Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Lehrsatz 5. Der Flächenraum eines Parallelogramms wird durch das Produkt aus der Grundlinie in die Höhe gemessen; der Flächenraum eines Dreyecks durch das halbe Produkt aus der Grundlinie in die Höhe.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

durch den Ausdruck: *quod fit ex ductu alterius Lineae in alteram*, und das *Quadrat* einer Linie durch *Poteſtas lineae*, oder blos durch *poteſt.* Ausdrücke, die ohne dieſe Erläuterung allerdings ſehr ſonderbar ſchienen. So z. B. frägt *Clavius* nach dem Unterſchiede der Quadrate zweyer Linien folgendermaſsen: *invenire id, quod plus poteſt major, quam minor*, und der Pythagoreiſche Lehrſatz wird oft ſo vorgetragen: *hypotenuſa poteſt cathetos*; d. h. das Quadrat der Hypotenuſe iſt dem Quadrat der beyden Katheten gleich. Selbſt Euklid bezeichnet auf dieſe Art die Gleichheit des Quadrats einer Linie mit einem andern Rechteck, „Wenn eine Linie nach ſtetigem Verhältniſs geſchnitten iſt, ſo *kann* das Quadrat des gröſsern Abſchnitts das Rechteck aus dem kleinern Abſchnitt und der Linie".

Anmerkung 3. Aus den Erörtrungen zu dieſem Lehrſ. erhellet endlich, in wie fern wir oben behaupten konnten, daſs die in Erklärung 4 und 5 aufgeſtellten Sätze, auf die Arithmetiſchen Sätze, welche dort angeführt werden, hinaus laufen.

d. U.

LEHRSATZ 5.

Der Flächenraum eines Parallelogramms wird durch das Produkt aus der Grundlinie in die Höhe gemeſſen;

der Flächenraum eines Dreyecks durch das halbe Produkt aus der Grundlinie in die Höhe.

Denn ein Parallelogramm ABEC hat mit einem Fig. 1. Rechteck CDFE, welches von gleicher Grundlinie AB und gleicher Höhe CD mit dieſem Parallelogramme iſt, gleichen Inhalt *, und alſo auch zum Maaſse ſeines * 1. f. 1 Flächenraums ebenfalls das Produkt AB × CD *. — *4. Z. 1.

Ein Dreyeck ABC ist aber nur halb so grofs als ein sol-
*2. f. 1. ches Rechteck *, hat folglich zum Maafse seines Inhalts das Produkt $\frac{1}{2}$ CD × AB.

Folgerung. 1. *Zwey Parallelogramme* und so auch *zwey Dreyecke* von *gleicher Höhe*, *verhalten sich* folglich dem Inhalt nach, wie ihre Grundlinien; und haben sie *gleiche Grundlinien*, so verhalten sie sich wie ihre Höhen. Denn aus dem Verhältnifs der Produkte wodurch ihr Inhalt bestimmt wird, fallen die gleichen
*V. 1. β. Factoren unbeschadet des Verhältnisses hinaus *, daher dieses Verhältnifs im ersten Fall mit dem Verhältnifs der Grundlinien, im zweyten mit dem Verhältnifs der Höhen übereinstimmt.

Fig. 13. [*Folgerung* 2. Da das Verhältnifs zweyer Produkte aus dem Verhältnifs der Faktoren zusammengesetzt ist, so ist folglich auch] *das Verhältnifs des Inhalts zweyer Parallelogramme, so wie zweyer Dreyecke, zusammengesetzt aus dem Verhältnifs der Grundlinien und der Höhen*, z B.

$$\triangle ABC : \triangle EFG = AD \times BC : EH \times FG$$
*V. 6.
$$= (AD : EH)\ (BC : FG)\ *.$$

Folgerung 3. Sind die Glieder des erstern dieser beyden gleichen Verhältnisse untereinander gleich, so sind es auch die des zweyten, und umgekehrt. Ist aber AD × BC = EH × FG so ist allemal auch AD : EH = FG : BC. Mithin sind *in Dreyecken von gleichem Inhalt stets die Höhen und die Grundlinien verkehrt propor-*
*E. 7. *tional* *, und *sind* umgekehrt *die Höhen und Grundlinien zweyer Dreyecke verkehrt proportional, so haben diese Dreyecke gleichen Inhalt.*

Dasselbe gilt aus den nemlichen Gründen für die Parallelogramme. Diese Eigenschaft kömmt also den Rechtecken nicht ausschliefslich zu *.] *4. f. 1.

Anmerkung. Der Kürze halber pflegt man unsern Lehrsatz auch wohl so auszudrücken: *ein Parallelogramm ist dem Produkte aus der Grundlinie in die Höhe, und ein Dreyeck der Hälfte dieses Produktes gleich.* Hat man sich hierüber so wie wir im vierten Lehrsatze erklärt, so sieht man sogleich, dass hier blofs von den Zahlausdrücken für den Inhalt und die Seiten die Rede ist, und dann fällt alles Anstöfsige in diesem Ausdruck weg. Bezeichnet man diese Zahlausdrücke mit i, g, h, so ist für das *Parallelogramm* $i = gh$ und umgekehrt $g = \frac{i}{h}$ oder $h = \frac{i}{g}$ und für das *Dreyeck* $i = \frac{1}{2} gh$, $g = \frac{2i}{h}$, $h = \frac{2i}{g}$, so dafs also jede dieser drey Gröfsen durch den Zahlausdruck der beyden andern, nach diesen leichten Formeln bestimmt wird. Ein Parallelogramm von 280 Quadratfufs, das über einer Grundlinie von 14 Fufs steht, hält so z. B. zur Höhe 20 Fufs, und ein Dreyeck von 400 Quadratfufs, dessen Höhe 20 Fufs ist, eine Grundlinie von 40 Fufs.

d. U.

LEHRSATZ 6.

*Der Inhalt eines Trapezoid ABCD wird durch das Produkt aus der Höhe EF in die halbe Summe der parallelen Grundlinien desselben, AB, CD * gemessen.* Fig. 14. * E. 3.

Man halbire eine der nicht parallelen Seiten, z. B. BC im Punkte I, ziehe durch diesen Punkt parallel mit der gegenüberstehenden Seite AD die Linie KL, und verlängere DC, bis wo sie diese Linie trifft,