



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Lehrsatz 20.] Zwey schiefwinklige Dreyecke decken sich, wenn in ihnen zwey Seiten und einer der Winkel, welcher diesen Seiten gegenübersteht, gleich sind, und dabey die zweyten gegenüberstehenden ...

[urn:nbn:de:hbz:466:1-51104](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-51104)

LEHRSATZ 19.

Zwey rechtwinklige Dreyecke decken sich, wenn die Hypotenuſe und eine der Katheten in beyden gleich iſt.

- Fig. 30. Es ſey die Hypotenuſe $AC = DF$ und die Kathete $AB = DE$, ſo wird die Deckung der beyden rechtwinkligen Dreyecke ABC, DEF dargethan ſeyn, wenn bewieſen wird, daß die beyden andern Katheten BC, EF gleich ſeyn müſſen. Gefetzt ſie könnten ungleich, und BC größer als EF ſeyn, ſo nehme man auf BC ein Stück $BG = EF$ und ziehe AG . Dann hätten die beyden rechtwinkligen Dreyecke ABG, DEF gleiche Katheten, $AB = DE$ und $BG = EF$; ſie müſten ſich alſo decken *, und auch ihre dritten Seiten AG, DF gleich ſeyn. Es iſt aber nach der Vorausſetzung $DF = AC$. Alſo wäre $AG = AC$, und wir hätten hier zwey gleiche, durch den Punkt A gezogene, auf BC ſchiefauſtgehende grade Linien, in ungleichem Abſtand vom Perpendikel, welches unmöglich iſt *. Alſo iſt es unmöglich daß BC und EF ungleich wären, alſo nothwendig, daß beyde Dreyecke ſich decken *.

[Anmerkung. Auch hieraus folgt, daß das Perpendikel aus der Spitze des gleichſchenklichen Dreyecks auf die Grundlinie, die Grundlinie und den Winkel an der Spitze halbirt.]

[LEHRSATZ 20.]

Zwey ſchiefwinklige Dreyecke decken ſich, wenn in ihnen zwey Seiten und einer der Winkel, welcher dieſen Seiten gegenüberſteht, gleich ſind, und dabey

die zweyten gegenüberstehenden Winkel beyde spitz,
oder beyde stumpf sind.

Es sey $NB = DE$, $BL = EF$ und der Winkel *Fig. 24.*
 $N = D$, so werden die beyden Dreyecke NBL , DEF sich
unter der Bedingung decken, daß die beyden andern,
den gleichen Seiten gegenüberstehenden Winkel, bey-
de spitz, oder beyde stumpf sind, welche Fälle die
Figur beyde darstellt.

Man ziehe aus der Spitze der von den gleichen
Seiten eingeschlossnen Winkel B , E auf die gegen-
überstehende Grundlinie oder deren Verlängerung die
senkrechten Linien BM , EH *, so decken sich die **Aufg. 3*
rechtwinkligen Dreyecke NMB , DHE weil in ihnen
einer der spitzen Winkel N , D und eine Seite NB , DE
gleich sind *. Also fallen die Seiten NM , DH , die **18. f. 2.*
Punkte B , E , und zugleich die Perpendikel BM , EH
zusammen. Folglich sind dann BL , EF zwey von Ei-
nem Punkte eines Perpendikels, nach Einer graden Li-
nie, (den zusammenfallenden NL , DF) gezogene
schiefauffstehende Linien. Da nun; der Voraussetzung
gemäß, erstens die Winkel L , F , welche den zusam-
menfallenden Linien NB , DE gegenüberstehn und da-
her auf einerley Seite der schiefauffstehenden Linie BL ,
 EF liegen, entweder beyde spitz, oder beyde stumpf
sind, so müssen diese schieffstehenden Linien BL , EF
sich auf einerley Seite des Perpendikels befinden *, und **16. Z. 2.*
und da sie zweytens der Voraussetzung nach gleich
sind, so müssen sie zusammenfallen *. — Folglich fal- ** 16. 2.*
len alle drey Seiten der Dreyecke NBL , DEF zusam-
men, und beyde Dreyecke decken sich.

Anmerkung. Diesen Satz der bey *Enklid* und *Le Gemdre* fehlt, habe ich aus *Simpson* entlehnt, den Beweis aber selbst geführt, da *Simpson* die Hauptsache, daß BC , EF auf einerley Seite des Perpendikels fallen müssen, nicht darthut, wozu ihm Sätze, wie die bey dem 16ten Lehrsatz nachgetragenen, fehlten. Daß dieser Satz übrigens allein unter der beygefüzten Bedingung gilt, erhellt aus dem Beweise. Denn nur unter dieser Bedingung ist es nothwendig daß die schiefstehenden Linien BL , EF , beyde auf einerley Seite des Perpendikels liegen und sich decken. Ohnedem könnten sie wie BL , EF auf entgegengesetzten Seiten des Perpendikels liegen, und dann würden sie ihrer Gleichheit ungeachtet nicht zusammenfallen. Die Deckung bliebe also ohne jene Bedingung zweifelhaft. — Wie, wenn zwey Linien als Seiten eines Dreyecks, und ein ihnen gegenüberstehender Winkel gegeben sind, das Dreyeck zu finden ist, lehrt Aufg. 10.

d. U.

LEHRSATZ 21.

Fig. 31. *Zwey grade Linien AC , BD , welche auf einer dritten AB senkrecht stehn*, sind parallel, d. h. treffen nie zusammen, so weit man sie auch verlängert*.*

Denn gesetzt sie träfen in irgend einem Punkte O oberhalb oder unterhalb der Linie AB zusammen*; so hätte man einen Punkt O , von welchem zwey verschiedene Perpendikel OA , OB noch derselben graden Linie AB giengen, welches unmöglich ist*.

[Hieraus erhellt die Möglichkeit parallaler Linien. — Die 15te Erklärung gehörte also hierher.]

LEHRSATZ 22.

Fig. 32. *Wenn auf der graden Linie AB , eine andere BD senkrecht und eine zweyte AC schief aussteht, so daß*