Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Aufgabe 15.] In einem gegebnen Kreise eine Sehne einzutragen, welche einer gegebnen Linie MN (kleiner als der Durchmesser) gleich ist, und 1) durch einen gegebnen Punkt P geht, oder 2) einer ...

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

1. Liegt der gegebne Punkt A' *auf der Kreislinie*, so ziehe den Halbmesser CA', und errichte auf ihn in seinem Endpunkte die senkrechte Linie IH, so ist IH die gesuchte Tangente *. * 12.

2. Liegt der gegebne Punkt A *ausserhalb des Kreises*, so ziehe nach ihm aus dem Mittelpunkte eine grade Linie CA, theile diese in zwey gleiche Theile im Punkte O, und beschreibe um diesen mit dem Halbmesser OC einen Kreis, der, weil er durch den Mittelpunkt und einen Punkt ausserhalb des um C beschriebnen Kreises geht, diesen durchschneiden muss *, *.E.12.β und zwar in zwey Punkten B, D, welche zu entgegengesetzten Seiten der Linie CA liegen, und von dem Durchschnittspunkte E derselben mit der Kreislinie, so auch vom Punkte A, gleichweit abstehn *. Zieht man * 19. AB, AD, so ist jede beyder Linien die gesuchte Tangente. — Denn zieht man die Halbmesser CB, CD, so sind die Winkel ABC, ADC, Winkel im Halbkreise, also rechte; folglich stehn AB, AD auf den Halbmessern CB, CD in ihren Endpunkten senkrecht, sind also Tangenten am gegebnen Kreise *. *15. f. 4.

Zusatz. *Um an einem Kreise mit einer gegebnen Sehne parallel eine Tangente zu ziehn*, fälle man vom Mittelpunkte auf die Sehne ein Perpendikel, und ziehe an dem Punkte, wo dieses den Kreis durchschneidet eine Tangente, so läuft diese mit der gegebnen Sehne parallel *. * I. 21.

[AUFGABE 15.]

In einem gegebnen Kreise eine Sehne einzutragen, welche einer gegebnen Linie MN (kleiner als der F. 103.

Durchmesser) gleich ist, und 1) durch einen gegebnen Punkt P geht, oder 2) einer gegebnen graden Linie Q parallel läuft.

Man beschreibe aus einem beliebigen Punkte A in der Kreislinie, mit der gegebnen Linie MN als Halbmesser einen Kreisbogen, welcher den erstern Kreis in B durchschneide, und ziehe AB, so ist AB eine Sehne des gegebnen Kreises, von der verlangten Grösse MN. Zieht man auf die Mitte dieser Sehne, aus dem Mittelpunkte, die grade Linie CD, und beschreibt mit ihr als Halbmesser um C einen Kreis, so berührt dieser die grade Linie AB, welche auf dem Halbmesser in
*9f.1;12. dessen Endpunkte senkrech steht *.

1. An diesem Kreise ziehe man vom gegebnen
* A. 14. Punkte P aus eine Tangente PE *, so ist das Stück dieser berührenden Linie, welches innerhalb des erstern Kreises liegt, d. h. FG, die verlangte Sehne.

2. Vom Mittelpunkte fälle man auf die gegebne Linie Q ein Perpendikel, und ziehe durch den Punkt H, wo dieses den zweyten Kreis berührt, an diesem
* A. 14. Kreise eine Tangente *, so ist das Stück IK dieser Tangente, welches innerhalb jenes Kreises liegt, die verlangte Sehne.

Denn als Tangenten an dem innern Kreise, stehn beyde Sehnen FG, IK auf den Halbmessern CE, CH
* 12. senkrecht *, sind also beyde vom Mittelpunkte um den Halbmesser CD, folglich eben so weit als die Sehne AB entfernt, mithin dieser Sehne, und der gegebnen Li-
* 9. nie MN, gleich *. Die erstere geht aber durch den

Punkt P, die letztere ist zugleich mit Q auf CH senkrecht, also mit Q parallel *. *I. 21.

Sowohl für die erste als für die andre Aufgabe, giebt es in jedem Kreise zwey Sehnen, auf entgegengesetzten Seiten des Mittelpunkts, welche ihr genüge thun.

Zusatz. Mittelst dieser Auflösung ist man auch im Stande folgendes zu bewerkstelligen: 1. *Von einem* F. 104. *gegebnen Punkte P ausserhalb eines Kreises, nach dem Kreise zwey grade Linien so zu ziehn, dass sie zwischen sich Bogen EF, GH abschneiden, welche zusammengenommen den Bogen zwischen den Schenkeln eines andern Winkels, dessen Spitze O ausser dem Kreise liegt, gleich sind.*

Man ziehe nemlich nach dem eben gelehrten Verfahren, vom Punkte P aus die graden Linien PE, PF so, dass die Sehnen FH, EG, welche die Kreislinie auf ihnen abschneidet, den Sehnen AC, BD auf den Schenkeln des Winkels O gleich sind. Es gehören alsdann zu jenen und zu diesen Sehnen gleiche Bogen, deren Unterschiede, d. h. die Bogen AB + CD, und EF + GH auch gleich seyn müssen.

2. *Von einem gegebnen Punkte O in der Verlängerung einer Sehne AC an, eine grade Linie so zu ziehn, dass die Bogen zwischen ihm und dieser Sehne, einem gegebnen Bogen AE gleich sind.* Ziehe zwischen den gegebnen Punkten C und E die Sehne CE, und eine zweyte Sehne BD so, dass sie verlängert durch den gegebnen Punkt O gehe, und der erstern CE gleich sey *; so ist dieses die gesuchte grade Linie. Denn *14. (2) wegen Gleichheit der Sehnen sind die Bogen CA + AE,

und DC + CA + AB gleich, mithin die Bogen AE
*Gr. 2. β = DC + BA *.

Anmerkung. Aufgabe und Zusatz entlehne ich, doch mit verkürzten Beweisen aus Gregor von St. Vincenz.

d. U.

AUFGABE 16.

F. 105. *Ueber eine gegebne grade Linie AB einen Kreisabschnitt zu beschreiben, welcher einen gegebnen Winkel C faſst, (d. h wo jeder in dieſem Kreisabſchnitt*
* E. 7. *eingeſchriebne Winkel, dem Winkel C gleich iſt *.)*

Man verlängere die gegebne Linie AB, und bilde am Punkte B und der Verlängerung BD, einen Winkel DBE, dem gegebnen Winkel C gleich. Auf dem Schenkel BE errichte man im Punkte B ein Perpendikel, ſo auch auf der gegebenen Linie AB in deren Mitte, und beſchreibe aus dem Durchſchnittspunkt O beyder Perpendikel als Mittelpunkt, mit OB als Halbmeſſer einen Kreis, ſo erhält man den geſuchten Kreisabſchnitt AMB.

Denn BE iſt, als ein Perpendikel auf dem Halbmeſſer OB in deſſen Endpunkt B, eine Tangente des
* 12. Kreiſes im Punkte B *, und wird im Berührungpunkte von der Sehne AB durchſchnitten. Folglich hat der Winkel ABF, mithin auch deſſen Scheitelwinkel DBE,
* 25. zu ſeinem Maaſse den halben Bogen BKA *, und iſt jedem Winkel im Kreisabſchnitte AMB, der zur ent-
* 25. f. gegengeſetzten Seite der Sehne liegt, gleich. Nun iſt aber DBE der Conſtruction gemäſs dem gegebnen Winkel C gleich; alſo der Kreisabſchnitt AMD der Geſuch-