Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Aufgabe 17.] Ein Dreyeck, welches mit einem gegebnen Dreyeck PQR gleichwinklig ist, 1) in einem gegebnen Kreis einzuschreiben, und 2) um einen gegebnen Kreis zu umschreiben.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

darstellen könnte; aus einem derselben A, eine grade Linie zu ziehn, welche nach dem Mittelpunkte dieses Kreises zu läuft.

Verbinde die drey Punkte durch grade Linien, und ziehe durch A die grade Linie AD, unter einem Winkel BAD, welcher dem Winkel an dem gegenüber liegenden Punkte C gleich ist; so ist ein Perpendikel auf AB im Punkte A, die gesuchte Linie. — Denn der Winkel C ist in dem erwähnten Kreise ein Winkel am Umfange, der den halben Bogen AB zum Maafs hat. Dieser ist folglich auch das Maafs des Winkels BAD, mithin mufs, da BA eine Sehne ist, AD eine Tangen-
* 24. Z. te des Kreises im Punkte A seyn *, also das Perpendikel AM nach dem Mittelpunkte des Kreises
* 12. laufen *.]

[AUFGABE 17.]

Ein Dreyeck, welches mit einem gegebnen Dreyeck
F. 107. *PQR gleichwinklig ist, 1) in einen gegebenen Kreis einzuschreiben, und 2) um einen gegebenen Kreis zu umschreiben.*

1. Nach dem Punkte A der Kreislinie, welcher einer der Winkelpunkte des einzuschreibenden Dreyecks werden soll, ziehe den Halbmesser OA, und trage den Winkel Q zweymal neben einander am Punkte
*Aufg. 4 O dieser Linie *. Durchschneidet der dritte Schenkel den Kreis in B, so ziehe AB und mache den Winkel ABC gleich P, so ist, wenn man AC zieht, ABC das verlangte Dreyeck, welches mit dem gegebenen PQR gleich-

gleichwinklig iſt. Denn der Winkel C iſt gleich der Hälfte des Winkels AOB *, folglich gleich Q. Da * 23.
auch B gleich P iſt, ſo müſſen die dritten Winkel R, A ebenfalls gleich *, alſo beyde Dreyecke unter ein- * I. 31 f. 1
ander gleichwinklig ſeyn.

Eine andere Auflöſung. Ziehe durch A eine Tangente GH an dem gegebnen Kreiſe *, und mache A. 14.
am Punkte A den Winkel GAC gleich P, den Winkel HAB gleich Q, und ziehe BC, ſo iſt ABC das geſuchte Dreyeck. Denn die Winkel, welche die Tangente mit den beyden Sehnen, die durch den Berührungspunkt gehn, bildet, ſind den Winkeln in den entgegengeſetzt liegenden Abſchnitten gleich *, alſo * 25.
B = GAC = P und C = HAB = Q, und folglich iſt das eingeſchriebene Dreyeck ABC mit dem gegebenen PQR gleichwinklig.

2. Verlängere eine Seite PQ des gegebenen Dreyecks, und mache DOE = RQS und DOF = RPT. Durch D, E und F ziehe man Tangenten an dem gegebnen Kreiſe, ſo bilden dieſe das geſuchte Dreyeck ABC, welches dem Kreiſe *umſchrieben*, und mit dem gegebenen PQR gleichwinklig iſt. — Denn da bey D, E, F rechte Winkel ſind, ſo ſind die einander gegenüberſtehenden Winkel in den Vierecken BDOE und ADOF in jedem zuſammengenommen zwey rechten Winkel gleich *. Folglich B gleich dem Neben- * I. 32.
winkeln von RQS, d. h. gleich Q, und A gleich dem Nebenwinkel von RPT, d. h. gleich P. Mithin iſt

das umschriebene mit dem gegebenen Dreyeck gleichwinklig.

AUFGABE 18.

Einen Kreis, 1) in ein gegebnes Dreyeck ABC einzuschreiben; 2) um ein gegebnes Dreyeck zu umschreiben.

F. 108. 1. Theile zwey der Winkel des Dreyecks, A, B, durch die graden Linien AO, BO, welche sich in einem Punkte O schneiden müssen *, in zwey gleiche Theile; fälle vom Punkte O auf eine der Seiten des Dreyecks ein Perpendikel OD, und beschreibe mit OD als Halbmesser, um O als Mittelpunk, einen Kreis; so ist dieser der gesuchte, in dem Dreyeck ABC eingeschriebene Kreis.

* I. 24.

Der so gefundene Punkt O steht nemlich von allen Seiten des gegebnen Dreyecks gleich weit ab, indem die Perpendikel auf die Seiten des Dreyecks, OD, OE und so auch OD, OF, gleich sind. Denn sie sind Katheten in rechtwinkligen Dreyecken ODB, OEB und ODA, OFA, wovon die ersten, so wie die letzten, sich wegen Gleichheit der Hypothenusen und eines der spitzen Winkel decken *. Die drey Fusspunkte der Perpendikel, D, E, F liegen also im Umfange der Kreislinie, welche um O mit dem Halbmesser OD beschrieben ist *. Diese Kreislinie berührt folglich die drey Seiten des Dreyecks ABC *, und ist daher in dem gegebenen Dreyeck eingeschrieben *.

* I. 18. f. 2
* E. 2. γ.
* 12.
* E. 16.

2. Die Methode einen Kreis um ein gegebenes Dreyeck zu beschreiben, steht in Aufgabe 12.