



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Leonhard Eulers vollständige Anleitung zur niedern und höhern Algebra

Euler, Leonhard

Berlin, 1797

VD18 90239571

VI. Capitel. Von der Auflösung der vermischten quadratischen
Gleichungen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-50547](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-50547)

6tes Cap. Von den vermisch. quadr. Gleich. 51

minnstes ist daher $\frac{1}{500}x^3$, welcher mit $2\frac{2}{9}$, d. i. mit $\frac{20}{9}$ multiplicirt, $\frac{20}{4500}x^3$ oder $\frac{1}{225}x^3$ giebt, welches der Zahl der x gleich seyn muß. Daher hat man diese Gleichung $\frac{1}{225}x^3 = x$, oder $x^3 = 225x$, welche cubisch zu seyn scheint. Weil man aber durch x dividiren kann, so kömmt diese quadratische Gleichung heraus: $x^2 = 225$, mithin $x = 15$.

Antw. Es sind daher in allem 15 Kaufleute gewesen, und ein jeder hat 150 Rthl. eingelegt.

VI. Capitel.

Von der Auflösung der vermischten quadratischen Gleichungen.

§. 76.

Eine vermischte quadratische Gleichung ist eine solche, in welcher dreyerley Glieder vorkommen, nemlich einige, welche das Quadrat der unbekannten Zahl enthalten, wie ax^2 ; zweytens auch solche, worin die unbekannte Zahl selbst vorkömmt, als bx , und endlich solche Glieder, welche blos aus bekannten Zahlen zusammengesetzt sind. Da nun zwey oder mehrere Glieder von einer Art in eins zusammen gezogen, und alle auf eine Seite des Zeichens $=$ gebracht werden können, so wird die Form dieser Gleichung folgendergestalt beschaffen seyn:

$$ax^2 \pm bx \pm c = 0.$$

Wie nun aus solchen Gleichungen der Werth von x gefunden werden kann, soll in diesem Capitel gezeigt werden. Es kann dies aber auf zweyerley Art geschehen.

D 2

§. 77.

§. 77.

Eine jede quadratische Gleichung, z. B. die vorige $ax^2 \pm bx \pm c = 0$, kann durch die Division so eingerichtet werden, daß das erste Glied nur allein das reine Quadrat der unbekannten Zahl x enthalte. Denn wenn man hier mit a dividirt, so erhält man $x^2 \pm \frac{b}{a}x \pm \frac{c}{a} = 0$. Setzt man nun der Kürze wegen $\frac{b}{a} = p$ und $\frac{c}{a} = q$, so bekommt unsere Gleichung diese Form $x^2 \pm px \pm q = 0$, oder, wenn man q auf die andere Seite bringt, $x^2 \pm px = \mp q$, wo p und q bekannte Zahlen, sowohl positive als negative andeuten; und jetzt kommt es nun noch darauf an, wie der wahre Werth von x gefunden werden soll. Hierbey ist zuerst zu merken, daß, wenn $x^2 + px$ ein wirkliches Quadrat wäre, die Auflösung keine Schwierigkeit haben würde, weil man nur nöthig hätte, auf beyden Seiten die Quadratwurzel zu nehmen.

§. 78.

Es ist aber klar, daß $x^2 + px$ kein Quadrat seyn kann, weil wir oben (1 Th. §. 306) gesehen haben, daß, wenn die Wurzel aus zwey Gliedern besteht, z. B. $x + n$, das Quadrat davon drey Glieder enthalte, nemlich außer dem Quadrat eines jeden Theils, noch das doppelte Product beyder Theile, also daß das Quadrat von $x + n$ seyn wird $x^2 + 2nx + n^2$. Da wir nun auf einer Seite schon $x^2 + px$ haben, so können wir x^2 als das Quadrat des ersten Theils der Wurzel ansehen, und da muß px das doppelte Product des ersten Theils der Wurzel x mit dem andern Theil seyn; daher der andere Theil $\frac{1}{2}p$ seyn muß,

muß, wie denn auch wirklich das Quadrat von $x + \frac{1}{2}p$ gleich $x^2 + px + \frac{1}{4}p^2$ gefunden wird.

§. 79.

Da nun $x^2 + px + \frac{1}{4}p^2$ ein wirkliches Quadrat und die Wurzel davon $x + \frac{1}{2}p$ ist, so dürfen wir nur bey unserer Gleichung zu $x^2 + px = q$ auf beyden Seiten $\frac{1}{4}p^2$ addiren, so bekommen wir $x^2 + px + \frac{1}{4}p^2 = q + \frac{1}{4}p^2$, wo auf der ersten Seite ein wirkliches Quadrat, auf der andern aber blos bekannte Zahlen befindlich sind. Wenn wir daher auf beyden Seiten die Quadratwurzel ausziehen, so erhalten wir $x + \frac{1}{2}p = \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$. Subtrahirt man nun $\frac{1}{2}p$, so erhält man $x = -\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$; und da jede Quadratwurzel sowohl positiv als negativ genommen werden kann, so findet man für x zwey Werthe, welche man durch folgende Form ausdrücken pflegt:

$$x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}.$$

§. 80.

In dieser Formel ist nun die Regel enthalten, nach welcher alle Quadrategleichungen aufgelöst werden können, und damit man nicht immer nöthig habe, die obige Operation von neuem anzustellen, so ist genug, daß man diese Formel wohl im Gedächtniß behalte. Man kann daher die Gleichung auch so anordnen, daß das bloße Quadrat x^2 auf einer Seite zu stehen komme, und dann wird die obige Gleichung diese Form erhalten: $x^2 = -px + q$, aus welcher der Werth von x sogleich also geschrieben werden kann: $x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

§. 81.

Hieraus ergibt sich nun diese allgemeine Regel, um die Gleichung $x^2 = -px + q$ aufzulösen.

Man sieht nemlich aus der Gleichung $x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{(\frac{1}{4}p^2 + q)}$, daß die unbekannte Zahl x der Hälfte der Zahl gleich seyn werde, womit x auf der andern Seite multiplicirt ist, und überdies noch $+$ oder $-$ der Quadratwurzel aus dem Quadrat der Zahl, so eben geschrieben worden, nebst der bloßen Zahl, welche das dritte Glied der Gleichung ausmacht.

Wenn daher diese Gleichung vorkäme $x^2 = 6x + 7$, so würde man sogleich $x = 3 \pm \sqrt{(9+7)} = 3 \pm 4$ haben. Folglich sind die beyden Werthe von x I.) $x = 7$, und II.) $x = -1$.

Hätte man diese Gleichung $x^2 = 10x - 9$, so wird $x = 5 \pm \sqrt{(25-9)}$, welches $= 5 \pm 4$; daher die beyden Werthe $x=9$ und $x=1$ seyn werden.

§. 82.

Um diese Regel noch mehr zu erläutern, kann man folgende Fälle unterscheiden: I.) wenn p eine gerade Zahl ist, II.) wenn p eine ungerade Zahl ist, und III.) wenn p eine gebrochene Zahl ist.

Es sey I.) p eine gerade Zahl und die Gleichung also beschaffen:

$x^2 = 2px + q$, so bekommt man $x = p \pm \sqrt{(p^2 + q)}$.

Es sey II.) p eine ungerade Zahl und die Gleichung $x^2 = px + q$, da dann seyn wird

$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{(\frac{1}{4}p^2 + q)}$; da nun $\frac{1}{4}p^2 + q = \frac{p^2 + 4q}{4}$, aus dem Nenner 4 aber die Quadratwurzel gezogen

gezogen werden kann, so bekommt man $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{(p^2 + 4q)}$, oder $x = \frac{p \pm \sqrt{(p^2 + 4q)}}{2}$.

Wird aber III.) p ein Bruch, so kann die Auflösung folgendergestalt geschehen. Es sey die quadratische Gleichung $ax^2 = bx + c$, oder $x^2 = \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}$,

so wird nach der Regel $x = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)}$.

Da nun aber $\frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2 + 4ac}{4a^2}$ und hier der Nenner ein Quadrat ist, so wird $x = \frac{b \pm \sqrt{(b^2 + 4ac)}}{2a}$.

§. 83.

Eine andere Art der Auflösung besteht darin, daß man eine solche vermischte quadratische Gleichung, nemlich $x^2 = px + q$ in eine reine verwandle; dies geschieht, wenn man statt der unbekannten Zahl x eine andere y in die Rechnung einführt, also daß $x = y + \frac{1}{2}p$; da man denn, wenn y gefunden worden, auch sogleich den Werth von x erhält.

Schreibt man nun $y + \frac{1}{2}p$ statt x , so wird $x^2 = y^2 + py + \frac{1}{4}p^2$ und $px = py + \frac{1}{2}p^2$. Die obige Gleichung $x^2 = px + q$ wird sich also in folgende verwandeln lassen: $y^2 + py + \frac{1}{4}p^2 = py + \frac{1}{2}p^2 + q$. Subtrahirt man hier erstlich py , so hat man $y^2 + \frac{1}{4}p^2 = \frac{1}{2}p^2 + q$. Ferner $\frac{1}{4}p^2$ subtrahirt, giebt $y^2 = \frac{1}{4}p^2 + q$; dies ist eine reine quadratische Gleichung, und man erhält daraus sogleich $y = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2 + q\right)}$. Da nun $x = y + \frac{1}{2}p$, so wird $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2 + q\right)}$, wie wir schon oben gefunden haben. Es ist also nun nichts mehr übrig, als diese Regel noch mit einigen Beispielen zu erläutern.

§. 84.

I. Aufg. Ich habe zwey Zahlen; die eine ist um 6 größer als die andere, und ihr Product macht 91; welches sind diese Zahlen?

Die kleinere Zahl sey x , so ist die größere $x + 6$, und ihr Product $x^2 + 6x = 91$. Man subtrahire $6x$, so hat man $x^2 = -6x + 91$, und nach der Regel $x = -3 \pm \sqrt{(9 + 91)} = -3 \pm 10$, daher hat man entweder $x = 7$ oder $x = -13$.

Antw. Diese Aufgabe erlaubt also zwey Auflösungen; nach der ersten ist die kleinere Zahl $x = 7$, die größere $x + 6 = 13$, nach der andern aber ist die kleinere $x = -13$ und die größere $x + 6 = -7$.

§. 85.

II. Aufg. Suche eine solche Zahl, daß, wenn ich von ihrem Quadrat 9 subtrahire, so viel über 100 bleiben, als meine Zahl weniger als 23 ist; welche Zahl ist es?

Es sey die Zahl x , so ist $x^2 - 9$ über 100 um $x^2 - 109$. Die gesuchte Zahl x aber ist unter 23 um $23 - x$; woraus diese Gleichung entsteht: $x^2 - 109 = 23 - x$. Man addire 109, so wird $x^2 = -x + 132$, folglich nach der Regel $x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{(\frac{1}{4} + 132)} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{5\frac{29}{4}} = -\frac{1}{2} \pm 2\frac{3}{2}$. Also ist entweder $x = 11$, oder $x = -12$.

Antw. Wenn nur eine positive Antwort verlangt wird, so ist die gesuchte Zahl 11, deren Quadrat weniger 9, macht 112. Diese Zahl ist um 12 größer als 100, und die gefundene Zahl 11 ist um eben so viel kleiner als 23.

§. 86.

§. 86.

III. Aufg. Suche eine Zahl von der Beschaffenheit, daß, wenn ich ihre Hälfte mit ihrem Drittel multiplicire, und zum Product $\frac{1}{2}$ der gesuchten Zahl addire, die Zahl 30 heraus komme.

Es sey diese Zahl x , deren Hälfte mit ihrem Drittel multiplicirt, $\frac{1}{6}x^2$ giebt. Es muß also $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x = 30$ seyn. Mit 6 multiplicirt, wird $x^2 + 3x = 180$, oder $x^2 = -3x + 180$; woraus man $x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{(\frac{9}{4} + 180)} = -\frac{3}{2} \pm \frac{27}{2}$ findet. Daher ist entweder $x = 12$, oder $x = -15$.

§. 87.

IV. Aufg. Suche zwey Zahlen in Proportionen dupla, d. h. wovon eine doppelt so groß als die andre ist, und zwar von der Beschaffenheit, daß wenn ich ihre Summe zu ihrem Product addire, 90 heraus komme.

Es sey die gesuchte Zahl x , so ist die größere $2x$, ihr Product $2x^2$, dazu ihre Summe $3x$ addirt, soll 90 geben. Also $2x^2 + 3x = 90$, und $3x$ subtrahirt, $2x^2 = -3x + 90$, durch 2 dividirt, giebt $x^2 = -\frac{3}{2}x + 45$; woraus nach der Regel $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{(\frac{9}{16} + 45)} = -\frac{3}{4} \pm \frac{27}{4}$ gefunden wird. Daher ist entweder $x = 6$ oder $x = -7\frac{1}{2}$.

§. 88.

V. Aufg. Es kauft jemand ein Pferd für einige Rthl., verkauft dasselbe wieder für 119 Rthl. und gewinnt daran so viel Procennte, als das Pferd gekostet hat. Nun ist die Frage, wie theuer dasselbe eingekauft worden?

D 5

Das

Das Pferd habe x Rthl. gekostet, und weil der Käufer beym Verkauf darauf x Proc. gewonnen hat, so setze man, mit 100 gewinnt man x , wie viel mit x ? Antw. $\frac{x^2}{100}$. Da er nun $\frac{x^2}{100}$ gewonnen hat, der Einkauf aber x gewesen ist, so muß er dasselbe für $x + \frac{x^2}{100}$ verkauft haben. Daher wird $x + \frac{x^2}{100} = 119$. Man subtrahire x , so kömmt $\frac{x^2}{100} = -x + 119$, und mit 100 multiplicirt, wird $x^2 = -100x + 11900$, woraus nach der Regel gefunden wird: $x = -50 \pm \sqrt{(2500 + 11900)}$
 $= -50 \pm \sqrt{14400} = -50 \pm 120$.

Antw. Das Pferd hat also 70 Rthl. gekostet, weil er nun darauf 70 Procent gewonnen hat, so war der Gewinnst 49 Rthl. Er muß also dasselbe für $70 + 49$, das ist für 119 Rthl. verkauft haben, wie wirklich laut der Aufgabe geschehen ist.

§. 89.

VI. Aufg. Es kauft jemand eine gewisse Anzahl Bücher, das erste für 2 Rthl., das zweite für 4 Rthl., das dritte für 6 Rthl. und immer 2 Rthl. mehr für das folgende, und bezahlt für alle Bücher 110 Rthl. Wie viel sind der Bücher gewesen?

Nennt man die zu suchende Anzahl der Bücher x , so zeigt folgendes, wie viel er für jedes bezahlt hat, nemlich

für das 1, 2, 3, 4, 5 . . . x

zahlt er 2, 4, 6, 8, 10 . . . $2x$ Rthl.

Man muß also diese arithmetische Progression $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2x$, welche aus x Gliedern besteht, summiren, um den Preis aller Bücher zu finden.

Nach

Von den vermischten quadrat. Gleichungen. 59

Nach der oben im ersten Theile gegebenen Regel also addire man das erste und letzte Glied zusammen, so bekommt man $2x + 2$. Dieses multiplicire man mit der Anzahl der Glieder x , so bekommt man die doppelte Summe $2x^2 + 2x$. Daher die Summe selbst $x^2 + x$ seyn wird, welche der Zahl 110 gleich seyn muß, oder $x^2 + x = 110$. Man subtrahire x , so wird $x^2 = -x + 110$, folglich $x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + 110\right)}$ oder $= -\frac{1}{2} + \sqrt{44\frac{1}{4}}$, oder $x = -\frac{1}{2} + \frac{21}{2} = 10$.

Antw. Es sind 10 Stück Tücher gekauft worden.

§. 90.

VII. Aufg. Jemand kauft einige Tücher für 180 Rthl. Wären der Tücher für eben das Geld 3 mehr gewesen, so wäre ihm das Stück um 3 Rthl. wohlfeiler gekommen. Wie viel sind es Tücher gewesen?

Es seyen x Tücher gewesen, so hat das Stück wirklich $\frac{180}{x}$ Rthl. gekostet. Hätte er aber $x + 3$ St. für 180 Rthl. bekommen, so würde das St. $\frac{180}{x+3}$ Rthl. gekostet haben, welcher Preis um 3 Rthl. weniger ist, als der wirkliche, woraus diese Gleichung entsteht: $\frac{180}{x+3} = \frac{180}{x} - 3$. Man multiplicire mit x , so hat man $\frac{180x}{x+3} = 180 - 3x$. Durch 3 dividirt, giebt $\frac{60x}{x+3} = 60 - x$. Mit $x + 3$ multiplicirt, wird $60x = 180 + 57x - x^2$. Man addire x^2 , so kommt $x^2 + 60x = 180 + 57x$. Man subtrahire $60x$, so kommt $x^2 = -3x + 180$. Hier

Hieraus nach der Regel

$$x = -\frac{3}{2} + \sqrt{\left(\frac{3}{4} + 180\right)}, \text{ oder } x = -\frac{3}{2} + \frac{27}{2} = 12.$$

Antw. Also sind 12 Zücher für 180 Rthl. gekauft worden, daher eins 15 Rthl. gekostet hat. Hätte man aber 3 Stück mehr, nemlich 15 Stück für 180 Rthl. bekommen, so würde 1 St. 12 Rthl., folglich 3 Rthl. weniger gekostet haben.

§. 91.

VIII. Aufg. Zwey haben eine Gesellschaft, legen zusammen 100 Rthl. ein; der erste läßt sein Geld 3 Monath lang, der andere aber 2 Monath lang stehen, und ein jeder zieht mit Capital und Gewinnst 99 Rthl. Wie viel hat jeder eingelegt?

Der erste habe x Rthl., und also der andere $100 - x$ eingelegt; da nun der erste 99 Rthl. zurück zieht, so ist sein Gewinn $99 - x$, welcher in 3 Monathen mit dem Capital x ist erworben worden; da der andere auch 99 Rthl. zurück zieht, so war sein Gewinn $99 - (100 - x) = x - 1$, welcher in zwey Monathen mit dem Capital $100 - x$ erworben worden; mit eben diesem Capital $100 - x$ würden also in 3 Monathen $\frac{3x-3}{2}$ gewonnen werden.

Nun sind diese Gewinnste den Capitalen proportional; nemlich jenes Capital verhält sich zu jenem Gewinnst, wie dieses Capital zu diesem Gewinnst, d. i. $x : 99 - x = 100 - x : \frac{3x-3}{2}$. Man setze das

Product der äußern Glieder dem Product der mittlern Glieder gleich (1 Th. §. 463), so hat man $\frac{3x^2-3x}{2} = 9900 - 199x + x^2$, und wenn man mit 2 multiplicirt, $3x^2 - 3x = 19800 - 398x + 2x^2$.

Von den vermischten quadrat. Gleichungen. 61

$2x^2$. Man subtrahire $2x^2$, so wird $x^2 - 3x = 19800 - 398x$, hiezu $3x$ addirt, giebt $x^2 = 395x + 19800$. Daher nach der Regel (§. 81)
 $x = -\frac{395}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{156025}{4} + \frac{792000}{4}\right)}$, das ist
 $x = -\frac{395}{2} + \frac{485}{2} = \frac{90}{2} = 45$.

Antw. Der erste hat also 45 Rthl. und der andere 55 Rthl. eingelegt. Mit den 45 Rthl. hat der erste in 3 Monath 54 Rthl. gewonnen, und würde demnach in einem Monath 18 Rthl. gewonnen haben. Der andere aber gewinnt mit 55 Rthl. in 2 Monath 44 Rthl., würde also in einem Monath 22 Rthl. gewonnen haben, welches auch mit jenem übereinstimmt. Denn wenn mit 45 Rthl. in einem Monath 18 gewonnen werden, so werden mit 55 in gleicher Zeit 22 Rthl. gewonnen.

§. 92.

IX. Aufg. Zwey Bäuerinnen tragen zusammen 100 Eyer auf den Markt, eine mehr als die andere, und lösen doch beyde gleich viel Geld. Nun sagt die erste zu der andern: hätte ich deine Eyer gehabt, so hätte ich 15 Kreuzer gelöst; darauf antwortet die andere, hätte ich deine Eyer gehabt, so hätte ich daraus $6\frac{2}{3}$ Kreuzer gelöst. Wie viel hat jede gehabt?

Die erste habe x Eyer, und also die andere $100 - x$ gehabt. Da nun also die erste $100 - x$ Eyer für 15 Kreuzer verkauft haben würde, so setze man diese Regeldetri $100 - x : 15 = x$ zu $\frac{15x}{100 - x}$ Kr. Eben so bey der andern, welche x Eyer für $6\frac{2}{3}$ Kr. verkauft haben würde, findet man, wie viel sie aus ihren

ihren $100 - x$ Eyer gelöst, $x : \frac{20}{3} = 100 - x$ zu
 $\frac{2000 - 20x}{3x}$. Da nun die beyden Bäuerinnen gleich
 viel gelöst haben, so haben wir folgende Gleichung:
 $\frac{15x}{100 - x} = \frac{2000 - 20x}{3x}$. Mit $3x$ multiplicirt, kömmt

$$2000 - 20x = \frac{45x^2}{100 - x}$$

Mit $100 - x$ multiplicirt,
 $45x^2 = 200000 - 4000x + 20x^2$, $20x^2$ subtra-
 hirt, $25x^2 = 200000 - 4000x$. Durch 25 divi-
 dirt, $x^2 = -160x + 8000$, daher nach der Regel
 $x = -80 + \sqrt{(6400 + 8000)} = -80 + 120 = 40$.

Antw. Die erste Bäuerin hat also 40 Eyer,
 die andere 60 Eyer gehabt und eine jede hat 10 Kr.
 gelöst.

§. 93.

X. Aufg. Es verkaufen zwey einige
 Ellen Zeug, der andere 3 Ellen mehr als
 der erste, und lösen zusammen 35 Rthl.
 Der erste sagt zum andern: aus deinem
 Zeuge wollte ich 24 Rthl. gelöst haben,
 und der andere antwortet, ich hätte aus
 deinem $12\frac{1}{2}$ Rthl. gelöst. Wie viel hat
 jeder Ellen gehabt?

Der erste habe x Ellen, folglich der andere $x + 3$
 Ellen gehabt. Da nun der erste aus $x + 3$ Ellen
 24 Rthl. gelöst hätte, so muß er seine x Ellen für
 $\frac{24x}{x+3}$ Rthl. verkauft haben, und da der andere x
 Ellen für $12\frac{1}{2}$ Rthl. verkauft hätte, so hätte er seine
 $x + 3$ Ellen für $\frac{25x+75}{2x}$ verkauft, und so haben

beyde zusammen $\frac{24x}{x+3} + \frac{25x+75}{2x} = 35$ Rthl. gelö-
 set. Also $\frac{48x^2}{x+3} + 25x + 75 = 70x$, oder $\frac{48x^2}{x+3} =$

$$45x - 75,$$

Von den vermischten quadrat. Gleichungen. 63

45 — 75, mit $x + 3$ multiplicirt, wird $48x^2 = 45x^2 + 60x - 225$, subtrahirt $45x^2$, so hat man $3x^2 = 60x - 225$, oder $x^2 = 20x - 75$. Hieraus wird $x = 10 \pm \sqrt{(100 - 75)} = 10 \pm \sqrt{25}$, also $x = 10 \pm 5$ gefunden.

Antw. Es giebt bey diesem Falle zwey Auflösungen. Nach dem ersten hat der erste 15 Ellen, und der andere 18 Ellen. Weil nun der erste 18 Ellen für 24 Rthl. verkauft hat, so hat er aus seinen 15 Ellen 20 Rthl. gelöst, der andere aber hätte aus 15 Ellen $12\frac{1}{2}$ Rthl. gelöst, hat also aus seinen 18 Ellen 15 Rthl. gelöst, also beyde zusammen 35 Rthl.

Nach der andern Auflösung hat der erste 5 Ellen gehabt, folglich der andere 8 Ellen, also hätte der erste 8 Ellen für 24 Rthl. verkauft, und hat also aus seinen 5 Ellen 15 Rthl. gelöst. Der andere hätte 5 Ellen für $12\frac{1}{2}$ Rthl. verkauft, hat also aus seinen 8 Ellen 20 Rthl. gelöst, folglich beyde zusammen eben wieder 35 Rthl.

VII. Capitel.

Von der Ausziehung der Wurzeln aus den vieleckigen Zahlen.

§. 94.

Wir haben oben (1 Th. §. 436) gezeigt, wie die vieleckigen Zahlen gefunden werden können; was wir aber daselbst eine Seite genannt haben, wird auch eine Wurzel genannt. Wenn nun die Wurzel durch x angedeutet wird, so werden daraus die vieleckigen Zahlen folgendergestalt gefunden:

Das