Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1796

VD18 90239563

I. Capitel. Von den arithmetischen Verhältnissen, oder von dem Unterschiede zwischen zwey Zahlen.

Des

Ersten Theils
Dritter Abschnitt.
Von den Verhältnissen und Proportionen.

I. Capitel.
Von den arithmetischen Verhältnissen, oder von dem Unterschiede zwischen zwey Zahlen.

§. 378.

Zwey Größen sind entweder einander gleich, oder ungleich. Im letztern Fall ist eine größer als die andere, und wenn man nach ihrer Ungleichheit fragt, so kann dies auf zweyerley Weise geschehen; man fragt entweder, um wie viel die eine größer sey, als die andere? oder man fragt, wie vielmal die eine größer sey als die andere? Beyde Bestimmungen werden ein Verhältniß genannt, und zwar die erstere ein arithmetisches, die letztere aber ein geometrisches Verhältniß. Diese Benennungen stehen aber mit der Sache selbst in gar keiner Verbindung, sondern sind willkührlich eingeführt worden.

§. 379.

Es versteht sich hier von selbst, daß die Größen von einerley Art seyn müssen, weil sonst nichts über ihre Gleichheit oder Ungleichheit bestimmt werden kann. Denn es würde ungereimt seyn, wenn einer z. B. fragen wollte, ob 2 ℔ und 3 Ellen einander gleich oder ungleich wären? Daher ist hier jedesmal von Größen einerley Art die Rede, und da sich dieselben immer durch Zahlen anzeigen lassen, so wird, wie schon anfänglich gesagt worden, hier nur von bloßen Zahlen gehandelt.

§. 380.

Wenn also von zwey Zahlen gefragt wird, um wie viel die eine größer sey als die andere, so wird durch die Antwort ihr arithmetisches Verhältniß bestimmt. Da nun dies geschiehet, wenn man den Unterschied zwischen den beyden Zahlen anzeigt, so ist ein arithmetisches Verhältniß nichts anders, als der Unterschied zwey Zahlen. Dieses letztere Wort (Unterschied) wird aber hier häufiger gebraucht, so daß das Wort Verhältniß nur bey den sogenannten geometrischen Verhältnissen beybehalten wird.

§. 381.

Der Unterschied zwischen zweyen Zahlen wird aber gefunden, wenn man die kleinere von der größern subtrahirt und dadurch erhält man die Antwort auf die Frage, um wie viel die eine größer sey als die andere. Wenn also die beyden Zahlen einander gleich sind, so ist der Unterschied nichts oder Null, und wenn man fragt, um wie viel die eine größer sey als die andere? so muß man antworten, um nichts. Da z. B. $6 = 2 . 3$, so ist der Unterschied zwischen 6 und $2 . 3$ nichts.

§. 382.

Sind aber die beyden Zahlen ungleich, als 5 und 3 und man fragt, um wie viel 5 größer sey als 3, so

ist

ist die Antwort um 2; welches man findet, wenn man 3 von 5 subtrahiret. Eben so ist 15 um 5 größer als 10, und 20 ist um 8 größer als 12.

§. 383.

Hier ist also dreyerley zu betrachten: erstlich die größere Zahl, zweytens die kleinere, und drittens der Unterschied, welche drey Dinge unter sich eine solche Verbindung haben, daß man immer aus zwey derselben das dritte finden kann. Es sey die größere Zahl $= a$, die kleinere $= b$, und der Unterschied, welcher auch die Differenz genannt wird, $= d$; so wird der Unterschied d gefunden, wenn man b von a subtrahirt, so daß $d = a - b$; woraus erhellet, wie man d finden soll, wenn a und b gegeben sind.

§. 384.

Wenn aber die kleinere Zahl b, nebst dem Unterschied d gegeben ist, so wird die größere daraus gefunden, wenn man den Unterschied zu der kleinern Zahl addirt; daher bekommt man die größere $a = b + d$. Denn wenn man von $b + d$ die kleinere b abzieht, so bleibt d übrig, welches der gegebene Unterschied ist. Gesetzt die kleinere Zahl sey 12 und der Unterschied 8, so wird die größere $= 20$ seyn.

§. 385.

Wenn aber die größere Zahl a nebst dem Unterschied d gegeben ist, so wird die kleinere b gefunden, wenn man den Unterschied von der größern Zahl subtrahirt. Daher bekommt man $b = a - d$. Denn wenn man diese Zahl $a - d$ von der größern a subtrahirt, so bleibt d übrig, welches der gegebene Unterschied ist.

§. 386.

Diese drey Zahlen a, b, d sind also dergestalt mit einander verbunden, daß man daraus die drey folgenden Bestimmungen erhält. Erstens hat man $d = a - b$, 2tens $a = b + d$, und 3tens $b = a - d$, und wenn von diesen drey Vergleichungen eine richtig ist, so sind auch die beyden andern nothwendig richtig. Wenn daher überhaupt $z = x + y$, so ist auch nothwendig $y = z - x$ und $x = z - y$.

§. 387.

Bey einem solchen arithmetischen Verhältniß ist zu merken, daß, wenn zu den beyden Zahlen a und b eine beliebige Zahl c entweder addirt, oder davon subtrahirt wird, der Unterschied eben derselbe bleibet. Also wenn d der Unterschied zwischen a und b ist, so ist auch d der Unterschied zwischen den beyden Zahlen $a + c$ und $b + c$, und auch zwischen $a - c$ und $b - c$. Da z. B. zwischen diesen Zahlen 20 und 12 der Unterschied 8 ist, so bleibt auch dieser Unterschied, wenn man zu denselben Zahlen 20 und 12 eine Zahl nach Belieben entweder addirt oder davon subtrahirt.

§. 388.

Der Beweis hievon ist offenbar. Denn wenn $a - b = d$, so ist auch $(a + c) - (b + c) = d$. Eben so wird auch $(a - c) - (b - c) = d$ seyn.

§. 389.

Wenn die beyden Zahlen a und b verdoppelt werden, so wird auch der Unterschied zweymal so groß. Wenn also $a - b = d$, so wird $2a - 2b = 2d$ seyn; und allgemein wird man $na - nb = nd$ haben, was man auch immer für eine Zahl für n annimmt.

II. Ca-