(a + b + c) + (d + e + f).$$

§. 257.

Auf diese Art wird die Addition nur angedeutet, nicht aber vollzogen. Es ist aber leicht einzusehen, daß, um dieselbe zu vollziehen, nur nöthig ist, die Klammern wegzulassen: denn da die Zahl $d + e + f$, zur

zur ersten addirt werden soll, so geschieht solches, wenn man erstlich $+d$, hernach $+e$, und endlich $+f$ hinzuschreibt, da denn die Summe seyn wird:

$$a+b+c+d+e+f.$$

Eben dieses würde auch zu beobachten seyn, wenn einige Glieder das Zeichen — hätten, welche dann gleichfalls mit ihrem Zeichen hinzu geschrieben werden müßten.

§. 258.

Um dieses deutlicher zu machen, wollen wir ein Exempel in bloßen Zahlen betrachten, und zu der Formel $12-8$ noch diese $15-6$ addiren.

Man addire also erstlich 15, so hat man $12-8+15$; man hat aber zu viel addirt, weil man nur $15-6$ addiren sollte, und es ergiebt sich, daß man 6 zu viel addirt habe; man nehme also diese 6 wieder weg oder schreibe sie mit ihrem Zeichen dazu, so hat man die wahre Summe:

$$12-8+15-6.$$

Hieraus erhellet, daß man die Summe findet, wenn man alle Glieder, jedes mit seinem Zeichen, an einander schreibt.

§. 259.

Wenn daher zu dieser Formel $a-b+c$ noch diese $d-e-f$ addirt werden soll, so wird die Summe folgendergestalt ausgedrückt:

$$a-b+c+d-e-f.$$

Es ist aber hierbey wohl zu bemerken, daß es hier gar nicht auf die Ordnung der Glieder ankomme, sondern daß dieselben nach Belieben unter einander versetzt werden können, wenn nur ein jedes sein ihm vorgesetztes Zeichen behält. Also könnte die obige Summe auch auf folgende Art geschrieben werden:

$$c-e+a-f+d-b.$$

§. 260.

Folglich hat die Addition nicht die geringste Schwierigkeit, wie auch immer die Glieder aussehen mögen. Also wenn zu dieser Formel $2a^3 + 6\sqrt{b} - 4\log.c$ noch diese $5\sqrt[5]{a} - 7c$ addirt werden sollte, so würde die Summe seyn:

$$2a^3 + 6\sqrt{b} - 4\log.c + 5\sqrt[5]{a} - 7c;$$

woraus erhellet, daß dieses die Summe sey, und es auch erlaubt ist, diese Glieder nach Belieben unter einander zu versetzen, wenn nur ein jedes sein Zeichen behält.

§. 261.

Es ist aber oft der Fall, daß die solchergestalt gefundene Summe weit kürzer zusammen gezogen werden kann, indem zuweilen zwey oder mehr Glieder sich gänzlich aufheben, z. B. wenn in der Summe diese Glieder $+a-a$, oder solche $3a - 4a + a$ vorkämen. Auch können bisweilen zwey oder mehrere Glieder in eins gebracht werden, wie z. B.

$$3a + 2a = 5a;\ 7b - 3b = +4b;\ -6c + 10c = +4c$$
$$5a - 8a = -3a;\ -7b + b = -6b;\ -3c - 4c = -7c;$$
$$2a - 5a + a = -2a;\ -3b - 5b + 2b = -6b.$$

Diese Abkürzung findet also statt, so oft zwey oder mehr Glieder in Ansehung der Buchstaben völlig einerley sind. Hingegen $2a^2 + 3a$ läßt sich nicht zusammen ziehen, eben so wenig als sich $2b^3 - b^4$ abkürzen läßt.

§. 262.

Wir wollen also einige Exempel von dieser Art betrachten. Erstlich sollen diese zwey Formeln addirt werden $a+b$ und $a-b$, da denn nach obiger Regel herauskommt $a+b+a-b$; nun aber ist $a+a$

= 2a und b — b = o, folglich ist die Summe = 2a. Aus diesem Exempel erhellt folgende sehr nützliche Wahrheit:

Wenn zu der Summe zweyer Zahlen (a+b) ihre Differenz (a—b) addirt wird, so kommt die größere Zahl doppelt heraus.

Man betrachte zur Uebung noch folgende Exempel:

$$\begin{array}{r|l} 3a - 2b - c & a^3 - 2a^2b + 2ab^2 \\ 5b - 6c + a & - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ \hline 4a + 3b - 7c & a^3 - 3a^2b + 4ab^2 - b^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3a - 2b + c - 12m \\ 5a + 4b - 3c + 6m \\ -7a + 5b - 7c + 2m \\ 2a - 7b + 9c - 5f \\ \hline 3a - 4m - 5f \end{array}$$

II. Capitel.

Von der Subtraction zusammengesetzter Größen.

§. 263.

Wenn man die Subtraction nur andeuten will, so schließt man eine jede Formel in Klammern ein, und diejenige, welche abgezogen werden soll, wird mit Vorsetzung des Zeichen — an diejenige angehänget, von welcher sie abgezogen werden soll. Z. B. wenn von dieser Formel $a - b + c$ diese $d - e + f$ abgezogen werden soll, so wird der gesuchte Rest also angedeutet:

$$(a - b + c) - (d - e + f)$$

woraus man ersehen kann, daß die letztere Formel von der ersten abgezogen werden soll.

§. 264.