Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 8. In einem Dreyecke ist jede Seite kleiner als die Summe der beyden andern Seiten.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

der Punkt D auf irgend einen Punkt in der Linie BA. Eben so, weil der Winkel F dem Winkel C gleich ist, fällt FD auf CA, und der Punkt D auf irgend einen Punkt der Linie CA. Da folglich D sowohl in der Linie BA, als in der Linie CA liegt, so muss es auf den Durchschnittspunkt A dieser beyden Linien liegen, als den einzigen Punkt, den diese Linien mit einander gemein haben *. Folglich fallen alle drey Winkelpunkte, und also auch die Seiten des einen Dreyecks mit denen des andern zusammen, und also decken sich beyde Dreyecke. * Gr. 6 f. 3.

Folgerung. Folglich sind in solchen Dreyecken auch die Winkel A, D und die Seiten AB, DE und AC, DF (d. i. die Winkel die den gleichen Seiten, und die Seiten die den gleichen Winkeln gegenüberstehn) so wie die Flächenräume einander gleich. Und diese Gleichheit wird durch die Gleichheit dreyer Stücke, einer Seite und zweyer anliegender Winkel bestimmt.

[Anmerkung. Auch wenn zwey Winkel und eine Seite, die nicht zwischen ihnen liegt, in zwey Dreyecken gleich sind, so decken sich diese Dreyecke. Doch ist das ein Satz der sich erst weiterhin * darthun läst. Hierher gehört Aufg. 9.] * 18.

LEHRSATZ 8.

In einem Dreyecke ist jede Seite kleiner als die Summe der beyden andern Seiten.

Denn jede Seite, z. B. BC, ist als grade Linie der kürzeste Weg zwischen den beyden Winkelpunkten B, C, also nothwendig kleiner als die Summe der gebrochnen Linien BA + AC. * E. 5.

Folgerung. Daraus folgt dafs im Dreyecke jede Seite AC gröfser als der Unterfchied zweyer Seiten *Gr.2.γ BC — BA ift*. Wegen beyder Sätze fehe man B. II. Erkl. 11. Zuf.

LEHRSATZ 9.

Fig. 20. *Nimmt man innerhalb eines Dreyecks ABC irgend einen Punkt O, und zieht von demfelben nach den Endpunkten einer der Seiten z. B. der BC, grade Linien OB, OC, fo ift die Summe diefer beyden Linien kleiner als die Summe der beyden andern Seiten des Dreyecks, d. h. als AB + AC.*

Man verlängere die Linie BO bis wo fie die Seite AC im Punkte D trift; fo ift im Dreyecke ODC die *. 8. f. Seite $OC < OD + DC$*, folglich wenn man beyderfeits BO hinzufügr $BO + OC < BO + OD + DC$ d. i. $BO + OC < BD + DC$.

Nun aber ift auch im Dreyecke ABD die Seite $BD < BA + AD$, folglich wenn man beyderfeits DC hinzufügt, $BD + DC < BA + AC$. Folglich ift noch vielmehr $BO + OC < BA + AC$.

Anmerkung. Dagegen ift der Winkel O den die beyden Linien im Dreyecke umfchliefsen, gröfser als der Winkel A an der Spitze des Dreyecks. Der Beweis diefes Satzes beruht darauf, dafs der äufsere Winkel am Dreyecke gröfser ift, als jeder der gegenüberftehenden innern Winkel. Folglich $O > D > A$. Diefe unmittelbare Folge aus Lehrfatz 30 beweift Euklid befonders, ehe er an den gegenwärtigen Satz kömmt. Bey unferm Verfaffer müfte er ein Zufatz zu Lehrfatz 30. werden.

LEHRSATZ 10.

Wenn zwey Seiten AB, AC eines Dreyecks ABC Fig. 21 *zweyen Seiten DE, DF eines andern Dreyecks DEF*