Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

II. Capitel. Von der Subtraction zusammengesetzter Größen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50527

$= 2a$ und $b - b = 0$, folglich ist die Summe $= 2a$. Aus diesem Exempel erhellt folgende sehr nützliche Wahrheit:

Wenn zu der Summe zweyer Zahlen $(a+b)$ ihre Differenz $(a-b)$ addirt wird, so kommt die größere Zahl doppelt heraus.

Man betrachte zur Uebung noch folgende Exempel:

$$\begin{array}{r|r} 3a - 2b - c & a^3 - 2a^2b + 2ab^2 \\ 5b - 6c + a & -a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ \hline 4a + 3b - 7c & a^3 - 3a^2b + 4ab^2 - b^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3a - 2b + c - 12m \\ 5a + 4b - 3c + 6m \\ -7a + 5b - 7c + 2m \\ 2a - 7b + 9c - 5f \\ \hline 3a - 4m - 5f \end{array}$$

II. Capitel.

Von der Subtraction zusammengesetzter Größen.

§. 263.

Wenn man die Subtraction nur andeuten will, so schließt man eine jede Formel in Klammern ein, und diejenige, welche abgezogen werden soll, wird mit Vorsetzung des Zeichen $-$ an diejenige angehänget, von welcher sie abgezogen werden soll. Z. B. wenn von dieser Formel $a - b + c$ diese $d - e + f$ abgezogen werden soll, so wird der gesuchte Rest also angedeutet:

$$(a - b + c) - (d - e + f)$$

woraus man ersehen kann, daß die letztere Formel von der ersten abgezogen werden soll.

§. 264.

Um aber die Subtraction wirklich zu vollziehen, so ist fürs erste zu merken, daß, wenn von einer Größe als a eine andere positive Größe als + b abgezogen werden soll, man a — b bekommen werde.

Soll hingegen eine negative Zahl als — b von a abgezogen werden, so wird man bekommen a + b, weil eine Schuld wegnehmen eben so viel ist als etwas schenken.

§. 265.

Laßt uns nun annehmen, man soll von dieser Formel a — c, diese b — d subtrahiren; so nehme man erstlich b weg, welches a — c — b giebt; wir haben aber zu viel weggenommen, denn wir sollten nur b — d wegnehmen, und zwar um d zu viel: wir müssen also d wieder hinzusetzen, da wir denn erhalten:

$$a - c - b + d,$$

woraus sich deutlich folgende Regel ergiebt: daß die Glieder derjenigen Formel, welche subtrahirt werden sollen, mit verkehrten Zeichen hinzugeschrieben werden müssen.

§. 266.

Mit Hülfe dieser Regel ist es also ganz leicht, die Subtraction zu verrichten, indem die Formel, von welcher subtrahirt werden soll, ordentlich hingeschrieben, diejenige Formel aber, welche subtrahirt werden soll, mit umgekehrten oder verwechselten Zeichen angehänget wird. Da also im ersten Exempel von a — b + c diese Formel d — e + f abgezogen werden soll, so bekommt man:

$$a - b + c - d + e - f.$$

Um dieses mit bloßen Zahlen zu erläutern, so subtrahire man von $9 - 3 + 2$, diese Formel $6 - 2 + 4$, da man denn bekömmt:

$$9 - 3 + 2 - 6 + 2 - 4 = 0.$$

welches auch sogleich in die Augen fallt; denn $9 - 3 + 2 = 8$, $6 - 2 + 4 = 8$, und $8 - 8 = 0$.

§. 267.

Da nun die Subtraction selbst weiter keine Schwierigkeit hat, so ist nur noch übrig zu bemerken, daß, wenn in dem gefundenen Rest zwey oder mehr Glieder vorkommen, welche in Ansehung der Buchstaben einerley sind, die Abkürzung nach eben denselben Regeln vorgenommen werden könne, welche oben bey der Addition gegeben worden.

§. 268.

Soll von $a + b$, wodurch die Summe zweyer Zahlen angedeutet wird, ihre Differenz $a - b$ subtrahiret werden, so bekommt man erstlich $a + b - a + b$; nun aber ist $a - a = 0$ und $b + b = 2b$, folglich ist der gesuchte Rest $2b$, **das ist die kleinere Zahl b doppelt genommen.**

§. 269.

Zu mehrerer Erläuterung wollen wir noch einige Exempel beyfügen:

$$\begin{array}{r|r}
a^2 + ab + b^2 & 3a - 4b + 5c \\
a^2 - ab + b^2 & -6a + 2b + 4c \\
\hline
2ab & 9a - 6b + c
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\
\hline
6a^2b + 2b^3
\end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{a}+2\sqrt{b} \\ \sqrt{a}-3\sqrt{b} \\ \hline +5\sqrt{b} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12a+4b-3m-8f+2c \\ 6a-9b+2m-3f+7d \\ \hline 6a+13b-5m-5f+2c-7d \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{a}+2\sqrt{b}-8\sqrt{n}+\sqrt{c} \\ \sqrt{a}-3\sqrt{b}-12\sqrt{n}-\sqrt{c} \\ \hline 5\sqrt{b}+4\sqrt{n}+2\sqrt{c} \end{array}$$

Zusatz. Will man die Richtigkeit einer solchen Rechnung prüfen, so darf man nur auf die gewöhnliche Art den gefundenen Rest zu der subtrahirten Zahl addiren, und sehen, ob die Summe derjenigen Zahl oder Formel gleich sey, von welcher subtrahirt worden.

III. Capitel.

Von der Multiplication zusammengesetzter Größen.

§. 270.

Wenn die Multiplication zusammengesetzter Größen bloß angezeigt werden soll, so wird eine jede von den Formeln, welche mit einander multiplicirt werden sollen, in Klammern eingeschlossen, und entweder ohne Zeichen oder mit einem dazwischen gesetzten Punkt an einander gehängt.

Also wenn diese beyde Formeln $a-b+c$ und $d-e+f$ mit einander multiplicirt werden sollen, so wird das Product auf folgende Art angezeigt: $(a-b+c).(d-e+f)$ oder $(a-b+c)(d-e+f)$.

 Diese