



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 34. Jedes Parallelogramm wird 1) durch eine Diagonale in zwey sich deckende Dreyecke getheilt; und 2) sind die sich gegenüberstehenden Seiten und Winkel derselben einander gleich.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-51104](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-51104)

LEHRSATZ 34.

Jedes Parallelogramm wird 1) durch eine Diagonale in zwey sich deckende Dreyecke getheilt; und 2) sind die gegenüberstehenden Seiten und Winkel desselben einander gleich. Fig. 41

Es sey ABCD ein Parallelogramm *, und AC eine Diagonale desselben. Diese bildet mit den beyden Paaren gegenüberstehender paralleler Seiten gleiche Wechselwinkel $DAC = BCA$ und $DCA = BAC$ *, folglich zwey Dreyecke ADC, ABC, die, da sie über die gemeinschaftliche Linie AC beschrieben sind, einander decken *. * 25. A. 5. * 25. * 7.

Deshalb sind zweyten die sich deckenden Seiten AD, BC, und AB, DC welche im Parallelogramm einander gegenüberstehn, gleich; ferner die gegenüberstehenden Winkel $B = D$ und endlich auch, als Summen der gleichen Winkel $DAC + BAC$ und $BCA + DCA$, die gegenüberstehenden Winkel $A = C$.

[Folgerung I. Folglich sind überhaupt Parallelen zwischen Parallelen (nicht blos rechtwinklige *) einander gleich. Wenn z. B. AB, CD, und zugleich EF, HI, parallel sind, so ist $GH = OI$ und $GO = HI$. * 27. Fig. 34.

Daraus folgt das geometrische Ort des Endpunkts G einer gegebenen graden Linie OG, welche auf einer zweyten CD unter einer gegebenen Lage, z. B. parallel mit HI aufsteht, eine Parallellinie AB mit der erstern ist. (Apoll. eb. Oert. I. 20) Steht sie auf einem Kreise unter einer gegebenen Lage auf, so ist ihr

Ort ein Kreis, wie aus dem folgenden Buche erhellen wird

Fig. 37. *Folgerung. 2.* Werden umgekehrt Parallelen von zwey andern Linien so durchschnitten das der Abschnitt auf der einen kleiner als auf der andern ist, so convergiren die durchschneidenden Linien nach der Seite des kleinern Abschnitts zu einander, und treffen hier, gehörig verlängert, zusammen.]

Fig. 41. [Zufatz I. Ein Parallelogramm wird also durch drey Stücke völlig bestimmt, nemlich durch zwey aneinander liegenden Seiten, AB, AD, denen die gegenüberstehenden gleich seyn müssen, und durch einen Winkel z. B. den von AB, AD, eingeschlossnen Winkel A. Denn der Winkel C, der diesem gegenübersteht, ist ihm gleich, und die beyden Winkel, welche mit ihm an derselben Seite anliegen, ergänzen ihn wegen des Parallelismus der gegenüberstehenden Seiten zu zwey rechten Winkeln *.

Hat folglich ein Parallelogramm einen rechten Winkel, so sind sie alle recht und die Figur ist ein Rechteck.

Das Parallelogramm aus drey gegebenen Stücken wirklich zu beschreiben, lehrt mit Hülfe des folgenden Satzes Aufg. 11, wo überdem die Möglichkeit der in Erkl. 19 erwähnten Arten der Parallelogramme dargethan wird.

Zufatz II. Unter allen Parallelogrammen ist das Rechteck das einzige das völlig bestimmt ist, wenn zwey Seiten gegeben werden; bey den übrigen kommt es noch auf den Winkel an, unter welchem diese Sei-

ten gegen einander geneigt sind. Hierauf gründet sich der Sprachgebrauch ABCD ein Rechteck aus den beyden Linien AB, BC, oder ein Rechteck unter diesen Linien zu nennen, und es lediglich durch diese beyden Linien zu bezeichnen, z. B. durch ABBC oder ABC. So bedeutet also das Rechteck ABE ein Rechteck, welches aus den beyden Linien AB und BE beschrieben ist. Die Alten dehnten diesen Sprachgebrauch selbst so weit aus, daß sie ein solches Rechteck durch den Ausdruck: das was zwischen den beyden Linien AB und BE eingeschlossen ist, bezeichneten.

Ein Quadrat wird durch eine Seite völlig bestimmt, daher man die Quadrate durch ihre Seiten characterisirt. So ist Fig. 44. ein Quadrat aus AB beschrieben, oder das Quadrat der Linie AB.

Zusatz III. Zwey Rechtecke aus gleichen Seiten decken sich, denn sie sind, nach dem was hier gesagt ist, innerlich einerley, nur in ihrem Ort verschieden, und müssen deshalb congruiren*. Sie haben also auch stets einen gleichen Flächenraum. *Gr. 9.

Grade so decken sich zwey Quadrate welche über gleichen Seiten beschrieben sind.

Die Sätze in diesen Zusätzen werden uns im dritten Buche von großem Nutzen seyn. d. U.]

LEHRSATZ 35.

Umgekehrt ist jedes Viereck, worin die gegenüberstehenden Seiten [oder die gegenüberstehenden Winkel] einander gleich sind, ein Parallelogramm. Fig. 41.