



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 1. Parallelogramme von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe
haben gleichen Inhalt.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-51104](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-51104)

der, die zweyten Glieder, u. f. untereinander in demselben Verhältniß $a : d = b : c = e : f$ etc; und ist das der Fall, so sind auch die Summen zweyer, dreyer oder aller übereinstimmender Glieder links vom Gleichheitszeichen und rechts von diesem *V. 47. Zeichen in demselben Verhältniß*.

α) Dieses auf proportionale Linien angewandt, sieht man also daß in ihnen je zwey übereinstimmende Theile in gleichem Verhältniß stehn, und so auch die Summe je zweyer, dreyer, kurz beliebig vieler, und folglich auch die Summe aller, d. h. die ganzen Linien; ein Satz den ich der Anwendung halber gleich mit in die Erklärung proportional getheilte Linien aufgenommen habe.

β) Sind umgekehrt zwey Linien AB, AC so eingetheilt, daß je zwey übereinstimmende Theile in demselben Verhältniß stehn, $Ab : Ac = bD : cE = DB : EC$, so sind sie proportional getheilt. Denn dann verhalten sich die Vorderglieder aller dieser Verhältnisse zu einander, wie die Hinterglieder, und das macht das Wesen einer proportionalen Theilung aus. d. U.]

LEHRSATZ I.

Parallelelogramme von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe haben gleichen Inhalt.

Fig. 6. [Man lege beyde Parallelelogramme so aufeinander, daß ihre Grundlinien sich decken. Dann stehn beyde über der gemeinschaftlichen Grundlinie AB, und weil sie gleiche Höhe haben, fallen die Seiten DC, FE, welche der AB gegenüberstehn, in einerley Parallellinien mit der Grundlinie AB*. Und zwar liegen sie

entweder ganz auseinander, oder fallen zum Theil aufeinander, welche Fälle die Figur beyde darstellt.]

In jedem der beyden Parallelogramme sind die gegenüberstehenden Seiten gleich; $AD = BC$, $AF = BE$ und $DC = AB = FE$; und da auch das gleich seyn muß, was übrig bleibt, wenn man die gleichen Linien DC , FE beyde von der Linie DE abzieht, so ist auch $CE = DF$ *. Mithin sind die beyden Drey-^{*Gr. 2. §}ecke ADF , BCE untereinander gleichseitig, müssen sich also decken *, und haben gleichen Inhalt; daher * 1. 11. auch ihr Unterschied vom Trapez $ABED$ gleich seyn muß. Zieht man aber von diesem Trapez das Dreyeck ADF ab, so bleibt das Parallelogramm $ABCD$, und zieht man das Dreyeck BCE ab, so bleibt das Parallelogramm $ABED$ übrig. Folglich haben diese beyden Parallelogramme, weil ihre Grundlinien und ihre Höhen gleich sind, auch gleichen Inhalt.

Folgerung 1. Jedes Parallelogramm $ABED$, Fig. 1. hat also insbesondre gleichen Inhalt mit einem Rechteck $CEFD$, welches mit demselben von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe ist.

Folgerung 2. Haben zwey Parallelogramme gleiche Höhe, aber ungleiche Grundlinie, so ist das das Größere, welches über der größern Grundlinie steht. Denn ein Theil desselben, ist dann dem erstern gleich.

[Anmerkung. Dieser Lehrsatz läßt sich auch auf Trapezoide von gleicher Höhe *, deren parallele Seiten in beyden * E. 3. gleich sind, ausdehnen, und für diese grade auf dieselbe Art beweisen.]

LEHRSATZ 2.

Fig. 1. *Der Inhalt eines Dreyecks ABC, ist halb so groß als der Inhalt eines Parallelogramms, welches mit dem Dreyecke gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.*

[Man ziehe durch zwey Winkelpunkte des Dreyecks B, C Parallellinien mit den gegenüberstehenden Seiten, CE parallel mit AB, und BE parallel mit AC, so entsteht ein Parallelogramm ABEC, welches mit dem Dreyeck ABC einerley Grundlinie AB, und gleiche Höhe hat, da beyde zwischen denselben Pa-

- E. 1. rallellinien AB, CE liegen *. In diesem Parallelogramm ist BC eine Diagonale. Also sind die Drey-
- I. 34. ecke ABC, BCE gleich *, und mithin das Dreyeck ABC die Hälfte des Parallelogramm ABEC. Da aber mit diesem Parallelogramm ein jedes andere von gleicher Höhe und gleicher Grundlinie gleichen Inhalt hat, so gilt unser Satz allgemein.]

Folgerung. 1. Der Inhalt eines Dreyecks ABC ist also ins besondere halb so groß als der Inhalt eines Rechtecks CDFE, welches mit Dreyeck gleiche Grundlinie AB und gleiche Höhe CD hat.

[*Folgerung 2. Alle Dreyecke von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe haben gleichen Inhalt. Denn sie sind die Hälften von Parallelogrammen, die nach Lehrs. 1. gleichen Inhalt haben müssen.*

[*Zufatz. Haben umgekehrt zwey Dreyecke ABC, DBC gleiche Grundlinie und gleichen Inhalt, so haben sie*