Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 32. Die Summe aller innern Winkel eines gradelinigen Vielecks beträgt so vielmal zwey rechte Winkel, als das Vieleck Seiten, weniger zwey, hat.

es deren zwey, so müsten die drey Winkel zusammengenommen grösser als zwey rechte seyn.

In jedem rechtwinkligen oder stumpfwinkligen Dreyeck sind zwey Winkel spitz. Im *rechtwinkligen* beträgt die Summe der spitzen Winkel einen rechten Winkel, und im *rechtwinkligen gleichschenkligen Dreyeck* ist jeder der spitzen Winkel einem halben rechten gleich *. Die Winkel an der Grundlinie eines *gleichschenkligen Dreyecks* sind allemal spitz. * 12.

Folgerung 3. *Im gleichseitigen Dreyeck beträgt jeder Winkel zwey Drittel eines rechten* *. * 12. f.

[*Folgerung* 4. Nimmt man folglich auf dem einen Schenkel eines rechten Winkels GCB ein beliebiges Stück CG und beschreibt darüber ein gleichseitiges Dreyeck *, so wird dadurch der rechte Winkel in zwey Stücke geschnitten, welche $\frac{2}{3}$ R und $\frac{1}{3}$ R betragen und halbirt man den Winkel im gleichseitigen Dreyeck GCD *, so wird *der rechte Winkel in drey gleiche Theile getheilt.*] Fig. 17. *II. E. 11. Z. *Aufg. 5

LEHRSATZ 32.

Die Summe aller innern Winkel eines gradelinigten Vielecks beträgt so vielmal zwey rechte Winkel, als das Vieleck Seiten, weniger zwey, hat.

Es sey Fig. 5. ein Vieleck von beliebig viel Seiten. Zieht man die Diagonale AC so, dass sie ein Dreyeck ABC abschneidet, so bleibt ein Vieleck ACDEFG übrig, welches eine Seite weniger als das erste Vieleck hat, und dessen Winkel zusammengenommen, vermehrt um die Summe der Winkel des Dreyecks ABC,

d. h. um zwey rechte Winkel der Summe der Winkel des ersten Vielecks gleich sind. — Folglich ist die Summe aller Winkel eines *Vierecks* der Summe der Winkel eines Dreyecks und zwey rechten Winkeln, d. h. vier rechten Winkeln gleich; die Summe aller Winkel eines *Fünfecks*, der eines Vierecks und zwey rechten Winkeln, d. h. sechs rechten Winkeln, und so ferner, indem die Summe aller Winkel für jede hinzukommende Seite um zwey rechte Winkel gröfser wird. Da nun unser Satz vom Dreyeck, Viereck, Fünfeck gilt, so gilt er auch vom Sechseck u. s. w. Folglich beträgt *in jedem Viereck* die Summe aller Winkel so vielmal zwey rechte Winkel, als das Vieleck Seiten, weniger zwey, hat. [Gesetzt also es habe n Seiten, so ist die Summe aller Winkel dieses n Ecks gleich $(n-2) \times 2R$.]

Folgerung 1. In einem *gleichwinkligen Vieleck* erhält man die Gröfse jedes Winkels, wenn man die Summe aller, durch die Zahl der Winkel dividirt. Daher ist *jeder Winkel im gleichwinkligen Viereck* ein rechter, im *gleichwinkligen Fünfeck* $\frac{6}{5}$ R; im *gleichwinkligen Sechseck* $\frac{8}{6}$ R oder $\frac{4}{3}$ R u. s. f; [überhaupt im gleichwinkligen n Eck, $\frac{(n-2) \times 2R}{n}$.]

Will man also lauter gleichwinklige Figuren von einer gleichen Anzahl von Seiten so um einen Punkt in einer Ebne zusammen legen, dafs sie ringsumher aneinander schliefsen, und keine Lücke lassen, so läst sich das nur mit 6 gleichwinkligen Dreyecken, oder mit 4 gleichwinkligen Vierecken, oder mit 3 Sechsecken, und mit keiner andern gleichwinkligen Figur bewerkstelligen.]

[*Folgerung* 2. Verlängert man eine Seite des Vielecks, ſo entſteht ein äuſserer Winkel, der als Nebenwinkel des innern, dieſen zu zwey rechten Winkeln ergänzt. Verlängert man daher an jedem der Winkelpunkte eines n Ecks eine der Seiten, ſo ſind *die n äuſsern Winkel des Vielecks*, die dadurch entſtehn, *zuſammengenommen gleich* dem, was der Summe aller innern Winkel des Vielecks an n rechten Winkeln fehlt, mithin allemal *gleich zwey rechten Winkeln.*

Doch gilt dieſes nicht bey *Vielecken mit erhabnen Winkeln**, wiewohl für dieſe die Ausſage des Lehrſatzes * E. 16. wahr bleibt. Bey ihnen nimmt für jeden erhabnen Winkel die Summe der äuſsern Winkel mit zwey rechten Winkeln zu.]

[Anmerkung. Der hier geführte Beweis des Lehrſatzes iſt unſerm Verfaſſer eigen. Zieht man aus einem willkührlich *im* Vieleck angenommenen Punkte C nach den Eckpunkten grade Fig. 7. Linien, ſo entſtehn ſo viel Dreyecke als die Figur Seiten hat, im n Eck alſo n Dreyecke, deren Winkel zuſammengenommen $n \times 2$ R betragen. Die Summe dieſer Winkel übertrifft die Summe aller Winkel des n Ecks um die Winkel welche am Punkte C liegen, d. h. um vier Rechte *, oder 2×2 R, daher alle *5. Z 2. Winkel des n Ecks zuſammengenommen $(n - 2) \times 2$ R betragen. Das iſt der gewöhnliche Weg dieſen Satz zu beweiſen.]

[LEHRSATZ 33.]

Wenn man auf den Schenkeln eines Winkels A Fig. 40. *zwey Perpendikel BD, CE, errichtet, ſo durchſchneiden ſich dieſe unter einen Winkel G, welcher dem Winkel A gleich iſt.*