Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 20. Wenn zwey Winkel A, B gegeben sind, ihr gemeinschaftliches Maass, und daraus ihr Zahlverhältniss zu finden.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Klare zu setzen) *nihil enim unquam tam confusum vel involutum legi vel audivi.* Andere preisen es dagegen als ein Meisterstück beharrlichen Tiefsinns, und das mit Recht, gehört es auch für uns nur zu den blossen Schaustücken, und zu den veralteten Rüstzeugen im Zeughause der Wissenschaft. d. U.]

AUFGABE 20.

F. 110. *Wenn zwey Winkel A, B gegeben sind, ihr gemeinschaftliches Maass, und daraus ihr Zahlverhältniss zu finden.*

Man beschreibe mit gleichem Halbmesser um die Scheitelpunkte beyder Winkel Kreisbogen CD, EF, so
*22. Z. sind diese das Maass beyder Winkel *. Mit diesen beyden Kreisbogen verfahre man so, wie in der vorigen Aufgabe mit den beyden graden Linien; und das ist immer möglich, da Kreisbogen, die mit gleichem Halbmesser beschrieben sind, gehörig gelegt sich de-
* 1. cken, also ineinander fallen *, und sich mittelst ihrer Sehnen einer auf dem andern stetig neben einander legen
* 7. lassen *. Auf diese Art findet man sogleich das *grösste gemeinschaftliche Maass* OD beyder Bogen, *wenn es eins giebt*, und ihr Verhältniss in den kleinsten Zahlen
* A. 14. Fall 1. ausgedrückt *. Dieses ist zugleich das Verhältniss der beyden gegebenen Winkel A, B, die sich stets wie
* 22. jene Bogen verhalten *. Der Winkel OAD, dessen Schenkel das gemeinschaftliche Maass beyder Bogen umspannen, ist zugleich das grösste gemeinschaftliche Maass dieser beyden Winkel.

Haben die beyden Bogen CD, EF, die man auf diese Art mit einander vergleicht, *kein* gemeinschaftli-

ches

ches Maaſs *, ſo ſind ſie, und die Winkel A, B deren Schenkel dieſe Bogen umſpannen, incommenſurabel, und dann giebt es *kein Zahlverhältniſs*, welches dem Verhältniſs dieſer Bogen, und dieſer Winkel völlig entſpräche. Allein man findet dann, wie in der vorigen Aufgabe, Zahlverhältniſſe, die ſich ihrem wahren (irrationalen) Verhältniſſe immer mehr und ohne Gränze nähern, je weiter man das angegebene Verfahren fortgeſetzt hat; folglich Zahlverhältniſſe, die man zum Gebrauch ſtatt des irrationalen Verhältniſſes ſetzen kann.

* A. 19. Fall 2.

[Zuſatz. *Um den unmittelbaren Zahlausdruck eines gegebenen Winkels in Theilen des rechten Winkels*, als dem feſtgeſetzten Maaſse alle Winkel *zu finden*, braucht man nur auf dieſe Art das gemeinſamme Maaſs und das Zahlverhältniſs zwiſchen dem Bogen, der den gegebenen Winkel miſst, und der Kreislinie, oder dem Quadranten, aufzuſuchen. Geſetzt man findet ſo das Zahlverhältniſs des Bogens und der Kreislinie $3 : 25$, alſo des Bogens und des Quadranten $3 : \frac{25}{4}$, ſo iſt der Winkel $\frac{25}{3}$ von vier rechten, oder $\frac{25}{12}$ eines rechten Winkels, läſst ſich alſo durch den Bruch $\frac{25}{12}$ ausdrücken, in ſo fern wir den rechten Winkel zum allgemeinen Maaſs, zur Einheit der Winkelgröſsen, machen. Oder nimmt man den neunzigſten Theil des rechten Winkels, d. h. einen *Grad*, und deſſen Sexageſimaltheile zum allgemeinen Maaſs, oder zur Einheit der Winkel *, ſo läſst ſich jener Bogen durch die Zahl $\frac{25}{12} \cdot 90$ Grade $= 187 + \frac{1}{2}$ Grad $= 187^{\circ}\ 30'$ ausdrü-

* 22. Z. 3.

cken. Eben ſo der Bogen den er umſpannt in Bogengraden. Dabey muſs man ſich denken, der *Winkel* enthält 187 Winkeleinheiten und 30 Sechzigtheile derſelben, der Bogen 187 Bogeneinheiten und 30 Sechzigtheile derſelben; ein Ausdruck welchem alſo immer das Zahlverhältniſs des Winkels zum rechten, und des Bogens zu Kreislinie, zum Grunde liegt, wie wir das
*28.Z.3. umſtändlich erläutert haben *.

Geſetzt der gegebene Bogen B ſey in dem *Halbkreiſe m* (4) mal enthalten, meſſe ihn aber nicht genau, ſondern es bleibe ein Stück übrig, welches in dem Bogen B ſelbſt *n* (2) mal enthalten ſey, und einen Reſt laſſe, der in dem vorigen Reſte, *p* (3) mal enthalten ſey, ſammt einem Bogenſtück, welches wiederum von dieſem Reſte der *qte* (3te) Theil ſey; ſo iſt nach dem Zuſatz der vorigen Aufgabe, B =

$$\frac{1}{m+\frac{1}{n+\frac{1}{p+\frac{1}{q}}}} \,.\, \text{Halbkr.} = \frac{(1+pq).n+q}{(1+pq)(1+mn+mq)} \,.\, 180^0$$

$$= \frac{10 \cdot 2 + 3}{10 \cdot 25} \,.\, 180^0 = \frac{23 \cdot 180^0}{250} = \frac{414^0}{25} = 16^0\ 31'\ 36''.$$

Dieſes artige *Verfahren*, *Winkel lediglich mit Hülfe des Zirkels zu meſſen*, trägt ſchon *Lagny* in den *Memoires de l' Acad. des Sc. de Paris A.* 1724. *p.* 250 vor.