Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 7. In einerley Kreise, oder in zwey gleichen Kreisen, gehören zu gleichen Bogen, gleiche Sehnen, und umgekehrt zu gleichen Sehnen, gleiche Bogen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Folgerung. Alſo iſt der Durchmeſſer unter allen Sehnen und unter allen graden Linien, die ſich in einen Kreis einſchreiben laſſen, die gröſste.

[Jede begränzte grade Linie, die durch einen Punkt im Kreiſe geht, und gröſser als der Durchmeſſer iſt, muſs folglich die Kreislinie ſchneiden.]

LEHRSATZ 6.

Eine grade Linie kann nicht mehr als zwey Punkte mit einem Kreiſe gemein haben.

Denn geſetzt ſie könnte mit dem Kreiſe drey Pnnkte gemein haben, ſo müſsten dieſe drey Punkte vom Mittelpunkte des Kreiſes gleich weit entfernt ſeyn. Folglich gäbe es einen Punkt, von welchem ſich nach einer graden Linie drey gleiche grade Linien ziehen lieſen, welches unmöglich iſt *; daher kein Kreis mit einer graden Linie mehr als zwey Punkte gemein haben kann. *I. 16. f. 2

LEHRSATZ 7.

In einerley Kreiſe, oder in zwey gleichen Kreiſen, gehören zu gleichen Bogen, gleiche Sehnen, und umgekehrt zu gleichen Sehnen, gleiche Bogen. Fig. 51.

1. Denn wenn die Halbmeſſer AC, EO, folglich die mit ihnen beſchriebnen Kreiſe AHBK, EGFL gleich ſind, ſo decken ſich die beyden Kreislinien *. Sind alſo AD, EG gleiche Bogen, ſo laſſen ſie ſich ſo aufeinander legen, daſs ihre Endpunkte E, A und G, D zuſammenfallen, da denn die Sehnen EG, AD, * I.

als grade Linien zwischen denselben Endpunkten,
* Gr. 6. gleichfalls zusammenfallen müssen *, also gleich sind.

2. Sind dagegen die Sehnen AD, EG gleich, und man zieht die Halbmesser AC, DC, EO, GO, welche der Voraussetzung nach insgesammt gleich sind, so müssen die Dreyecke ADC, EGO sich decken, folglich die Winkel C, O gleich seyn. Legt man also die sich deckenden Halbkreise AHB, EGF so auf einander, daß die Mittelpunkte, und die Punkte E und A, folglich die Halbmesser AC, EO, mithin auch jene Dreyecke, und ihre Eckpunkte G und D zusammenfallen, so decken sich die Bogen AD, EG, sind also gleich.

Derselbe Beweis gilt für verschiedne Bogen und Sehnen *eines* Kreises.

[Zusatz. Aus diesem Beweise erhellt zugleich:

1. Daſs *in einerley Kreise oder in zwey gleichen Kreisen,*
* E. 6. *zu gleichen Bogen gleiche Kreisausschnitte* ACD, EOG, *gehören* * und umgekehrt.

2. *Daſs in ihnen zu gleichen Sehnen AD, EG* (folglich auch zu gleichen Bogen) *gleiche Winkel am Mittelpunkte* O, C, und umgekehrt zu gleichen Winkeln am Mittelpunkte gleiche Sehnen und gleiche Bogen *gehören*, indem wegen Gleichheit der Halbmesser, so bald eins jener Stücke gleich ist, die Dreyecke ADC, EGO, einander decken.

Fig. 52. 3. Daſs zwey Durchmesser wie AB, DE, welche auf einander senkrecht stehn, die Kreislinie sowohl als die Kreisscheibe in vier gleiche Theile, folglich in
* E. 3. *Quadranten* * zerschneiden. Denn sie bilden vier rechte,

folg-

folglich gleiche Winkel am Mittelpunkte. — Jeder Winkel am Mittelpunkte ACD, der ein rechter Winkel ist, umspannt folglich einen Quadranten des Kreises.]

LEHRSATZ 8.

So lange von Bogen die insgesammt kleiner als der Halbkreis sind die Rede ist, gehört in einerley Kreis oder in gleichen Kreisen, zum grössern Bogen eine grössere Sehne, [ein grösserer Winkel am Mittelpunkte und ein grösserer Kreisabschnitt,] und umgekehrt. Fig. 58

Denn ist der Bogen AIH > AID, so schliesst der Winkel am Mittelpunkte ACH den Winkel am Mittelpunkte ACD ein, ist also grösser als dieser *. Da *I. E12β nun diese Winkel beyde von Halbmessern, also von gleichen Schenkeln eingeschlossen werden, so ist in den Dreyecken ACH, ACD die dritte Seite AH > AD. * *I. 10. Folglich gehört zum grössern Bogen, der grössere Winkel am Mittelpunkte, und die grössere Sehne.

Ist umgekehrt die Sehne AH > AD so folgt eben so dass der Winkel ACH den Winkel ACD einschliesst, also der Bogen AIH > AID ist. Und ist der Winkel ACH grösser als ACD so muss, weil beyde von gleichen Seiten eingeschlossen werden, der grössere eine grössere Sehne, mithin auch einen grössern Bogen umspannen.

Anmerkung. Da den grössern unter zwey Bogen AID, AIH zum ganzen Kreise ein kleinerer Bogen AKBH < AKBD ergänzt; so gilt für *Bogen die grösser als der Halbkreis sind*, grade