



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 9. Ein Halbmesser, welcher senkrecht auf eine Sehe steht, theilt die Sehne und ihren Bogen beyde in zwey gleiche Theile.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-51104](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-51104)

das Gegentheil. Größere Bogen haben kleinere Sehnen und umgekehrt, [Was aber die Winkel betrifft, so gilt für sie der Satz allgemein, wenn man *hineingebende Winkel* (angles reverts) * mit in die geometrische Betrachtung aufnimmt, da denn zu Bogen größer als der Halbkreis, Winkel größer als zwei Rechte gehören. Von solchen Winkeln haben die größern kleinere Ergänzungen zu vier Rechten]

LEHRSATZ 9.

Fig. 53. Ein Halbmesser, welcher senkrecht auf eine Sehne steht, theilt die Sehne und ihren Bogen beyde in zwey gleiche Theile.

Es sey CD senkrecht auf die Sehne AB, so stehen die Halbmesser CA, CB, welche man nach den Endpunkten der Sehne zieht, auf die Sehne schief auf, müssen sie also, da sie gleich sind, in gleicher Entfernung vom Perpendikel durchschneiden *, so daß AD = DB ist.

Ist nun der Halbmesser CG ein Perpendikel, welches in der Mitte der Sehne AB aufsteht; so sind alle Punkte desselben von den Endpunkten A, B der Sehne gleich weit entfernt *, also auch die Punkte G und H, so daß AG = GB, AH = HB ist. Zu diesen Linien, als gleichen Sehnen, gehören gleiche Bogen AG, GB und AH, HB *; mithin werden auch die zur Sehne AB gehörige Bogen AGB und AHB, beyde vom

*Au. 5. 1. Halbmesser CD halbirt *.

Folgerung 1. Der Mittelpunkt C des Kreises, die beyden Punkte D in der Mitte einer Sehne und G in der Mitte des dazu gehörigen Kreisbogens, liegen also immer in grader Linie, und zwar in einem Perpendikel auf

Sehne. Eine grade Linie die durch zwey dieser Punkte geht, muß also nothwendig auch durch den dritten gehn, und ein Perpendikel auf die Sehne feyn *.

* Gr. 6.
f. 1.

Folgerung 2. Umgekehrt muß ein Perpendikel welches auf die Sehne in ihrer Mitte errichtet ist, durch den Mittelpunkt gehn, indem durch einen Punkt nur ein einziges Perpendikel auf eine grade Linie möglich ist *.

* I. 13.

[*Folgerung 3.* Zwey Sehnen AB , DE deren keine ein Durchmesser ist, durchschneiden sich nicht unter rechten Winkel, und halbiren sich nicht.

Fig. 79.

Denn ist keine von beyden ein Durchmesser, so liegt der Mittelpunkt C des Kreises außershalb beyder; folglich auch die grade Linie CO vom Mittelpunkte nach dem Durchschnittspunkte O beyder Sehnen. Gesetzt nun sie durchschnitten sich im Punkte O rechtwinklig, so stünden in diesem Punkte zwey verschiedene grade Linien DO , CO auf die dritte AB senkrecht, welches unmöglich ist. Gesetzt beyde Sehnen halbiren sich im Punkte O , so stünde CO auf beyden in ihrer Mitte, also senkrecht, auf, folglich AO , DO beyde im Punkte O auf CO senkrecht, welches gleichfalls unmöglich ist.]

[*Folgerung 4.* Auf jeder graden Linie PQ , welche zwey concentrische Kreise durchschneidet, werden zwischen den Kreislinien zwey gleiche Stücke PR , QS abgeschnitten.

Fig. 47.

Für Durchmesser ist dieser Satz schon oben bewiesen *. Geht die Linie PQ nicht durch den Mittel-

* I. f. 3.

punkt, so fälle man aus diesem auf ihr ein Perpendikel CV. Dieses halbirt sowohl die ganze Linie PQ, als auch das Stück RS, welches im kleinern Kreise liegt, als Sehnen beyder Kreise, daher $VP - VR = VQ - VS$, folglich PR, QS gleich seyn müssen.]

L E H R S A T Z IO.

Fig. 54. Durch drey gegebne Punkte A, B, C, welche nicht in grader Linie liegen, läßt sich stets eine Kreislinie, und zwar nur eine einzige Kreislinie ziehen.

Verbinde die gegebenen Punkte durch die graden Linien AB, BC, halbire diese, und errichte auf ihrer Mitte die senkrechten Linien DH, FG, so müssen diese sich in irgend einem Punkte O durchschneiden. Denn gesetzt sie durchschnitten sich nicht, so wären sie parallel*, folglich stünde die Linie AD, welche auf DO senkrecht ist, gehörig verlängert auf beyder senkrecht*. Nun aber fällt die Verlängerung der Linie AB mit BC nicht zusammen, weil die drey Punkte A, B, C nach der Voraussetzung nicht in grader Linie liegen. Also gäbe es vom Punkte B zwey verschiedene Perpendikel BE, BF auf dieselbe grade Linie OF, welches unmöglich ist*. Die Perpendikel DH, FG müssen sich also nothwendig in irgend einem Punkte O durchschneiden.

Dieser Punkt steht gleich weit von den Endpunkten sowohl der Sehne AB, als auch der Sehne BC ab, weil er in den Perpendikeln liegt, die auf der Mitte dieser Sehnen errichtet sind. Also sind OA, OB, OC gleich, und eine mit dem Halbmesser OB um den