Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Lehrsatz 28.] Wenn man auf der Sehne eines Kreisabschnitts AEB ein Perpendikel ED errichtet, und nimmt auf der andern Seite des Perpendikels im Bogen einen Punkt G, und in der Sehneoder deren ...

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

ſich demſelben umſchreiben läſst. Dieſes iſt nur bey Rechtecken, oder bey einem Trapez oder Trapezoid möglich. *Um jedes Rechteck läſst ſich aber ein Kreis beſchreiben.*

Folgerung 2. Verlängert man eine der Seiten eines Vierecks, welches einem Kreiſe eingeſchrieben iſt, ſo iſt der äuſsere Winkel EAD ſtets dem innern gegenüberſtehenden C gleich.

Anmerkung. Laufen zwey Seiten eines Vierecks, welches dem Kreiſe eingeſchrieben iſt, parallel, ſo ſchneiden ſie zwar gleiche Bogen ab *, daher auch die beyden andern Seiten, als Sehnen gleicher Bogen, gleich ſind; deshalb braucht aber das Viereck kein Parallelogramm zu ſeyn. Denn aus dem Parallelismus zweyer, und die Gleichheit der beyden andern Seiten folgt nicht, daſs die parallelen Seiten auch gleich, und die gleichen auch parallel ſeyn müſsten. — Die Art *ein Dreyeck einem gegebenen Kreiſe einzuſchreiben oder zu umſchreiben*, und umgekehrt einen Kreis in ein gegebnes Dreyeck einzuſchreiben, lehrt Aufg. 17 und 18. Von der Einſchreibung der ordentlichen Vielecke in den Kreis, werden wir im fünften Buche handeln, auch in den beyden folgenden Büchern die Lehre vom Kreiſe noch beträchtlich erweitern.

* 13.

[LEHRSATZ 28.]

Wenn man auf der Sehne eines Kreisabſchnitts AEB ein Perpendikel ED errichtet, und nimmt auf der andern Seite des Perpendikels im Bogen einen Punkt G, und in der Sehne oder deren Verlängerung einen Punkt F, wovon jener von E, dieſer von D, eben ſo weit als dieſe letztern Punkte ſelbſt vom Punkte B abſtehn; ſo ſind G und F vom andern Endpunkte A T. III. Fig. 82.

der Sehne gleich weit entfernt; oder wenn EG = EB und DF = DB ist, so ist immer AG = AF.

Ist das Perpendikel weniger als um den Halbmesser vom Punkte B entfernt, so liegt F in der Sehne, und G im Bogen des Kreisabschnitts. Ziehe EB, EF, GF, so ist, weil nach der Construction ED in der Mitte von FB senkrecht aufsteht, und die Bogen EB und EG gleich

*7; I. 13. sind, EB = EF = EG *, mithin der Winkel B =

* I. 12. EFB und EFG = EGF *.

Nun aber ist ABEG ein im Kreise eingeschriebnes

* 27. Viereck, folglich sind die Winkel B + EGA = 2 R *, also auch EFB + EGA = 2 R. Als Nebenwinkel sind auch EFB + EFA = 2 R, folglich ist EGA = EFA, und zieht man von diesen gleichen Winkeln die gleichen FGF = EFG ab, auch AGF = AFG. Folglich ist das Dreyeck AGF gleichschenklig, und AG = AF.

Fig. 82*. 2. Ist BD grösser als der Halbmesser, so fällt F' in die Verlängerung der Sehne über A hinaus, und G' in dem Bogen, welcher den Bogen des Kreisabschnitts zum ganzen Kreise ergänzt. Zieht man EB, EF' und EG' so sind aus den nemlichen Gründen wie vorhin BEF' und F'EG' gleichschenklige Dreyecke, mithin die Winkel an ihren Grundlinien gleich, EF'G' = EG'F' und EF'B = EBF'. Ueberdem sind, als Winkel am Umfange, welche auf gleichen Bogen stehn, EG'A = EBF' mithin auch EF'B = EG'A, und zieht man diese gleichen Winkel von den erstern gleichen ab, EF'G' — EF'B' = EG'F' — EG'A das heisst AF'G' = AG'F'. Das Dreyeck AG'F' ist also auch in diesem Fall gleichschenklig, und AG' = AF'.

Anmerk.

Anmerkung. Der erste Fall dieses eleganten Satzes ist das dritte Lemma in *Archimeds* Werk über die Kugel und den Cylinder. Auch war der Fall desselben, wenn ABC ein Halbkreis ist, dem Astronomen *Ptolemäus* zur Berechnung des Canons der Sehnen unentbehrlich. Den zweyten Fall füge ich hinzu. Auch folgenden nicht unbrauchbaren Lehrsatz, den ich eben so wenig in einem der benutzten Werke finde.

d. U

[LEHRSATZ 29.]

Wenn eine grade Linie DE die Sehne eines Kreisabschnitts ABD unter einem Winkel AFD, welcher den Winkeln im Abschnitt gleich ist, durchschneidet, so steht der Durchmesser, welcher durch den Punkt A geht, auf der durchschneidenden Linie DE senkrecht, und die Durchschnittspunkte D, E sind vom Punkte A gleich weit entfernt. T. III. Fig. 83.

Denn zieht man AD, DB, AE, EB, so ist der Voraussetzung gemäss der Winkel AFD gleich dem Winkel ADB, und zweytens auch, als äusserer Winkel im Dreyeck AEF, den Winkeln AEF + FAE. Folglich ist der Winkel ADB, d. h. ADF + FDB gleich AEF + FAE, und da FDB und FAE gleich sind, indem beyde auf dem Bogen EB stehn, so sind auch ADF, AEF gleich, also auch die Sehnen und die Bogen AE, AD; weshalb der Durchmesser AG die Linie DE halbirt und auf ihr senkrecht steht*.

*I. 17. f. 2

Folgerung. Der Durchmesser der durch den Punkt A geht, steht auch auf allen graden Linien HG, KI senkrecht, welche die Verlängerung der Sehne unter einem Win-