Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 23. Wenn zwey grade Linien AC, BD mit einer dritten AB zwey innere Winkel* CAB, ABD bilden, deren Summe zwey rechte Winkeln gleich ist, so sind sie parallel.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

gleich weit entfernten Punkten auf der AC, die Perpendikel auf AB immer weniger von einander abſtünden, und ihre Entfernungen vielleicht in einer geometriſchen oder andern unendlichen Reihe die eine endliche Summe hat, abnehmen könnten, da denn für gewiſſe Entfernungen der BD, die AC ſich ihr aſſymptotiſch nähern würde, ohne ſie je zu erreichen. In dieſem Fall *wäre zwar eine Gränze* in der Entfernung jener Perpendikel vom Punkte A auf der Linie AB *vorhanden*, über die heraus für jede Entfernung von A kein Perpendikel aus einem Punkte in der AC die AB mehr duchſchnitte, allein dem ungeachtet gäbe es kein *letztes Perpendikel*, weil es bey allen Annäherungen ohne Ende keinen letzten Zuſtand giebt. Es ſcheint daher etwas übereilt zu ſeyn, wenn *Hr. Le Gendre* im vierten Abſatz aus dem was dargethan iſt (d. h. daraus daſs es kein letztes Perpendikel giebt) unmittelbar folgert, daſs in jeder noch ſo groſsen Entfernung von A ein Perpendikel aufſtehe; eine Folgerung die nur dann gültig wäre, wenn er dargethan hätte, daſs es in der Entfernung der Durchſchnittspunkte der Perpendikel auf der Linie AB, vom Punkte A an gerechnet, *keine Gränze* giebt. So lange er uns dieſes nicht beweiſt (und das möchte auf dem Wege, den er einſchlägt, kaum möglich ſeyn) können wir ſeinen Beweis nicht als bindend erkennen, ſondern müſſen ihn, ſo viel Scharfſinn er übrigens verräth, den nicht ganz geglückten Verſuchen die Schwierigkeit in der Theorie der Parallellinien zu heben, beyzählen. Unſerm Leſer wird er wenigſtens dazu dienen, daſs er einſieht, worauf die Schwierigkeit bey dieſem Satze beruht, welches mehreren, die ſich mit dieſer Theorie beſchäftigt haben, nicht ſcheint recht deutlich geweſen zu ſeyn. — Ueber die Verſuche die Theorie der Parallellinien auf einem andern Wege zu begründen, ſehe man die erſte unter den Bemerkungen, welche dieſen Elementen angehängt ſind.

d. U.

LEHRSATZ 23.

*Fig. 32. *Wenn zwey grade Linien AC, BD mit einer*
*25. An. *dritten AB zwey* *innere Winkel* * *CAB, ABD*

bilden, deren Summe zwey rechten Winkeln gleich ist, so sind sie parallel.

Aus dem Punkt G in der Mitte zwischen A und B sey senkrecht auf AC die grade Linie EGF gezogen *. *Au.1.3.
Der Voraussetzung nach sind GBD + GAE zwey rechten Winkeln gleich. Nun sind auch, als Nebenwinkel, GBD + GBF zwey rechten Winkeln, also der Summe jener beyden Winkel gleich*. Folglich GAE * Gr. 1.
= GBF.* Ueberdem sind als Scheitelwinkel AGE, * Gr. 2.
BGF, und der Construction gemäss die Seiten GA, GB gleich. Folglich decken sich die beyden Dreyecke AEG, BFG *, und auch die Winkel GFB, GEA * 6.
sind gleich. Nun ist GEA der Construction gemäss ein rechter Winkel, also auch GFB. Folglich stehn die beyden Linien AC, BD auf *einer* dritten senkrecht, * 21.
sind also parallel*.

[*Folgerung*. Sollen also zwey grade Linien zusammentreffen, so müssen sie mit jeder dritten, welche sie durchschneiden, zwey innere Winkel bilden, die zusammen genommen grösser oder kleiner als zwey rechte sind.]

LEHRSATZ 24.

Wenn zwey grade Linien AI, BD, mit einer dritten AB zwey innere Winkel BAI, ABD bilden, deren Summe kleiner als zwey rechte Winkel ist, so treffen sie genugsam verlängert zusammen, und zwar an der Seite der AB, an welcher die beyden innern Winkel, die kleiner als zwey rechte sind, liegen.]

Man ziehe durch A die grade Linie AC, [unter einem Winkel, welcher dem Nebenwinkel von ABD