Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 13. Wenn zwey Parallellinien AB, DE, beyde den Kreis durchschneiden, so sind die Kreisbogen MN, PQ welche zwischen ihnen liegen, gleich.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

schon Euklid richtig vorträgt, sehr mit Unrecht ausgelassen; so auch *Thomas Simpson.* Hielten sie sie etwa noch für streitig, oder für zu schwierig. Für beydes erkennt sie nicht

d. U.

Anmerkung 2. *Die berührende Linie ist die Gränze für alle schneidende Linien, welche auf dem Durchmesser, der durch den Berührungspunkt geht, senkrecht stehn.* Denn die beyden Durchschnittspunkte dieser Linien mit dem Kreise, stehn gleich weit vom Durchmesser ab, und nähern sich immer mehr, wenn die durchschneidende Linie sich weiter vom Mittelpunkte entfernt. Rückt sie endlich um den Halbmesser vom Mittelpunkte ab, so fallen beyde durchschnittspunkte in den einen Berührungspunkt zusammen, und zwar in dem Durchmesser; daher die Tangente mit in die Reihe dieser schneidenden Linien *als letzte* aufzunehmen ist; *als Gränze* der diese sich ohne Ende fort näheren, ohne sie doch je zu erreichen, so lange sie schneidende Linien bleiben. Mann kann sich daher *die berührende Linie als eine schneidende denken, für welche die beyden Durchschnittspunkte mit einander und mit dem Durchmesser zusammenfallen,* und unter dieser Fiction, in der ein Widerspruch liegt, der sich jedoch selbst aufhebt, gelten von ihr alle Sätze der schneidenden Linien, in so fern sie mittelst dieser Fiction gehörig modificirt werden. Auch gründen sich auf diese Fiction die ersten Methoden an allen krummen Linien Tangenten zu ziehn, dergleichen *Fermat*, *Hudden* u. a. erdacht haben. — An einem gegebnen Kreise Tangenten verschiednen Bedingungen gemäss, oder umgekehrt zu einer gegebnen Tangente einen Kreis zu beschreiben, lehren Aufg. 14 und 13. d. U.

LEHRSATZ 13.

Wenn zwey Parallellinien AB, DE, beyde den Kreis durchschneiden, so sind die Kreisbogen MN, PQ welche zwischen ihnen liegen, gleich. Fig. 59.

[Die Stücke MP, NQ der beyden Parallellinien, welche innerhalb der Kreislinie fallen, sind Sehnen des Kreises]. Ein Perpendikel CH aus dem Mittelpunkt auf die eine dieser Sehnen gefällt, steht auch auf die
*I.25.f.1 andre ihr parallele Sehne senkrecht *, halbirt also beyde Sehnen, und beyde zu diesen Sehnen gehörige
* 9. Bogen MHP, NHQ *. Folglich ist MH = HP und
*Gr. 2. NH = HQ, also auch MH — NH = HP — HQ *, das heist MN = PQ.

Fig. 60. Zusatz I. Auch *wenn eine Tangente DE mit einer Sehne MP parallel läuft, sind die Bogen zwischen der Sehne und dem Berührungspunkte H gleich.* Denn alsdann steht
12. f. 1. der Halbmesser CH auf die berührende Linie senkrecht,
I.25 f.1. folglich auch auf die ihr parallellaufende Sehne MP, halbirt also diese Sehne, mithin auch ihren Bogen, so
* 9. dass MH = HP wird *.

Fig. 51. [Zusatz II. *Auch in gleichen Kreisen schneidet eine Linie MQ, welche mit der graden Linie durch die Mittelpunkte CO parallel läuft, mit dieser Linie gleiche Bogen ab.*

Denn wegen des Parallelismus mit CO steht die Linie MQ von allen Punkten in CO, also auch von beyden Mittelpunkten gleich weit ab. Die Sehnen MN, PQ, welche beyde Kreislinien von MQ abschnei-
* 11. den sind also gleich *, mithin sind *erstens* die zu diesen Sehnen gehörige Bogen MKN, PLQ gleich, so wie ihre Unterschiede von den gleichen Halbkreisen, d. h. die Bogen AM + BN = EP + FQ, und folglich auch AM = BN = EP = FQ, indem die erstern und die letztern, als Bogen zwischen parallelen Sehnen eines
* 13. Kreises, gleich sind *.

Zweytens ſind auch die Hälften der gleichen Sehnen MN, PQ, welche die Perpendikel aus den Mittelpunkten CR, OS auf ihnen abſchneiden, gleich, MR = RN = PS = SQ. Nun aber iſt RS = CO *, folglich ſind auch MP und NQ beyde gleich CO. *Mithin ſchneiden die ähnlich liegenden Theile beyder Kreislinien, von allen graden Linien, die mit der Linie durch ihre Mittelpunkte parallel laufen, gleiche Theile ab.* Umgekehrt iſt alſo der *geometriſche Ort* des Endpunkts P einer gegebnen graden Linie MP, welche in gegebner Lage, (z. B. parallel mit AF) mit ihrem andern Endpunkt M auf einer gegebnen Kreislinie ADBK aufſteht, eine gleiche Kreislinie EGFL, deren Mittelpunkt O, von C um gegebne Linien MP, in der gegebnen Lage, abſteht *. * I. 34. *Cf. I. 34 f. 1.

Anmerkung. Dieſer Zuſatz iſt im weſentlichen Satz 21. im erſten Buch von Apoll. ebnen Oertern, wird dort aber anders ausgedrückt und bewieſen. Der berühmte *Fermat* ſoll der Urheber deſſelben ſeyn.]

[LEHRSATZ 14.]

Sind umgekehrt zwey Bogen MN, PQ eines Kreiſes g l e i c h, *ſo ſind* 1) *die Sehnen, welche durch die übereinſtimmenden Endpunkte beyder gehn, MP, NQ, parallel. —* 2) *Die Sehnen welche durch die verkehrt liegenden Endpunkte beyder gezogen ſind, MQ, NP, durchſchneiden ſich ſo, daſs die ähnlich liegenden Theile in beyden gleich ſind. —* 3) *Auch wenn die Sehnen der beyden gleichen Bogen MN, PQ ſelbſt, ſich auſserhalb des Kreiſes ſchneiden, ſo ſind die* Fig. 59.