Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 21. Wenn in einerley Kreis oder in zwey gleichen Kreisen, zwey Winkel am Mittelpunkte ABC, DCE sich zu einander wie zwey ganze Zahlen verhalten; so müssen auch die beyden Bogen welche von ...

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

meinſchaftliche Sehne EG ſenkrecht durchſchneiden und halbiren.

[Anmerkung. Die Tangente zweyer ſich berührender Kreiſe ſtimmt alſo in *der* Eigenſchaft mit der Sehne zweyer ſich ſchneidender Kreiſe überein, daſs die grade Linie durch die Mittelpunkte beyder Kreiſe auf ſie ſenkrecht ſteht, und wir können ſie alſo auch hier wieder als eine Sehne betrachten, bey welcher die beyden Durchſchnittspunkte mit dem Kreiſe in einen zuſammengefallen ſind. In ſo fern kann man alſo den Berührungspunkt für einen doppelten Durchſchnittspunkt nehmen.

d, U.]

LEHRSATZ 21.

Wenn in einerley Kreis oder in zwey gleichen Kreiſen, zwey Winkel am Mittelpunkte ACB, DCE ſich zu einander wie zwey ganze Zahlen verhalten; ſo müſſen auch die beyden Bogen welche vor ihnen umſpannt werden AB, DE ſich wie dieſelben Zahlen, und folglich wie jene Winkel verhalten. Fig. 67.

Man ſetze, z. B. die beyden Winkel ACB, DCE verhielten ſich zu einander wie die beyden Zahlen 7 und 4; ſo heiſst das, jene Winkel ſollen ſo gedacht werden, daſs ſie von einem kleinern Winkel M grade ſo gemeſſen werden, wie die gegebnen ganzen Zahlen von der Einheit, daſs folglich der Winkel M als gemeinſchaftliches Maaſs im erſten Winkel ACB genau ſiebenmal, im letztern DCE genau 4 mal enthalten ſey *. Dann laſſen ſich alſo in jenem genau 7, in diesem genau 4 Winkeltheile (angles partiels) ACm, mCn, nCo . . , DCx, xCy . . . denken, welche insge-

* V, 2.

K

ſammt dem Winkel M, alſo auch unter ſich gleich ſind. Nun aber müſſen zu dieſen Winkeltheilen, als gleichen Winkeln am Mittelpunkte C in einerley oder
7. Z. 2. in gleichen Kreiſen, auch gleiche Bogen gehören, folglich auch die Bogentheile (arcs partiels) Am, mn, no . . . Dx, xy . . . welche von jenen Winkeltheilen umſpannt werden, unter ſich gleich ſeyn. Jedem Winkeltheil entſpricht aber ein Bogentheil. Folglich müſſen auch die ganzen Bogen AB und DE ſich wie die Zahlen 7 und 4 verhalten; alſo wie die Winkel. Dieſelbe Schluſsfolge findet bey jedem andern Zahlverhältniſſe ſtatt. So oft ſich alſo das Verhältniſs zweyer Winkel ACB, DCE in ganzen Zahlen ausdrücken läſst, verhalten ſich die Bogen AB, DE, welche aus ihrem Scheitel mit gleichem Halbmeſſer beſchrieben und von ihren Schenkeln umſpannt werden, wie die Winkel, oder es iſt

$$\angle ACB : \angle DCE = \text{bog. } AB : \text{bog. } DE$$

[d. h. wenn der Winkel ACB oder der n te Theil deſſelben im Winkel DCE m mal enthalten iſt, ſo muſs in dieſem Fall auch der Bogen AB oder deſſen n ter Theil in dem Bogen DE genau m mal enthalten ſeyn.]

Zuſatz. Grade auf dieſelbe Art erhellt umgekehrt, daſs *wenn in einerley Kreis oder in zwey gleichen Kreiſen zwey Bogen AB, DE ſich zu einander wie ganze Zahlen verhalten, auch die Winkel am Mittelpunkte, die auf ihnen ſtehn ACB, DCE, ſich wie dieſe Zahlen, und mithin wie die Bogen verhalten müſſen*, ſo daſs
$AB : DE = \angle ACB : \angle DCE.$

[Unter der Vorausfetzung eines Verhaltens wie zwey ganze Zahlen zu einander, ift alfo ftets das Verhältnifs folcher Bogen und folcher Winkel gleich, *find folglich Bogen und Winkel proportional* *.] * V. 2.

LEHRSATZ 22.

Wie auch zwey Winkel ACB, ACD fich zu einander verhalten mögen, immer verhalten fich auf dieselbe Art zwey Kreisbogen AB, AD, welche um ihren Scheitelpunkt mit gleichem Halbmeffer befchrieben und von ihren Schenkeln umfpannt werden. Fig. 68.

Man lege den kleinern Winkel ACD fo auf den gröfsern, dafs ihre Scheitel, der Schenkel CA, und ihre Kreisbogen zufammenfallen *. Wenn nun die im Lehrfatz ausgefagte Proportion, d. h. Gleichheit der Verhältniffe, in irgend einem Fall nicht ftatt fände, fo müfte dann der Winkel ACB zum Winkel ACD fich wie der Bogen AB zu einem Bogen AO, der *gröfser* oder *kleiner* als AD ift, verhalten *, alfo folgende Proportion richtig feyn * 1. *V. 3. α.

$$\angle ACB : \angle ACD = \text{bog. } AB : \text{bog. } AO$$

Der Bogen AO fey *erftens gröfser* als AD, fo kann man fich AD in lauter gleiche Theile getheilt denken, welche kleiner als der Unterfchied beyder Bogen, DO, find *, [z. B. in n,] da denn, wenn man diefe Theile weiter nach O zu aufträgt, zwifchen D und O wenigftens ein Theilpunkt I fallen mufs. Zieht man nun den Halbmeffer CI, fo find ACD, ACI zwey Winkel am Mittelpunkte, deren Bogen AD, AI fich wie zwey *Aufg. 5 Z. 2.