Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Lehrsatz 33.] Wenn man auf den Schenkeln eines Winkels zwey Perpendikel BD, CE, errichtet, so durchschneiden sich diese unter einen Winkel G, welcher dem Winkel A gleich ist.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

[*Folgerung* 2. Verlängert man eine Seite des Vielecks, so entsteht ein äusserer Winkel, der als Nebenwinkel des innern, diesen zu zwey rechten Winkeln ergänzt. Verlängert man daher an jedem der Winkelpunkte eines n Ecks eine der Seiten, so sind *die n äussern Winkel des Vielecks*, die dadurch entstehn, *zusammengenommen gleich* dem, was der Summe aller innern Winkel des Vielecks an n rechten Winkeln fehlt, mithin allemal *gleich zwey rechten Winkeln.*

Doch gilt dieses nicht bey *Vielecken mit erhabnen Winkeln**, wiewohl für diese die Aussage des Lehrsatzes wahr bleibt. Bey ihnen nimmt für jeden erhabnen Winkel die Summe der äussern Winkel mit zwey rechten Winkeln zu.] * E. 16.

[Anmerkung. Der hier geführte Beweis des Lehrsatzes ist unserm Verfasser eigen. Zieht man aus einem willkührlich *im* Vieleck angenommenen Punkte C nach den Eckpunkten grade Linien, so entstehn so viel Dreyecke als die Figur Seiten hat, im n Eck also n Dreyecke, deren Winkel zusammengenommen $n \times 2$ R betragen. Die Summe dieser Winkel übertrifft die Summe aller Winkel des n Ecks um die Winkel welche am Punkte C liegen, d. h. um vier Rechte *, oder 2×2 R, daher alle Winkel des n Ecks zusammengenommen $(n - 2) \times 2$ R betragen. Das ist der gewöhnliche Weg diesen Satz zu beweisen.] Fig. 7. *5. Z 2.

[LEHRSATZ 33.]

Wenn man auf den Schenkeln eines Winkels A zwey Perpendikel BD, CE, errichtet, so durchschneiden sich diese unter einen Winkel G, welcher dem Winkel A gleich ist. Fig. 40.

Daſs beyde Perpendikel ſich in irgend einem Punkte G durchſchneiden müſſen, folgt daraus, weil ſie ſonſt parallel ſeyn, alſo beyde ſowohl auf dem einen als dem andern Schenkel des Winkels A ſenkrecht ſtehn
*25. f. 1. müſten *, da denn dieſe Schenkel ſelbſt, gegen die Vorausſetzung, parallel wären. Hierbey giebt es nun *zwey Fälle*, je nachdem der Durchſchnittspunkt G auſserhalb der beyden Schenkel des Winkels A, oder zwiſchen ihnen fällt.

Liegt G *auſserhalb* der beyden Schenkel, ſo entſtehn zwey Dreyecke GFB, ACF, worin B und C als rechte Winkel, und überdem die Scheitelwinkel bey F gleich ſind. Folglich ſind auch ihre dritten Winkel A und G gleich, welches zu erweiſen war.

Liegt der Durchſchnittspunkt g der Perpendikel Bg, cg *zwiſchen* den Schenkeln des Winkels A, ſo entſteht ein Viereck ABgc, worin die Winkel bey B und c rechte ſind. Da nun die Summe aller vier Winkel des Vierecks nach dem vorigen Lehrſatz vier rechte beträgt, ſo iſt $A + Bgc = 2$ R. Es ſind aber auch als Nebenwinkel $Bge + Bgc = 2$ R, folglich iſt $A = Bge$, welches zu erweiſen war.

Anmerkung. Im *erſten Fall* iſt alſo *der Winkel den die beyden Perpendikel BG, CG ſelbſt einſchlieſsen*, dem Winkel A gleich. Im *zweyten* iſt es hingegen *der Nebenwinkel des Winkels Bgc*, den die beyden Perpendikel ſelbſt einſchlieſsen, oder der Winkel den eins der Perpendikel und die Verlängerung des andern umſpannt. Auf dieſe Beſtimmung muſs man bey der Anwendung dieſes Satzes, den ich in keinem Syſtem der Geometrie finde, ſorgfältig ſehn.

d. U.