



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

- [Lehrsatz 1.] 1) Zwey Kreislinien, welche mit gleichem Halbmesser beschrieben sind, decken sich, und schliessen Kreisscheiben von gleicher Grösse ein.
- 2) Sind umgekehrt zwey Kreisscheiben gleich, so ...

[urn:nbn:de:hbz:466:1-51104](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-51104)

*E. I. Kreis sich entweder ganz innerhalb, oder ganz außerhalb des andern befindet *. Im ersten Fall sagt man daß sie sich *innerlich*, im zweyten daß sie sich *äußerlich* berühren.

Eben so berühren sich eine grade Linie und ein Kreis, wenn sie einen Punkt so miteinander gemein haben, daß die beyden durch diesen Punkt abge schnittenen Stücke der graden Linie, zu einerley Seite der Kreislinie, und zwar beyde *aufserhalb* derselben liegen. Denn Linien innerhalb des Kreises durchschneiden die Kreislinie *, können sie also nicht berühren. — Eine Fig. 47. grade den Kreis im Punkte F berührende Linie, z. B. LM, nennt man auch eine *Tangente des Kreises* im Punkte F.]

[LEHRSATZ I.]

- 1) Zwey Kreislinien, welche mit gleichem Halbmesser beschrieben sind, decken sich, und schliessen Kreis scheiben von gleicher Größe ein.
- 2) Sind umgekehrt zwey Kreisscheiben gleich, so decken sie sich, und haben gleiche Kreislinien und gleiche Halbmesser.

Fig. 51. 1. Sind die beyden Kreise ADBK und EGFL mit gleichen Halbmessern beschrieben, und man legt den Mittelpunkt des einen auf den Mittelpunkt des andern, so daß die Kreise in einer Ebene bleiben, so sind alle Punkte in beyden Kreislinien gleich weit von den zusammenfallenden Mittelpunkten entfernt. Also ist dann

kein Punkt in der einen Kreislinie aufserhalb der andern, beyde Kreislinien fallen folglich zusammen, und decken sich, mithin sind auch die Kreisscheiben gleich.

2. Sind die beyden Kreisscheiben gleich, so lege man sie wiederum so auf einander, daß ihre Mittelpunkte zusammen fallen. Gesetzt nun die Kreislinien deckten sich nicht, so müßten sie, nach dem oben bewiesenen, einen verschiedenen Halbmesser haben. Es sey also $FO > AC$. Dann liegen alle Punkte in der um O beschriebnen Kreislinie aufserhalb der Kreislinie ADBK *, diese wird folglich von jener eingeschlossen, *E. 2. γ. da denn die Kreisscheibe ADBK nur ein Theil der Kreisscheibe EGFL ist, ihr also nicht gleich seyn kann gegen die Voraussetzung. Wenn also die Kreisscheiben gleich sind, so decken sie sich; und dann sind auch die Kreislinien gleich, und mit gleichem Halbmesser beschrieben.

Folgerung 1. Nicht nur Gleichheit und Ungleichheit zweyer Kreise, sondern auch die Congruenz derselben hängt folglich lediglich von der Gleichheit oder Ungleichheit ihrer Halbmesser ab. *Euklid* (B. III. Erkl. 1.) nimmt dieses als evident an.

Folgerung 2. Von zwey concentrischen Kreislinien, d. h. von Kreislinien die einerley Mittelpunkt C haben, Fig. 47. schließt die, welche mit größerm Halbmesser $CD > CG$ beschrieben ist, die kleinere völlig ein. Beyde haben keinen Punkt gemein, und alle Punkte in beyden, die auf demselben Halbmesser des größern lie-

gen, stehn gleich weit (um den Unterschied GD der Halbmesser) von einander ab.

Folgerung 3. *Zwey Kreise, welche sich schneiden oder berühren, können nicht einerley Mittelpunkt haben.* (Euklid II. 5 und 6.) Denn in diesem Fall hätten sie nicht nur einerley Mittelpunkt, sondern auch einerley Halbmesser, fielen also zusammen, und könnten sich weder schneiden, noch berühren.

Anmerkung. Diese für die Lehre vom Kreise so wichtigen Lehrrätze fehlen bey Le Gendre und ich habe sie ungeachtet ihres großen Nutzens noch in keinem System der Geometrie bewiesen gefunden. d. U.

L E H R S A T Z 2.

Fig. 52. *Jeder Durchmesser, z. B. AB, theilt die Kreisscheibe und die Kreislinie in zwey sich deckende Theile.*

Denn wenn man den einen der Kreistheile, welche der Durchmesser AB abschneidet, z. B. AEB auf den andern ADB legt, so daß AB in beyden nach wie vor zusammenfällt; so muß auch die krumme Linie AEB mit der krummen Linie ADB zusammenfallen, weil sonst in beyden Punkte vorhanden seyn würden, die ungleich weit vom Mittelpunkte C abständen; ge-

* E. 1. gegen den Begriff der Kreislinie *.

Folgerung. Also halbirt jeder Durchmesser AB die Kreisscheibe und die Kreislinie, oder theilt beyde in Hälften, (Halbkreise,) zu denen dieser Durchmesser *E. 3. u 4 als Sehne gehört *. Eines solchen Halbkreises Flächenraum ist der Hälfte des Kreises, und sein krummli-