Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1797

VD18 90239571

IV. Capitel. Von Auflösung zweyer oder mehrerer Gleichungen vom ersten Grade.

urn:nbn:de:hbz:466:1-50547

Anmerk. Vorstehende Aufgabe läßt noch die Antwort zu, daß das Vermögen 100 Rtyl und die Anzahl der Kinder 1 gewesen sey. Merkwürdig ist es aber allerdings, daß weder ältere noch neuere Schriftsteller dieses jemals bemerkt haben, da sich doch diese Aufgabe als eine ganz besonderer Art bemerken ließen. Ich werde die allgemeinste Auflösung davon im ~~6ten~~ Capitel geben.
7te

IV. Capitel.

Von Auflösung zweyer oder mehrerer Gleichungen vom ersten Grade.

§. 43.

Es geschieht oft, daß zwey oder auch mehr unbekannte Zahlen, welche durch die Buchstaben x, y, z u. s. w. vorgestellt werden, in die Rechnung gebracht werden müssen, da man denn, wenn anders die Frage bestimmt ist, auf eben so viel Gleichungen kömmt, aus welchen hernach die unbekannten Zahlen gefunden werden können. Hier betrachten wir aber blos solche Gleichungen, worin nur die erste Potenz der unbekannten Zahl sich findet, und worin auch keine mit der andern multiplicirt ist. Also daß eine jede Gleichung von dieser Form seyn wird $az + by + cx = d$.

§. 44.

Wir wollen den Anfang mit zwey Gleichungen machen, und daraus zwey unbekannte Zahlen x und y bestimmen; um nun die Sache auf eine allgemeine Art zu behandeln, so wollen wir folgende zwey Gleichungen als gegeben annehmen: I. $ax + by = c$ und II. $fx + gy = h$, wo die Buchstaben a, b, c und

und f, g, h die Stelle bekannter Zahlen vertreten. Hier ist nun die Frage, wie man aus diesen beyden Gleichungen die beyden unbekannten Zahlen x und y herausbringen könne.

§. 45.

Der natürlichste Weg bestehet nun darin, daß man aus einer jeden Gleichung den Werth von einer unbekannten Zahl z. B. von x bestimmt, und hernach diese beyden Werthe einander gleich setzt; woraus man eine Gleichung erhält, in welcher nur die unbekannte Zahl y vorkömmt, die man nach den obigen Regeln bestimmen kann. Hat man nun y gefunden, so darf man nur statt dessen seinen gefundenen Werth setzen, um daraus den Werth von x zu erhalten.

§. 46.

Dieser Regel zufolge findet man aus der ersten Gleichung $x = \frac{c - by}{a}$, aus der andern aber $x = \frac{h - gy}{f}$; diese beyden Werthe setze man einander gleich, so erhält man diese neue Gleichung $\frac{c - by}{a} = \frac{h - zy}{f}$. Mit a multiplicirt, wird $c - by = \frac{ah - agy}{f}$. Ferner mit f multiplicirt wird $fc - fby = ah - agy$. Man addire agy, so wird $fc - fby + agy = ah$, man subtrahire fc, so wird $- fby + agy = ah - fc$, oder $(ag - bf)\,y = ah - fc$, man dividire durch $ag - bf$, so wird $y = \frac{ah - fc}{ag - bf}$. Schreibt man nun diesen Werth für y in einen der beyden Gleichungen, welche für x gefunden worden, so erhält man auch den Werth von x. Man nehme den ersten, so hat man erstlich $- by = - \frac{abh + bcf}{ag - bf}$, hieraus wird c

— by

$- by = c - \frac{abh + bcf}{ag - bf}$, oder $c - by = \frac{acg - bcf - abh + bcf}{ag - bf} = \frac{acg - abh}{ag - bf}$, durch a dividirt, giebt $x = \frac{c - by}{a} = \frac{cg - bh}{ag - bf}$.

§. 47.

I. Aufgabe. Um dieses Verfahren durch Beyspiele zu erläutern, so sey diese Aufgabe gegeben: Man suche zwey Zahlen, deren Summe sey 15 und die Differenz 7.

Es sey die größere Zahl $= x$ und die kleinere $= y$, so hat man I.) $x + y = 15$, und II.) $x - y = 7$. Aus der ersten bekömmt man $x = 15 - y$, und aus der zweyten $x = 7 + y$, woraus diese neue Gleichung entsteht $15 - y = 7 + y$. Hier addire man y, so hat man $15 = 7 + 2y$, man subtrahire 7, so wird $2y = 8$, durch 2 dividirt, wird $y = 4$ und daraus $x = 11$. Wenn man nun in der obigen Gleichung $x = 7 + y$ anstatt y die gefundene Zahl 4 setzt, so erhält man $x = 7 + 4 = 11$.

Antwort. Die kleinere Zahl ist 4, die größere aber 11.

§. 48.

II. Aufgabe. Man kann diese Aufgabe auch allgemein machen, und zwey Zahlen suchen, deren Summe $= a$ und deren Differenz $= b$ sey.

Es sey die größere $= x$ und die kleinere $= y$, so hat man I.) $x + y = a$ und II.) $x - y = b$. Aus der ersten erhält man $x = a - y$ und aus der zweyten $x = b + y$, hieraus entsteht diese Gleichung $a - y = b + y$. Man addire y, so hat man $a = b + 2y$,

man

man subtrahire b, so kömmt $2y = a - b$, durch 2 dividirt, wird $y = \frac{a-b}{2}$ und hieraus wird $x = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a+b}{2}$, oder $= b + \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$.

Antwort. Die größere Zahl ist also $x = \frac{a+b}{2}$ und die kleinere $y = \frac{a-b}{2}$; oder da $x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ und $y = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, so erhält man hier folgenden Lehrsatz: die größere Zahl ist gleich der halben Summe und der halben Differenz zusammen genommen, die kleinere Zahl 4 ist gleich der halben Summe weniger der halben Differenz.

§. 49.

Man kann auch diese Frage auf folgende Art auflösen. Man addire die beyden Gleichungen $x + y = a$ und $x - y = b$, so wird $2x = a + b$ und $x = \frac{a+b}{2}$.

Hernach subtrahire man von der ersten die zweyte, so bekömmt man $2y = a - b$ und $y = \frac{a-b}{2}$, wie vorher.

§. 50.

III. Aufgabe. Ein Maulesel und ein Esel tragen ein jeder etliche Pud *). Der Esel beschwert sich über seine Last und sagt zum Maulesel, gäbst du mir ein Pud von deiner Last, so hätte ich zweymal so viel als du. Hierauf antwortet der Maulesel, wenn du mir ein Pud von deiner Last gäbest, so hätte ich dreymal so viel

*) Ein Pud, welches ein in Rußland übliches Gewicht ist, beträgt 40 Pfund.

viel als du. Wie viel Pud hat nun ein jeder gehabt?

Der Maulesel habe x Pud gehabt, der Esel aber y Pud. Giebt nun der Maulesel dem Esel ein Pud, so hat der Esel $y + 1$, der Maulesel aber behält noch $x - 1$. Da nun der Esel zweymal so viel hat, als der Maulesel, so wird $y + 1 = 2x - 2$.

Wenn aber der Esel dem Maulesel ein Pud giebt, so bekommt der Maulesel $x + 1$ und der Esel behält noch $y - 1$. Da nun jene Last dreymal so groß ist, als diese, so wird $x + 1 = 3y - 3$.

Also sind hier folgende zwey Gleichungen:

I.) $y + 1 = 2x - 2$, II.) $x + 1 = 3y - 3$.

Aus der ersten findet man $x = \frac{y+3}{2}$, und aus der andern $x = 3y - 4$, woraus diese neue Gleichung entsteht $\frac{y+3}{2} = 3y - 4$, welche mit 2 multiplicirt, $y + 3 = 6y - 8$ giebt, und y subtrahirt, kömmt $5y - 8 = 3$. Addire 8, so hat man $5y = 11$ und $y = \frac{11}{5}$ oder $2\frac{1}{5}$; folglich, weil $x = 3y - 4$, wenn man hier anstatt y die Zahl $\frac{11}{5}$ setzt, $x = \frac{33}{5} - 4 = 2\frac{3}{5}$.

Antwort. Also hat der Maulesel $2\frac{3}{5}$ Pud, der Esel aber $2\frac{1}{5}$ Pud gehabt.

§. 51.

Hat man drey unbekannte Zahlen, und eben so viel Gleichungen, z. B. I.) $x + y - z = 8$, II.) $x + z - y = 9$, III.) $y + z - x = 10$, so suche man ebenfalls aus einer jeden den Werth von x, nemlich aus der I.) $x = 8 + z - y$, II.) $x = 9 + y - z$, III.) $x = y + z - 10$. Nun vergleiche man den ersten Werth mit dem zweyten, und hierauf auch mit dem dritten, so erhält man folgende zwey neue Gleichungen: I.) $8 + z - y = 9 + y - z$, II.) $8 + z - y = y + z - 10$. Es folgt aber aus der ersten $2z - 2y = 1$, und aus der

der zweyten $2y = 18$, und da erhält man sogleich $y = 9$. Dieser Werth in der vorhergehenden für y geschrieben, giebt $2z - 18 = 1$ und $2z = 19$; daher $z = 9\frac{1}{2}$, und hieraus findet man $x = 8\frac{1}{2}$.

Hier war aber der Fall, daß in der letzten Gleichung der Buchstabe z verschwand, und also y sogleich daraus bestimmt werden konnte. Wäre aber z auch noch darin vorgekommen, so hätte man zwey Gleichungen zwischen z und y gehabt, die nach der ersten Regel aufgelöset werden müßten.

§. 52.

Es seyen die drey folgenden Gleichungen gefunden worden:

I.) $3x + 5y - 4z = 25$, II.) $5x - 2y + 3z = 46$, III.) $3y + 5z - x = 62$.

Man suche aus einer jeden den Werth von x, so hat man I.) $x = \frac{25 - 5y + 4z}{3}$, II.) $x = \frac{46 + 2y - 3z}{5}$, III.) $x = 3y + 5z - 62$.

Nun vergleiche man diese drey Werthe unter sich, so giebt der IIIte und Ite $3y + 5z - 62 = \frac{25 - 5y + 4z}{3}$, oder mit 3 multiplicirt, $25 - 5y + 4z = 9y + 15z - 186$. Addirt man 186, so kömmt $211 - 5y + 4z = 9y + 15z$, und wieder 5y addirt, giebt $211 + 4z = 14y + 15z$. Man erhält also aus I. und III. $211 = 14y + 11z$. Die IIte und IIIte giebt $3y + 5z - 62 = \frac{46 + 2y - 3z}{5}$ oder $46 + 2y - 3z = 15y + 25z - 310$, und aus dieser Gleichung findet man $356 = 13y + 28z$.

Aus einer jeden dieser beyden Gleichungen suche man den Werth für y.

I.) $211 = 14y + 11z$, und wird 11z subtrahirt, so bleibt $14y = 211 - 11z$, oder $y = \frac{211 - 11z}{14}$.

 II.) 356

II.) $356 = 13y + 28z$, wo $28z$ subtrahirt übrig läßt $13y = 356 - 28z$, oder $y = \frac{356 - 28z}{13}$.

Diese zwey Werthe einander gleich gesetzt, geben: $\frac{211 - 11z}{14} = \frac{356 - 28z}{13}$, mit 13. 14 multiplicirt, wird $2743 - 143z = 4984 - 392z$, hierzu $392z$ addirt, giebt $249z + 2743 = 4984$ oder $249z = 2241$ und also $z = 9$. Hieraus erhält man $y = 9$ und endlich $x = 7$.

§. 53.

Kommen mehr als drey unbekannte Zahlen, und eben so viel Gleichungen vor, so könnte man die Auflösung zwar auf eine ähnliche Art anstellen, aber dies würde gewöhnlich auf verdrießliche Rechnungen leiten.

Es pflegen sich aber in jedem Fall solche Mittel zu äußern, wodurch die Auflösung sehr erleichtert wird, und dies geschieht vorzüglich, indem man außer den gesuchten unbekannten Zahlen, noch eine neue willkührliche, z. B. die Summe aller, in die Rechnung mit einführet, welches von einem, der in dergleichen Rechnungen schon ziemlich geübt ist, in jedem Fall leicht beurtheilt werden kann. Zu dem Ende wollen wir einige dergleichen Beyspiele anführen.

Anmerk. In Kästners Analysis endlicher Größen von 1794 werden Seite 128 und 129 einige Schriften genannt, die die hierbey vorfallenden mühsamen Arbeiten bequemer zu verrichten lehren.

§. 54.

IV. Aufgabe. Es spielen drey Personen mit einander, und im ersten Spiel verliert der erste an jeden der beyden andern so viel, als ein jeder von den

zwey

zwey andern an Gelde bey sich hat. Im andern Spiel verliert der zweyte an den ersten und dritten so viel, als ein jeder hat. Im dritten Spiel verliert der dritte an den ersten und zweyten so viel, als ein jeder hatte, und da findet es sich, daß alle nach geendigtem Spiel gleich viel haben, nemlich ein jeder 24 Fl. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder anfänglich gehabt habe?

Man setze, der erste habe x Fl., der zweyte y und der dritte z gehabt. Ueberdies setze man die Summe aller Fl. zusammen $x + y + z = s$. Da nun im ersten Spiele der erste so viel verliert, als die beyden andern haben, und der erste x hat, so haben die beyden andern $s - x$, und so viel verliert der erste; daher ihm noch $2x - s$ übrig bleiben; der zweyte aber wird $2y$ und der dritte $2z$ haben.

Also nach dem ersten Spiele hat:

der I.) $2x - s$, der II.) $2y$, der III.) $2z$.

Im zweyten Spiele verliert der zweyte, der nun $2y$ hat, an die beyden andern so viel, als sie haben, oder $s - 2y$, daher der zweyte noch behält $4y - s$; die beyden andern aber werden zweymal so viel haben, als vorher.

Also nach dem zweyten Spiele hat:

der I.) $4x - 2s$, der II.) $4y - s$, der III.) $4z$.

Im dritten Spiele verliert der dritte, der jetzt $4z$ hat, an die beyden andern, so viel sie haben; sie haben aber $s - 4z$; also behält der dritte noch $8z - s$, und die beyden übrigen bekommen doppelt so viel, als sie hatten.

Also nach dem dritten Spiele hat:

der I.) $8x - 4s$, der II.) $8y - 2s$, und der III.) $8z - s$.

Da nun jetzt ein jeder 24 Fl. hat, so erhalten wir drey Gleichungen, welche so beschaffen sind, daß man aus der ersten sogleich x, aus der andern y, und aus der dritten z finden kann, besonders da jetzt $ſ$ eine bekannte Zahl ist, indem alle zusammen am Ende des Spiels 72 Fl. haben. Allein dieses wird sich von selbst geben, ohne daß man nöthig habe, darauf zu sehen.

Die Rechnung ist daher folgende:

I.) $8x - 4ſ = 24$, oder $8x = 24 + 4ſ$, oder $x = 3 + \frac{1}{2}ſ$.
II.) $8y - 2ſ = 24$, oder $8y = 24 + 2ſ$, oder $y = 3 + \frac{1}{4}ſ$.
III.) $8z - ſ = 24$, oder $8z = 24 + ſ$, oder $z = 3 + \frac{1}{8}ſ$.

Man addire diese 3 Werthe, so bekömmt man $x + y + z = 9 + \frac{7}{8}ſ$; da nun $x + y + z = ſ$, so hat man $ſ = 9 + \frac{7}{8}ſ$. Wird nun $\frac{7}{8}ſ$ subtrahirt, so bleibt $\frac{1}{8}ſ = 9$ und $ſ = 72$.

Antwort. Also hatte im Anfange des Spiels der erste 39 Fl., der zweyte 21 Fl. und der dritte 12 Fl.

Aus dieser Auflösung zeigt sich, wie man durch Hülfe der Summe der drey unbekannten Zahlen alle oben angeführten Schwierigkeiten leicht aus dem Wege räumen kann.

§. 55.

So schwer diese Aufgabe auch scheint, so ist doch zu merken, daß sie sogar ohne Algebra aufgelöset werden kann.

Man darf nur bey Betrachtung derselben rückwärts gehen. Denn da die drey Personen nach dem dritten Spiel gleich viel bekommen haben, nemlich jeder 24; im dritten Spiele aber der erste und zweyte ihr Geld verdoppelt haben, so müssen sie vor dem dritten Spiele folgende Anzahl von Fl. gehabt haben:

I.) 12, II.) 12, III.) 48.

Im

Im zweyten Spiele hat der erste und dritte sein Geld verdoppelt; also müssen sie vor dem zweyten Spiele gehabt haben:

I.) 6, II.) 42, III.) 24.

Im ersten Spiele hat der zweyte und dritte sein Geld verdoppelt; also haben sie vor dem ersten Spiele gehabt:

I.) 39, II.) 21, III.) 12.

und eben so viel haben wir auch vorher durch die Algebra für den Anfang des Spiels gefunden.

§. 56.

V. Aufgabe. Zwey Personen sind 29 Rub. schuldig; es hat zwar ein jeder Geld, doch nicht so viel, daß er diese gemeinschaftliche Schuld allein bezahlen könnte; darum sagt der erste zu dem andern: giebst du mir $\frac{2}{3}$ deines Geldes, so könnte ich die Schuld sogleich allein bezahlen. Der andere antwortet hierauf: gieb du mir $\frac{3}{4}$ deines Geldes, so könnte ich die Schuld allein bezahlen; wie viel Geld hat jeder gehabt?

Der erste habe x Rub., der andere y Rub. gehabt, also bekömmt man erstlich $x + \frac{2}{3}y = 29$, hernach auch $y + \frac{3}{4}x = 29$. Aus dem ersten findet man $x = 29 - \frac{2}{3}y$, aus dem zweyten $x = \frac{116-4y}{3}$. Aus diesen beyden Werthen entsteht folgende Gleichung: $29 - \frac{2}{3}y = \frac{116-4y}{3}$. Wird diese Gleichung mit 3 multiplicirt, so erhält man $87 - 2y = 116 - 4y$, und addirt man beyderseits 4y, so wird $87 + 2y = 116$. Subtrahirt man ferner 87, so bleibt $2y = 29$, folglich $y = 14\frac{1}{2}$.

Setzt man nun in der obigen Gleichung $y + \frac{3}{4}x = 29$ anstatt y den jetzt gefundenen Werth $14\frac{1}{2}$, so verwandelt sich dieselbe in folgende Gleichung: $14\frac{1}{2} + \frac{3}{4}x = 29$. Subtrahirt man $14\frac{1}{2}$ auf beyden Seiten, und dividirt nachher mit $\frac{3}{4}$, so erhält man $x = 19\frac{1}{3}$.

Antwort. Der erste hat $19\frac{1}{3}$ und der zweyte $14\frac{1}{2}$ Rubel gehabt.

§. 57.

VI. Aufgabe. Drey haben für 100 Rthl. ein Haus gekauft. Der erste verlangt vom andern $\frac{1}{2}$ seines Geldes, denn könnte er das Haus allein bezahlen; der zweyte verlangt vom dritten $\frac{1}{3}$ seines Geldes, so könnte er das Haus allein bezahlen. Der dritte verlangt vom ersten $\frac{1}{4}$ seines Geldes, so könnte er das Haus allein bezahlen. Wie viel hat jeder Geld gehabt?

Der erste habe x, der zweyte y, der dritte z Rthl. gehabt, so bekömmt man folgende drey Gleichungen: I.) $x + \frac{1}{2}y = 100$, II.) $y + \frac{1}{3}z = 100$, III.) $z + \frac{1}{4}x = 100$, aus welchen der Werth von x gefunden wird:

I.) $x = 100 - \frac{1}{2}y$, III.) $x = 400 - 4z$.

Hier konnte nemlich aus der zweyten Gleichung x nicht bestimmt werden.

Die beyden Werthe von x aber geben folgende Gleichung:

$$100 - \frac{1}{2}y = 400 - 4z \text{ oder } 4z - \frac{1}{2}y = 300.$$

Diese muß mit der zweyten verbunden werden, um daraus y und z zu finden. Nun war aber die zweyte Gleichung $y + \frac{1}{3}z = 100$, woraus $y = 100 - \frac{1}{3}z$ gefunden wird. Aber aus der vorher gefundenen Gleichung $4z - \frac{1}{2}y = 300$ folgt, daß $y = 8z - 600$, und hieraus entstehet diese letzte Gleichung:

$100 - \frac{1}{3}z = 8z - 600$, also $8\frac{1}{3}z = 700$, oder $\frac{25}{3}z = 700$, und $z = 84$. Hieraus findet man $y = 100 - 28$, oder $y = 72$, und endlich $x = 64$.

Antwort. Der erste hat 64 Rthl., der zweyte 72 Rthl., der dritte 84 Rthl. gehabt.

§. 58.

Da bey diesem Exempel in einer jeden Gleichung nur zwey unbekannte Zahlen vorkommen, so kann die Auflösung auf eine bequemere Art angestellt werden.

Denn man suche aus der ersten $y = 200 - 2x$, welches also durch x bestimmt wird. Diesen Werth schreibe man für y in die zweyte Gleichung; so hat man $200 - 2x + \frac{1}{3}z = 100$, 100 subtrahirt, so bleibt $100 - 2x + \frac{1}{3}z = 0$, oder $\frac{1}{3}z = 2x - 100$ und $z = 6x - 300$.

Also ist auch z durch x bestimmt; diesen Werth bringe man nun in die dritte Gleichung, so kömmt $6x - 300 + \frac{1}{4}x = 100$, in welcher nur x vorkömmt, und also $25x - 1600 = 0$, daher $x = 64$, folglich $y = 200 - 128 = 72$, und $z = 384 - 300 = 84$.

§. 59.

Eben so kann man verfahren, wenn auch mehr solche Gleichungen vorkommen. Wenn man also auf eine allgemeine Art hat:

I.) $u + \frac{x}{a} = n$, II.) $x + \frac{y}{b} = n$, III.) $y + \frac{z}{c} = n$,
IV.) $z + \frac{u}{d} = n$.

Aus welchen, nachdem man die Brüche weggebracht hat, folgende Gleichungen werden:

I.) $au + x = an$, II.) $bx + y = bn$, III.) $cy + z = cn$,
IV.) $dz + u = dn$.

Hier bekommen wir aus der ersten $x = an - au$, welcher Werth in der zweyten $abn - abu + y = bn$ giebt,

giebt, also $y = bn - abn + abu$. Dieser Werth in der dritten giebt $bcn - abcn + abcu + z = cn$; also $z = cn - bcn + abcn - abcu$. Dieser endlich in der vierten Gleichung giebt $cdn - bcdn + abcdn - abcdu + u = dn$. Also wird $dn - cdn + bcdn - abcdn = - abcdu + u$ oder $(abcd - 1) u = abcdn - bcdn + cdn - dn$, woraus man erhält

$$u = \frac{abcdn - bcdn + cdn - dn}{abcd - 1} = n. \frac{(abcd - bcd + cd - d)}{abcd - 1}$$

Hieraus findet man ferner folgende Gleichungen:

$$x = \frac{abcdn - acdn + adn - an}{abcd - 1} = n. \frac{(abcd - acd + ad - a)}{abcd - 1}$$

$$y = \frac{abcdn - abdn + abn - bn}{abcd - 1} = n. \frac{(abcd - abd + ab - b)}{abcd - 1}$$

$$z = \frac{abcdn - abcn + bcn - cn}{abcd - 1} = n. \frac{(abcd - abc + bc - c)}{abcd - 1}$$

$$u = \frac{abcdn - bcdn + cdn - dn}{abcd - 1} = n. \frac{(abcd - bcd + cd - d)}{abcd - 1}$$

§. 60.

VII. Aufgabe. Ein Hauptmann hat drey Compagnien Soldaten. In einer sind Schweizer, in der zweyten Schwaben, in der dritten Sachsen. Mit diesen will er eine Stadt bestürmen und verspricht zur Belohnung 901 Rthl. auf folgende Art auszutheilen, daß von der Compagnie, die den Sturm thut, ein jeder 1 Rthl. bekommen, das übrige Geld aber unter die beyden andern Compagnien gleich vertheilet werden soll. Nun findet es sich, daß, wenn die Schweizer den Sturm wagten, ein jeder von den beyden andern $\frac{1}{2}$ Rthl., wenn aber die Schwaben den Sturm wagen, ein jeder

der beyden andern $\frac{1}{3}$ Rthl., und wenn die Sachsen den Sturm wagten, ein jeder der beyden andern Comp. $\frac{1}{4}$ Rthl. bekommen würden. Nun ist die Frage, aus wie viel Köpfen bestand eine jede Compagnie?

Man setze, die Zahl der Schweizer sey x, der Schwaben y, und der Sachsen z Köpfe gewesen. Ferner setze man die Anzahl aller $x + y + z = ſ$, weil, wie sich leicht vorher sehen läßt, dadurch die Rechnung gar sehr erleichtert wird. Denn wenn die Schweizer den Sturm thun, deren Anzahl $= x$, so ist die Zahl der beyden übrigen $= ſ - x$. Da nun jene 1 Rthl., diese aber $\frac{1}{2}$ Rthl. bekommen, so wird $x + \frac{1}{2}ſ - \frac{1}{2}x = 901$.

Eben so, wenn die Schwaben Sturm laufen, so wird $y + \frac{1}{3}ſ - \frac{1}{3}y = 901$,

und endlich, wenn die Sachsen Sturm laufen, so wird $z + \frac{1}{4}ſ - \frac{1}{4}z = 901$ seyn.

Aus diesen drey Gleichungen kann ein jeder der drey Buchstaben x, y und z bestimmt werden; denn aus der ersten erhält man $x = 1802 - ſ$, aus der zweyten $2y = 2703 - ſ$, aus der dritten $3z = 3604 - ſ$.

Nun schreibe man dieselben unter einander, suche aber erstlich die Werthe von $6x$, $6y$, und $6z$.

$$\begin{aligned} 6x &= 10812 - 6ſ \\ 6y &= 8109 - 3ſ \\ 6z &= 7208 - 2ſ \end{aligned}$$

Dieses addirt: $6ſ = 26129 - 11ſ$ oder $17ſ = 26129$

Hieraus findet man $ſ = 1537$, welches die Anzahl aller Köpfe ist und daraus ergiebt sich ferner:

$x = 1802 - 1537 = 265$,

$2y = 2703 - 1537 = 1166$ und $y = 583$,

$3z = 3604 - 1537 = 2067$ und $z = 689$.

Antwort. Die Compagnie der Schweizer bestand also aus 265 Mann, der Schwaben aus 583, und der Sachsen aus 689 Mann.

V. Capitel.

Von der Auflösung der reinen quadratischen Gleichungen.

§. 61.

Eine Gleichung wird quadratisch genannt, wenn darin das Quadrat oder die zweyte Potenz der unbekannten Zahl vorkömmt, wofern sich nur keine höhere Potenzen derselben darin befinden. Denn sollte darin auch die dritte Potenz vorkommen, so wird eine solche Gleichung schon zu den cubischen gerechnet, deren Auflösung besondere Regeln erfordert.

§. 62.

In einer quadratischen Gleichung kommen also nur dreyerley Glieder vor: erstens solche Glieder, worin die unbekannte Zahl gar nicht enthalten ist, oder welche blos aus bekannten Zahlen zusammen gesetzt sind; zweytens solche Glieder, in welchen nur die erste Potenz der unbekannten Zahl vorkömmt; und drittens solche, in welchen das Quadrat der unbekannten Zahl enthalten ist.

Also wenn x die unbekannte Zahl andeutet, die Buchstaben a, b, c, d u. s. w. aber bekannte Zahlen vorstellen, so haben die Glieder der ersten Art diese Form a, von der zweyten Art haben die Glieder die Form bx, und die Glieder der dritten Art haben die Form cxx.