Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Lehrsatz 28.] Zwey grade Linien in einer Ebne, welche nicht parallel sind, stehn überall ungleich weit von einander ab, und zwar wird ihr Abstand nach der Seite zu, wo sie einander durchschneiden, ...

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Theorie der Parallellinien zu gründen gesucht haben, wozu diese Eigenschaft jedoch erst vermöge des folgenden Lehrsatzes tüchtig wird. Siehe Bemerkung 1. am Ende dieses Bandes.]

Zusatz. Grade auf dieselbe Art wird *der umgekehrte Satz* bewiesen, dass eine Linie, welche von einer graden Linie in allen ihren Punkten gleich weit absteht, auch eine grade Linie, und zwar eine Parallellinie mit der erstern seyn muss. Daraus folgt dass eine Linie die mit einer gegebnen Linie parallel läuft, der *geometrische Ort* aller Punkte ist, welche von der gegebnen graden Linie gleich weit abstehn, oder der geometrische Ort für die Aufgabe einen Punkt anzugeben, der von einer gegebnen graden Linie um eine gegebne Linie absteht. Alle Punkte in der Parallellinie und keiner ausser ihr, thun dieser Aufgabe genüge *.

* E. 21.

[LEHRSATZ 28.]

Zwey grade Linien in einer Ebne, welche nicht parallel sind, stehn überall ungleich weit von einander ab, und zwar wird ihr Abstand nach der Seite zu, wo sie einander durchschneiden, immer kleiner, nach der entgegengesetzten immer grösser. Fig. 37.

Es mögen AC, BH, zwey grade Linien seyn, welche nach der Seite von C und H hin zusammentreffen Von zwey Punkten B und H der einen, fälle man auf die andere die Perpendikel BA und HC, so muss HC < BA seyn.

Denn man errichte auf der Mitte von AC eine dritte ſenkrechte Linie EG; ſo muſs, weil beyde Linien ſich nach C und H zu, durchſchneiden ſollen,
* 23. f. dieſer Vorausſetzung gemäſs $EGH + GEC < 2R$*, folglich $EGH < R$ *alſo ſpitz ſeyn.* Nun aber läſst das Viereck GECH ſich wie im vorigen Beweiſe ſo auf das Viereck GEAB legen, daſs GE, EC, CH, auf GE, EA, AB, fallen. Geſetzt nun erſtens CH ſey gleich AB, ſo würden beyde Vierecke völlig einander decken, alſo EGH ein rechter Winkel ſeyn, welches der Vorausſetzung widerſpricht. Geſetzt zweytens CH ſey gröſser als AB, ſo würde, indem CH auf AB liegt, der Punkt H in der Verlängerung von AB, über B hinaus fallen; folglich müſten die Schenkel EG, GH
E.12. β den Winkel EGB einſchlieſsen, alſo $EGH > EGB$ d. i. der ſpitze Winkel gröſser als der ſtumpfe ſeyn, welches ungereimt wäre. Alſo muſs nothwendig HC kleiner als BA ſeyn, alſo der Abſtand zweyer ſolcher Linien nach der Seite des Durchſchnittspunktes hin immer kleiner, nach der entgegengeſetzten ſtets gröſser werden.

Die beyden Linien alſo *nähern ſich einander* immer mehr auf der Seite des Perpendikels, auf welcher der Durchſchnittspunkt liegt, oder *convergiren* nach dem Durchſchnittspunkte zu, *entfernen ſich* dagegen *von einander immer weiter* oder *divergiren* auf der entgegengeſetzten Seite des Perpendikels. Und zwar nimmt hier ihr Abſtand ohne Gränzen zu, und kann deshalb gröſser als jede angebliche Gröſse werden.

d. U.

LEHRSATZ 29.

Zwey Winkel BAC, DEF sind gleich, wenn ihre Schenkel nach einerley Seite zu untereinander parallel laufen, d. h. so, dass je zwey der parallelen auf einerley Seite der andern Schenkel liegen. Fig. 38.

Man verlängere, falls es nöthig ist, den Schenkel DE des einen Winkels, bis er einen Schenkel des andern Winkels in einem Punkte G durchschneidet. Dann werden die beyden Parallellinien EF, AC von einer graden Linie DG durchschnitten, folglich sind, als äussere Winkel, DEF, DGC gleich *. Ueberdem * 25. A. sind auch DGC, BAC, als äussere Winkel an den Parallellinien GD, AB gleich; folglich auch die Winkel DEF, BAC.

Anmerkung. Daraus, dass die Schenkel zweyer Winkel untereinander parallel sind, lässt sich auf die Gleichheit beyder Winkel nur unter der Bedingung schliessen, dass die parallelen Schenkel EF, AC nach einerley Seite der andern parallelen Schenkels ED, AB, und diese nach einerley Seite von jenen zu liegen [qu'ils soyent dirigés dans le même sens; ein Wort dem im Deutschen keins entspricht.] Auch sind die Winkel gleich, wenn die parallelen Schenkel *beyde* auf entgegengesetzten Seiten der andern liegen. Zwey Winkel wie DE'H, BAC, in welchen zwey der parallelen Schenkel E'D, AB diese Lage haben, die beyden andern E'H, AC aber auf entgegengesetzten Seiten der andern Schenkel liegen, sind nicht gleich, sondern ergänzen einander zu zwey rechten Winkeln.

LEHRSATZ 30.

Wenn man die Seite CA eines Dreyecks verlängert, so ist der von der Verlängerung AD und der Fig. 39.