Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 25. Wenn zwey Parallellinien AB, CD von einer graden Linie EF geschnitten werden, so ist die Summe der beyden innern Winkel AGO, GOC zwey rechten Winkeln gleich.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Zuſatz II. *Durch jeden Punkt A iſt mit einer graden Linie BD nur eine einzige Parallellinie AC möglich.* Denn jede von AC verſchiedne grade Linie AI oder AM, bildet mit AB einen kleinern oder einen gröſsern Winkel als AC, folglich zwey innere Winkel, deren Summe kleiner oder gröſser als zwey rechte iſt, durchſchneidet alſo BD.

[Anmerkung. Die Beſtimmung zu welcher Seite der AB, die beyden graden Linien zuſammentreffen, fehlte bey unſerm Verfaſſer mit Unrecht, da ſie von vielem Gebrauch iſt. — Der Lehrſatz ſelbſt iſt *Euklids* eilfer Grundſatz, über den man einige Bemerkungen am Ende dieſes Werks findet, wo auch unſer Verfaſſer eine überraſchende analytiſche Methode angiebt, wie ſich die Hauptſätze der Geometrie unabhängig von der Theorie der Parallellinien darthun laſſen.]

LEHRSATZ 25.

Wenn zwey Parallellinien AB, CD von einer graden Linie EF geſchnitten werden, ſo iſt die Summe der beyden innern Winkel AGO, GOC zwey rechten Winkeln gleich. Fig. 34.

Denn geſetzt ſie ſey kleiner oder gröſser als zwey rechte Winkel, ſo müſten, dem vorigen Lehrſatz zu folge, beyde Linien zuſammentreffen, wären alſo nicht parallel.

Folgerung I. Wenn AGO ein rechter Winkel iſt, ſo muſs es auch der zweyte innere Winkel GOC ſeyn. Folglich *ſteht jede grade Linie, die auf einer von zwey Parallellinien ſenkrecht ſteht, auch auf der andern ſenkrecht.*

Folgerung 2. Da AGO + GOC zwey rechten Winkeln gleich ist, überdem auch die Summe der Nebenwinkel GOD + GOC zwey rechte Winkel beträgt, so ist AGO gleich GOD, also auch gleich dem Scheitelwinkel des letztern COF. Also sind sowohl die vier spitzen Winkel EGB, AGO, GOD, COF einander gleich, als auch die vier stumpfen Winkel EGA, BGO, GOC, DOF; und jeder der spitzen macht mit jedem der stumpfen Winkel zusammengenommen zwey rechte Winkel aus. — Umgekehrt ist, wenn AGO gleich GOD oder COF ist, auch AGO + GOC gleich GOD + GOC d. h. zwey rechten Winkeln gleich.

Anmerkung. Diese Winkel liegen um zwey verschiedne Durchschnittspunkte G, O. Ein Winkel an einem Durchschnittspunkt in Verbindung mit einem Winkel am andern Durchschnittspunkt betrachtet, geben Paare von Winkeln, denen man eigne Namen gegeben hat. Die Winkel zwischen beyden Parallellinien, welche zu einerley Seite der durchschneidenden Linie liegen, nennt man vorzugsweise *innere Winkel* (angles internes) z. B. AGO, GOC auch BGO, GOD; die Winkel zwischen beyden Parallellinien, welche auf entgegengesetzter Seite der durchschneidenden Linie liegen, *Wechselswinkel* (angles alternes oder alternes internes) z. B. AGO, GOD auch BGO, GOC; endlich ein Paar Winkel auf einerley Seite der durchschneidenden Linie, wovon einer zwischen, der andere ausserhalb der beyden Parallellinien liegt, *äussere Winkel* (angles internes - externes), dergleichen EOD, EGB, auch EGA, EOC; FGB, FOD, und FGA, FOC sind. (Die Winkel ausserhalb beyder Parallellinien, auf entgegengesetzter Seite der durchschneidenden Linie, z. B. EGB, COF nennt *Le Gendre* alternes - externes; im Deutschen würden wir sie am schicklichsten *äussere Wechselswinkel* nennen.) — In diese Benennungen übertragen, sagt unser Lehrsatz und die vorhergehenden folgendes aus,

1. *Wenn zwey Parallellinien von einer dritten graden Linie durchschnitten werden, so sind* α) die *innern Winkel zusammen genommen zwey rechten Winkeln gleich;* β) *die Wechselswinkel und* γ) *auch die äussern Winkel untereinander gleich.*

2. Wenn *umgekehrt* zwey grade Linien so von einer dritten durchschnitten werden, dass die Summe der Innern Winkel zwey rechte beträgt, oder dass die Wechselswinkel, oder dass die Aeussern-Winkel gleich sind; so sind die Linien parallel *. Eins * 23.
dieser Merkmale zieht stets die beyden andern nach sich, wie aus Folgerung 2 erhellt.

[3. Werden dagegen zwey grade Linien von einer dritten so durchschnitten, dass die innern Winkel *nicht* zwey rechten, und Fig. 33.
die Wechselswinkel, so wie die äussern Winkel, *nicht* untereinander gleich sind, *so treffen diese Linien zusammen*, und zwar an der Seite der durchschneidenden Linie, an welcher die innern Winkel IAB + ABD < 2 R sind *; folglich an der Seite, wo * 24.
der kleinere der Wechselswinkel liegt IAB < ABF oder ABD < BAL, oder an der Seite an welcher der kleinere von zwey äussern Winkeln zwischen den Parallellinien liegt.]

[4. Auf die Sätze unter 2 beruht die *Construction der Parallellinien*, in Aufgabe 6, und daher auch die *Möglichkeit des Parallelogramms* *, welches entsteht, wenn man von zwey Punkten * E. 19.
einer Parallellinie nach der andern gleichlaufende Linien zieht, Fig. 34.
folglich Parallelen zwischen Parallelen bildet.]

LEHRSATZ 26.

Zwey grade Linien AB, CD, welche mit einer Fig. 35.
dritten EF parallel sind, sind untereinander selbst parallel.

Es sey RP ein Perpendikel auf EF. Weil nun AB mit EF parallel ist, so steht RP auch auf AB senkrecht *. * 25. f 1.
Weil zweytens CD mit EF parallel ist, so steht RP auch auf CD senkrecht. Also stehn AB, CD beyde