Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1797

VD18 90239571

III. Capitel. Von der Auflösung einiger hieher gehörigen Aufgaben.

Zusatz. Eben so aus der Gleichung $a^x b^{cx} = q^{rx - p}$, folgt $\log. a^x b^{cx} = \log. q^{rx - p}$, oder $x \log. a + cx \log. b = rx \log. q - p \log. q$ Wenn wir auf beyden Seiten mit -1 multipliciren, so verändern sich blos die Zeichen der Glieder, und die Gleichung stehet so:

$-x \log. a - cx \log. b. = - rx \log. q + p \log. q$

$+ rx \log. q$ auf beyden Seiten addirt, giebt

$rx \log. q - x \log. a - cx \log. b = p. \log. q,$

oder $x(r \log q - \log. a - c \log. b) = p. \log. q$

folglich $x = \dfrac{p. \log. q.}{r \log. q - \log. a - c \log. b}.$

III. Capitel.

Von der Auflösung einiger hieher gehörigen Aufgaben.

§. 23.

I. Aufgabe.

Man theile 7 in zwey Theile, so daß der größere um 3 größer sey, als der kleinere Theil?

Es sey der größere Theil $= x$, so wird der kleinere $7 - x$ seyn; daher muß $x = 7 - x + 3$, oder $x = 10 - x$ seyn. Man addire x, so erhält man $2x = 10$, und dividire endlich durch 2, so wird $x = 5$.

Antwort. Der größere Theil ist 5, und der kleinere 2.

Anmerk. Diese und ähnliche Aufgaben könnte man folgendergestalt ganz allgemein ausdrücken.

II. Aufgabe. Man theile a in zwey Theile, so daß der größere um b größer sey als der kleinere?

Es sey der größere Theil x, so ist der kleinere $a - x$; daher wird $x = a - x + b$. Man addire x,

so

so wird $2x = a + b$, und dividire durch 2, so erhält man $x = \frac{a+b}{2}$.

Zusatz. Setzt man nun, nach der vorigen Aufgabe, $a = 7$ und $b = 3$, so ist, wie vorhin, $x = \frac{7+3}{2} = 5$.

Eine andere Auflösung. Es sey der größere Theil $= x$. Weil nun derselbe um b größer ist als der kleinere, so ist der kleinere wieder um b kleiner als der größere; daher wird der kleinere Theil $x - b$. Diese beyde Theile zusammen müssen a ausmachen; daher bekömmt man $2x - b = a$. Man addire b, so kömmt $2x = a + b$; folglich $x = \frac{a+b}{2}$, welches der größere Theil ist, und der kleinere wird $\frac{a+b}{2} - b$ oder $\frac{a+b}{2} - \frac{2b}{2}$ oder $\frac{a-b}{2}$ seyn.

Probe: $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} = a$ und $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} = b$, wie es seyn muß.

III. Aufgabe. Ein Vater hinterläßt seinen drey Söhnen ein Vermögen von 1600 Rthlrn. Nach seinem Testament soll der älteste Sohn 200 Rthlr. mehr haben als der zweyte; der zweyte aber 100 Rthlr. mehr, als der dritte. Wie viel bekömmt ein jeder?

Das Erbtheil des dritten sey $= x$, so ist das Erbtheil des zweyten $= x + 100$, und das Erbtheil des ersten $= x + 300$. Diese 3 zusammen müssen 1600 Rthlr. machen, daher wird $3x + 400 = 1600$. Man subtrahire 400, so wird $3x = 1200$, und durch 3 dividirt, giebt $x = 400$.

Antwort. Der dritte Sohn bekömmt 400 Rthlr., der zweyte 500 Rthlr., der erste 700 Rthlr.

§. 25.

IV. Aufgabe. Ein Vater hinterläßt 4 Söhne und 8600 Rthlr. Nach seinem Testament soll der erste zweymal so viel bekommen, als der zweyte, weniger 100 Rthlr. Der zweyte soll dreymal so viel bekommen, als der dritte, weniger 200 Rthlr. und der dritte soll viermal so viel haben, als der vierte, weniger 300 Rthlr. Wie viel bekömmt ein jeder?

Das Erbtheil des vierten sey $= x$, so ist das Erbtheil des dritten $4x - 300$, des zweyten $12x - 1100$ und des ersten $24x - 2300$. Hiervon muß die Summe 8600 Rthlr. ausmachen, woraus diese Gleichung entsteht: $41x - 3700 = 8600$. Man addire 3700, so bekömmt man $41x = 12300$, und durch 41 dividirt, giebt $x = 300$.

Antwort. Der vierte Sohn bekömmt 300 Rthlr., der dritte 900 Rthlr., der zweyte 2500 Rthlr. und der erste 4900 Rthlr.

§. 26.

V. Aufgabe. Ein Mann hinterläßt 11000 Rthlr. und dazu eine Wittwe, zwey Söhne und drey Töchter. Nach seinem Testament soll die Frau zweymal mehr bekommen als ein Sohn, und ein Sohn zweymal mehr als eine Tochter. Wie viel bekömmt ein jedes?

Das Erbtheil einer Tochter sey $= x$, so ist das Erbtheil eines Sohns $= 2x$, und das Erbtheil der Wittwe $= 4x$; folglich ist die ganze Erbschaft $3x + 4x + 4x$, oder $11x = 11000$, durch 11 getheilt, giebt $x = 1000$.

Ant-

Antwort: Eine Tochter bekömmt 1000 Rthl.
also alle drey bekommen 3000 Rthl.
ein Sohn bekömmt 2000 Rthl.
also beyde 4000
und die Mutter bekömmt . . 4000
Summa 11000 Rthl.

§. 27.

VI. Aufgabe. Ein Vater hinterläßt drey Söhne, welche das hinterlassene Vermögen folgendergestalt unter sich theilen. Der erste bekömmt 1000 Rthl. weniger, als die Hälfte von der ganzen Verlassenschaft; der zweyte 800 Rthl. weniger, als der dritte Theil der Verlassenschaft, und der dritte 600 Rthl. weniger, als der vierte Theil der Verlassenschaft. Nun ist die Frage, wie groß die Verlassenschaft gewesen und wie viel ein jeder bekommen?

Es sey die ganze Verlassenschaft $= x$
so hat der erste Sohn bekommen $\frac{1}{2}x - 1000$
der zweyte $\frac{1}{3}x - 800$
der dritte $\frac{1}{4}x - 600$

Alle drey Söhne zusammen haben also $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - 2400$ bekommen, welches der ganzen Verlassenschaft x gleich gesetzt werden muß; woraus diese Gleichung entsteht: $\frac{13}{12}x - 2400 = x$.

Man subtrahire x, so hat man $\frac{1}{12}x - 2400 = 0$, man addire 2400, so ist $\frac{1}{12}x = 2400$, und mit 12 multiplicirt, giebt $x = 28800$.

Antwort. Die ganze Verlassenschaft war 28800 Rthl., davon hat nun der

erste Sohn bekommen 13400 Rthl.
der zweyte 8800
der dritte 6600

also alle drey 28800 Rthl.

§. 28.

VII. Aufgabe. Ein Vater hinterläßt vier Söhne, welche die Erbschaft also unter sich theilen: der erste nimmt 3000 Rthl. weniger als die Hälfte der Erbschaft; der zweyte nimmt 1000 Rthl. weniger als $\frac{1}{3}$ der Erbschaft, der dritte nimmt gerade $\frac{1}{4}$ der ganzen Erbschaft, der vierte nimmt 600 Rthl. und $\frac{1}{5}$ der Erbschaft. Wie groß war die Erbschaft und wie viel hat ein jeder Sohn bekommen?

Man setze die ganze Erbschaft = x,
so hat bekommen, der erste $\frac{1}{2}x - 3000$
der zweyte $\frac{1}{3}x - 1000$
der dritte $\frac{1}{4}x$
der vierte $\frac{1}{5}x + 600$

und alle vier zusammen erhielten $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x - 3400$, welches = x seyn muß. Also hat man diese Gleichung: $\frac{77}{60}x - 3400 = x$. Subtrahire x, so wird $\frac{17}{60}x - 3400 = 0$; addire 3400, so kömmt $\frac{17}{60}x = 3400$; durch 17 dividirt, giebt $\frac{1}{60}x = 200$, und wenn mit 60 multiplicirt wird, so findet sich $x = 12000$.

Antwort. Die ganze Verlassenschaft war 12000 Rthl., davon bekam der erste 3000 Rthl.
der zweyte 3000
der dritte 3000
der vierte 3000

§. 29.

§. 29.

VIII. Aufgabe. Man suche eine Zahl von der Beschaffenheit, daß, wenn ich dazu ihre Hälfte addire, dann so viel über 60 heraus komme, als die Zahl selbst unter 65 ist.

Die Zahl sey x, so muß $x + \frac{1}{2}x - 60$ so viel seyn, als $65 - x$, d. i. $\frac{3}{2}x - 60 = 65 - x$. Man addire x, so hat man $\frac{5}{2}x - 60 = 65$, man addire 60, so kömmt $\frac{5}{2}x = 125$, durch 5 dividirt, wird $\frac{1}{2}x = 25$, und mit 2 multiplicirt, giebt $x = 50$.

Antwort. Die gesuchte Zahl ist 50.

§. 30.

IX. Aufgabe. Man theile 32 in zwey ungleiche Theile, und zwar dergestalt, daß, wenn ich den kleinern durch 6, den größern aber durch 5, dividire die Quotienten zusammen 6 ausmachen.

Es sey der kleinere Theil = x, so ist der größere $= 32 - x$; der kleinere durch 6 dividirt, giebt $\frac{x}{6}$; der größere durch 5 dividirt, giebt $\frac{32-x}{5}$: also muß $\frac{x}{6} + \frac{32-x}{5} = 6$ seyn, mit 5 multiplicirt, giebt $\frac{5}{6}x + 32 - x = 30$, oder $-\frac{1}{6}x + 32 = 30$, man addire $\frac{1}{6}x$, so kömmt $32 = 30 + \frac{1}{6}x$, 30 subtrahirt, giebt $2 = \frac{1}{6}x$, mit 6 multiplicirt, giebt endlich $x = 12$.

Antwort. Der kleinere Theil ist 12, und der größere 20.

§. 31.

X. Aufgabe. Suche eine Zahl von der Beschaffenheit, daß, wenn ich sie mit 5 multiplicire, dann das Product so viel unter 40 ist, als die Zahl selbst unter 12.

Es sey diese Zahl = x, welche um $12 - x$ unter 12 ist, diese Zahl fünfmal genommen ist $5x$ und ist um $40 - 5x$ unter 40, letzteres nun soll eben soviel seyn als $12 - x$, also $40 - 5x = 12 - x$, addire $5x$, so wird $40 = 12 + 4x$, 12 subtrahirt, giebt $28 = 4x$, durch 4 dividirt, giebt endlich $x = 7$.

Antwort. Die Zahl ist 7.

§. 32.

XI. Aufgabe. Theile 25 in zwey Theile, so daß der größere 49 mal größer ist, als der kleinere.

Es sey der kleinere Theil = x, so ist der größere $= 25 - x$; und weil dieser 49 mal größer seyn soll, als jener, so ist $25 - x = 49x$. Wird nun x auf beyden Seiten addirt, so erhält man $50x = 25$, und durch 50 dividirt, bleibt $x = \frac{1}{2}$.

Antwort. Der kleinere Theil ist $\frac{1}{2}$ und der größere $24\frac{1}{2}$, welcher durch $\frac{1}{2}$ dividirt, das ist mit 2 multiplicirt, 49 giebt.

§. 33.

XII. Aufgabe. Theile 48 in neun Theile, so daß immer einer um $\frac{1}{2}$ größer sey, als der vorhergehende.

Es sey der erste und kleinste Theil = x, so ist der zweyte $x + \frac{1}{2}$ und der dritte $= x + 1$ u. s. w. Weil nun diese Theile eine arithmetische Progression ausmachen, wovon das erste Glied = x, so ist das neunte und letzte Glied $x + 4$ (1 Th. §. 406); hiezu das erste x addirt, giebt $2x + 4$. Diese Summe mit der Anzahl der Glieder 9 multiplicirt, giebt $18x + 36$; dieses durch 2 getheilt, giebt die Summe aller neun Theile $9x + 18$ (1 Th. §. 416.) welches der Zahl 48 gleich seyn muß. Also hat man $9x + 18 =$

48,

48, 18 subtrahirt, giebt $9x = 30$, und durch 9 dividirt, giebt $x = 3\frac{1}{3}$.

Antwort. Der erste Theil ist $3\frac{1}{3}$ und die neun Theile sind folgende:

$$\overset{1}{3\frac{1}{3}} + \overset{2}{3\frac{5}{6}} + \overset{3}{4\frac{1}{3}} + \overset{4}{4\frac{5}{6}} + \overset{5}{5\frac{1}{3}} + \overset{6}{5\frac{5}{6}} + \overset{7}{6\frac{1}{3}} + \overset{8}{6\frac{5}{6}} + \overset{9}{7\frac{1}{3}},$$

die Summe von diesen 9 Zahlen beträgt 48.

§. 34.

XIII. Aufgabe. Suche eine arithmetische Progression, wovon das erste Glied $= 5$ und das letzte $= 10$, die Summe aber $= 60$ ist.

Da hier weder der Unterschied, noch die Anzahl der Glieder bekannt ist, aus dem ersten und letzten Gliede aber die Summe aller gefunden werden könnte, wenn man nur die Anzahl der Glieder wüßte, so sey dieselbe $= x$. Folglich wird die Summe der Progression $\frac{15}{2}x = 60$; durch 15 dividirt, kömmt $\frac{1}{2}x = 4$, und mit 2 multiplicirt, giebt $x = 8$. Da nun die Anzahl der Glieder 8 ist, so setze man den Unterschied $= z$; folglich ist das zweyte Glied $5 + z$, das dritte $5 + 2z$ und das achte $5 + 7z$, welches, zufolge der angenommenen Bedingung, 10 betragen muß, also hat man $5 + 7z = 10$. Hiervon 5 subtrahirt, giebt $7z = 5$, und durch 7 dividirt, $z = \frac{5}{7}$.

Antwort. Der Unterschied der Progression ist $\frac{5}{7}$ und die Anzahl der Glieder 8, daher die Progression selbst seyn wird:

$$\overset{1}{5} + \overset{2}{5\frac{5}{7}} + \overset{3}{6\frac{3}{7}} + \overset{4}{7\frac{1}{7}} + \overset{5}{7\frac{6}{7}} + \overset{6}{8\frac{4}{7}} + \overset{7}{9\frac{2}{7}} + \overset{8}{10},$$

davon die Summe $= 60$.

§. 35.

XIV. Aufgabe. Suche eine Zahl von der Beschaffenheit, daß, wenn ich von

 ihrem

ihrem Doppelten 1 subtrahire, und das übrige verdopple, davon 2 subtrahire, den Rest durch 4 dividire, dann 1 weniger heraus komme, als die gesuchte Zahl.

Die gesuchte Zahl sey x, so ist ihr Doppeltes 2x, davon 1 subtrahirt, bleibt $2x - 1$, dieses verdoppelt, wird $4x - 2$, davon 2 subtrahirt, bleibt $4x - 4$, dieses durch 4 dividirt, giebt $x - 1$, welches 1 weniger seyn muß, als x.

Also $x - 1 = x - 1$, dieses ist eine identische Gleichung, und zeigt an, daß x gar nicht bestimmt werde, sondern daß man dafür jede Zahl nach Belieben annehmen könne.

§. 36.

XV. Aufgabe. Ich habe einige Ellen Tuch gekauft, und für jede 5 Ellen 7 Rthlr. gegeben. Ich habe hierauf das Tuch wieder verkauft und zwar jede 7 Ellen für 11 Rthl. und dabey 100 Rthl. gewonnen, wie viel Tuch habe ich gehabt?

Zuerst müssen wir sehen, wie viel diese Ellen Tuch, die wir durch x andeuten wollen, im Einkauf gekostet haben, welches durch folgende Regeldetri gefunden wird:

5 Ellen kosten 7 Rthl., was kosten x Ellen?

Antwort. $\frac{7}{5}x$ Rthl.

So viel Geld habe ich ausgegeben. Nun laßt uns sehen, wie viel ich wieder eingenommen habe, dieses geschieht durch diese Regeldetri. 7 Ellen kosten im Verkauf 11 Rthl., was kosten x Ellen?

Antwort. $\frac{11}{7}x$ Rthlr.

Dieses ist die Einnahme, und diese ist um 100 Rthl. größer als die Ausgabe, woraus folgende Gleichung entsteht:

$\frac{11}{7}x = \frac{7}{5}x$

$\frac{11}{7}x = \frac{7}{5}x + 100$, $\frac{7}{5}x$ subtrahirt, bleibt $\frac{6}{35}x = 100$, mit 35 multiplicirt, kommt $6x = 3500$, und dieses durch 6 dividirt, giebt $x = 583\frac{1}{3}$.

Antwort. Es waren $583\frac{1}{3}$ Ellen, welche für $816\frac{2}{3}$ Rthl. eingekauft worden, hernach sind sie wieder für $916\frac{2}{3}$ Rthl. verkauft, also ist darauf 100 Rthl. gewonnen worden.

§. 37.

XVI. Aufgabe. Einer kauft 12 Stück Tuch für 140 Rthl., und zwar 2 weiße, 3 schwarze und 7 blaue. Ein Stück schwarzes Tuch kostet 2 Rthl. mehr als ein weißes, und ein blaues 3 Rthl. mehr als ein schwarzes. Nun ist die Frage, wie viel jedes gekostet?

Man setze, ein weißes Stück kostet x Rthl., so kosten die zwey weißen Stücke 2x Rthl., und ein schwarzes Stück kostet $x + 2$, also die drey schwarzen $3x + 6$, und ein blaues Stück $x + 5$, folglich die 7 blauen $7x + 35$, und alle 12 Stück $12x + 41$. Dieselben kosten aber wirklich 140 Rthl., daher hat man $12x + 41 = 140$, hiervon 41 subtrahirt, bleibt $12x = 99$, und durch 12 dividirt, wird $x = 8\frac{1}{4}$.

Antwort. Ein weißes Stück kostet demnach $8\frac{1}{4}$ Rthl., ein schwarzes $10\frac{1}{4}$ Rthl., ein blaues $13\frac{1}{4}$ Rthl.

§. 38.

XVII. Aufgabe. Einer hat Muscatennüsse gekauft, und sagt, daß 3 Stück eben so viel über 4 Pf. kosten, als 4 Stück mehr als 10 Pf. kosten, wie theuer waren dieselben?

Man sage: 3 Stücke kosten $x + 4$ Pf., so werden 4 Stücke $x + 10$ Pf. kosten. Nun aber, nach dem ersten Satz, findet man durch die Regeldetri, was 4 Stück kosten, 3 Stück: $x + 4$ Pf. = 4 Stück.

Antwort. $\frac{4x + 16}{3}$.

Folglich wird $\frac{4x + 16}{3} = x + 10$, oder $4x + 16 = 3x + 30$, $3x$ subtrahirt, giebt $x + 16 = 30$, hiervon 16 subtrahirt, giebt $x = 14$.

Antwort. Es kosten 3 Stück 18 Pf. und 4 Stück 24 Pf., folglich hat 1 Stück 6 Pf. gekostet.

§. 39.

XVIII. Aufgabe. Es hat jemand zwey silberne Becher nebst einem dazu gehörigen Deckel; der erste Becher wiegt 12 Loth; legt man den Deckel darauf, so wiegt er zweymal so viel als der andere Becher; legt man aber den Deckel auf den andern Becher, so wiegt er dreymal so viel als der erste. Hier ist nun die Frage: wie viel der Deckel und auch der andere Becher gewogen?

Man setze, der Deckel habe gewogen x Loth, so wiegt der erste Becher sammt dem Deckel $x + 12$ Loth. Da dieses Gewicht zweymal so groß ist, als des andern Bechers, so hat der andere $\frac{1}{2}x + 6$ gewogen; legt man darauf den Deckel, so wiegt er $\frac{3}{2}x + 6$, welches dreymal 12, das ist 36 gleich seyn muß. Also hat man $\frac{3}{2}x + 6 = 36$ oder $\frac{3}{2}x = 30$; daher $\frac{1}{2}x = 10$, und $x = 20$.

Antwort. Der Deckel hat 20 Loth gewogen, der andere Becher aber 16 Loth.

§. 40.

XIX. Aufgabe. Ein Wechsler hat zweyerley Münze; von der ersten Sorte gehen

a Stück

a Stück auf einen Rthl., von der zweyten Sorte b Stück. Nun will jemand c Stücke für einen Rthl. haben, wie viel muß ihm der Wechsler von jeder Sorte geben?

Man setze, der Wechsler gebe von der ersten Sorte x Stück, und also von der andern c — x Stück.

Nun sind aber jene x Stück werth $a : 1 = x : \frac{x}{a}$ Rthl.

Diese c—x Stück aber sind werth $b : 1 = c - x : \frac{c-x}{b}$ Rthl.

Also muß $\frac{x}{a} + \frac{c-x}{b} = 1$, oder $\frac{bx}{a} + c - x = b$, oder $bx + ac - ax = ab$, und weiter $bx - ax = ab - ac$ seyn, folglich wird $x = \frac{ab-ac}{b-a}$ oder $x = \frac{a(b-c)}{b-a}$, folglich wird $c - x = \frac{bc-ab}{b-a}$ oder $= \frac{b(c-a)}{b-a}$.

Antwort. Von der ersten Sorte giebt also der Wechsler $\frac{a(b-c)}{b-a}$ Stück, von der andern Sorte aber $\frac{b(c-a)}{b-a}$ Stück.

Anmerk. Diese beyden Zahlen lassen sich leicht durch die Regeldetri finden, nemlich die erste durch folgende Proportion: $b - a : b - c = a : \frac{ab-ac}{b-a}$.

Für die zweyte Zahl gilt diese: $b - a : c - a = b : \frac{bc-ab}{b-a}$.

Hierbey ist zu merken, daß b größer ist als a, und c kleiner als b, aber größer als a, welches die Natur der Sache erfordert.

Zusatz. Zur Erläuterung dieser allgemeinen Aufgabe kann folgende Aufgabe dienen.

§. 41.

XX. Aufgabe. Ein Wechsler hat zweyerley Münze; von der ersten gelten 10 Stück einen Rthl., von der andern 20 Stück einen Rthl. Nun verlangt jemand

17 Stück für einen Rthl., wie viel bekömmt er von jeder Sorte?

Hier ist also $a = 10$, $b = 20$ und $c = 17$, woraus sich diese Regeldetrien ergeben:

I. $10 : 3 = 10 : 3$, also von der ersten Sorte 3 Stück.

II. $10 : 7 = 20 : 14$, und von der andern Sorte 14 Stück.

Zusatz. Die Rechnung nach den Formeln steht so: $\frac{(b-c)a}{b-a} = \frac{(20-17)10}{20-10} = 3$ und $\frac{(c-a)b}{b-a} = \frac{(17-10)20}{20-10} = 7 \cdot 2 = 14$. §. 42.

XXI. Aufgabe. Ein Vater hinterläßt einige Kinder nebst einem Vermögen, welches die Kinder folgendergestalt unter sich theilen: das erste nimmt 100 Rthl. und dazu noch den 10ten Theil des übrigen. Das zweyte nimmt 200 Rthl. und noch dazu den 10ten Theil des übrigen. Das dritte nimmt 300 Rthl. und noch dazu den 10ten Theil des übrigen. Das vierte nimmt 400 Rthl. und noch dazu den 10ten Theil des übrigen u. s. f. Endlich findet es sich, daß das ganze Vermögen unter die Kinder gleich vertheilet ist. Nun entsteht die Frage, wie groß das Vermögen gewesen, wie viel Kinder hinterlassen worden, und wie viel ein jedes bekommen?

Diese Aufgabe ist von einer ganz besondern Art, und verdient daher bemerkt zu werden. Um sie desto leichter aufzulösen, so setze man das ganze hinterlassene Vermögen = z Rthl. und weil alle Kinder gleich viel bekommen, so sey der Antheil eines jeden $= x$, woraus man sieht, daß die Anzahl der Kinder $\frac{z}{x}$ gewesen. Hieraus läßt sich nun die Aufgabe folgendergestalt auflösen:

Die

Die Masse oder das zu theilende Geld	Ordnung der Kinder	Der Antheil eines jeden.	Die Differenzen zwischen eines jeden Antheils.
z	das erste	$x=100+\frac{z-100}{10}$	
$z-x$	zweyte	$x=200+\frac{z-x-200}{10}$	$100-\frac{x-100}{10}=0$
$z-2x$	dritte	$x=300+\frac{z-2x-300}{10}$	$100-\frac{x-100}{10}=0$
$z-3x$	vierte	$x=400+\frac{z-3x-400}{10}$	$100-\frac{x-100}{10}=0$
$z-4x$	fünfte	$x=500+\frac{z-4x-500}{10}$	$100-\frac{x-100}{10}=0$
$z-5x$	sechste	$x=600+\frac{z-5x-600}{10}$	u. s. w.

In der letzten Columne stehen hier die Differenzen, welche entstehen, wenn man ein jedes Erbtheil von dem folgenden subtrahirt. Weil nun alle Erbtheile einander gleich sind, so muß eine jede dieser Differenzen $= 0$ seyn. Da es sich nun so glücklich zuträgt, daß alle Differenzen einander gleich sind, so ist es genug, daß man eine davon gleich 0 setze, daher erhalten wir diese Gleichung $100 - \frac{x-100}{10} = 0$. Man multiplicire mit 10, so erhält man $1000 - x - 100 = 0$, oder $900 - x = 0$, folglich $x = 900$.

Hieraus wissen wir schon, daß das Erbtheil eines jeden Kindes 900 Rthl. gewesen. Man nehme nun eine von den Gleichungen in der dritten Columne, welche man will, z. B. die erste $900 = 100 + \frac{z-100}{10}$, woraus man z sogleich finden kann; denn $9000 = 1000 + z - 100$ oder $9000 = 900 + z$, also $z = 8100$, daher wird $\frac{z}{x} = 9$.

Antwort. Also war die Anzahl der Kinder $= 9$, das hinterlassene Vermögen $= 8100$ Rthl., wovon ein jedes Kind 900 Rthl. bekömmt.

Anmerk. Vorstehende Aufgabe läßt noch die Antwort zu, daß das Vermögen 100 Rthl und die Anzahl der Kinder 1 gewesen sey. Merkwürdig ist es aber allerdings, daß weder ältere noch neuere Schriftsteller dieses jemals bemerkt haben, da sich doch diese Aufgabe als eine ganz besonderer Art bemerken ließen. Ich werde die allgemeinste Auflösung davon im ~~6ten~~ 7te Capitel geben.

IV. Capitel.

Von Auflösung zweyer oder mehrerer Gleichungen vom ersten Grade.

§. 43.

Es geschieht oft, daß zwey oder auch mehr unbekannte Zahlen, welche durch die Buchstaben x, y, z u. s. w. vorgestellt werden, in die Rechnung gebracht werden müssen, da man denn, wenn anders die Frage bestimmt ist, auf eben so viel Gleichungen kömmt, aus welchen hernach die unbekannten Zahlen gefunden werden können. Hier betrachten wir aber blos solche Gleichungen, worin nur die erste Potenz der unbekannten Zahl sich findet, und worin auch keine mit der andern multiplicirt ist. Also daß eine jede Gleichung von dieser Form seyn wird $az + by + cx = d$.

§. 44.

Wir wollen den Anfang mit zwey Gleichungen machen, und daraus zwey unbekannte Zahlen x und y bestimmen; um nun die Sache auf eine allgemeine Art zu behandeln, so wollen wir folgende zwey Gleichungen als gegeben annehmen: I. $ax + by = c$ und II. $fx + gy = h$, wo die Buchstaben a, b, c

und