Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

[Lehrsatz 14.] Ein Dreyeck ABC ist bey A rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig, je nachdem das Quadrat der Seite BC, welche diesem Winkel gegenübersteht, den Quadraten der beyden Seiten AB, ...

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

die sich in einem Punkte A durchschneiden,) vermöge der Natur des Kreises gleich *. Theilt man nun, wie beym Beweise des Pythagoreischen Lehrsatzes, das Quadrat über der Grundlinie BC durch das Perpendikel AE in zwey Rechtecke, und zieht AG, BI; so entstehn zwey Dreyecke AGC, BIC, welche, jenes mit dem Rechteck DG, dieses mit dem Rechteck CN über gleicher Grundlinie und zwischen gleichen Parallelen stehn, folglich halb so groſs als diese Rechtecke sind *. Beyde Dreyecke decken sich aber, sind also gleich, und folglich haben auch die Rechtecke DG und CN gleichen Inhalt. Grade so thut man dar, daſs auch die Rechtecke DF und BM gleichen Inhalt haben. Folglich ist BC^2 = Rechtk. CN + Rechtk. BM oder $BC^2 = AC^2 \mp AC \times AQ + AB^2 \mp AB \times AP$; und da die beyden Rechtecke gleich sind,

* 22.

* 2. f. 1.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \mp 2\,AC \times AQ$$

wo das untere Zeichen gilt, wenn A stumpf, das obere wenn A spitz ist, und wo man statt des letztern Rechtecks auch das Rechteck $\mp 2 \cdot AB \times AP$ setzen kann. d. U.

[LEHRSATZ 14.]

Fig. 30.

Ein Dreyeck ABC ist bey A rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig, je nachdem das Quadrat der Seite BC, welche diesem Winkel gegenübersteht, den Quadraten der beyden Seiten AB, AC, welche den Winkel A einschlieſsen, zusammengenommen gleich ist, oder kleiner, oder gröſser ist, als diese beyden Quadrate.

Denn gesetzt es ist $BC^2 = AB^2 + AC^2$, und doch wäre A kein rechter, sondern ein spitzer oder ein stumpfer Winkel, so müsste zugleich auch $BC^2 =$
* 13. $AB^2 + AC^2 \mp 2\,AC \times AD$ seyn *, welches der Voraussetzung widerspricht.

Eben so müssen, wenn $BC^2 = AB^2 + AC^2 \mp 2\,AC \times AD$ ist, und der Winkel A wäre nicht im Fall des *obern* Zeichens *spitz*, sondern recht oder stumpf, und nicht im Fall des *untern* Zeichens *stumpf*, sondern recht oder spitz, vermöge der beyden vorigen Lehrsätze zugleich $BC^2 = AB^2 + AC^2$ oder $BC^2 = AB^2 + AC^2 \pm 2\,AC \times AD$ seyn, welches ebenfalls der Voraussetzung widerspricht.

Zusatz. Aehnliche *Kriterien* um aus der Grösse der drey Seiten eines Dreyecks ABC, und eines der Stücke, welche durch die Perpendikel aus den Spitzen auf den gegenüberstehenden Seiten abgeschnitten werden, *zu beurtheilen, ob ein bestimmter Winkel A des Dreyecks, recht, spitz oder stumpf ist*, geben die Formeln in Lehrsatz 13 Folgerung 3 und 4 an die Hand, so wie Folgerung 5 Merkmale, wonach sich aus der Grösse der Seiten beurtheilen läst, ob ein Dreyeck *gleichschenklig* ist, oder nicht.

[Lehrsatz 15.]

Fig. 33. *Wenn man über zwey Seiten AB, AC eines Dreyecks ABC zwey Parallelogramme ABDE, ACFG, unter beliebigen Winkeln, und von beliebiger Grösse und Lage beschreibt, die Seiten derselben, welche den*