UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 3. Ueber eine gegebne grade Linie MN ein Parallelogramm zu beschreiben, welches mit einem gegebnen Parallelogramm ABCD gleichen Inhalt hat, und unter gleichen Winkeln enthalten ist.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Visual Library

gegebenen Winkel, welches mit dem erstern gleichen Inhalt hat *. * 1

2) Theile die eine der nicht-parallelen Seiten des Fig. 14. *Trapezoids*, z. B. CB, in zwey gleiche Theile im Punkte I, ziehe durch diesen Punkt eine Parallellinie mit der gegenüberstehenden Seite AD, und nach dieser von den Punkten A, D, unter dem gegebenen Winkel, Parallellinien, so ist das so entstehende Parallelogramm unter dem gegebnen Winkel beschrieben, und hat mit dem Trapezoid gleichen Inhalt *. * 6.

3) Im *Dreyeck* theile man eine der Seiten, z. B. Taf. V. Fig. 75. LB, in zwey gleiche Theile im Punkte A, ziehe durch die gegenüberstehende Spitze mit LB eine Parallellinie, und nach dieser aus den Punkten L, B, unter dem gegebnen Winkel, Parallellinien, so ist das so entstehende Parallelogramm das Gesuchte.

Folgerung. Da sich jedes Vieleck, der vorigen Aufgabe gemäss, in ein Dreyeck von gleichem Inhalt verwandlen lässt, *so kann man* also auch *jedes Vieleck in ein Parallelogramm mit einem gegebnen Winkel verwandlen.* — Also auch in ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel, d. h. *in ein Rechteck.*

AUFGABE 3.

Ueber eine gegebne grade Linie MN ein Parallelogramm zu beschreiben, welches mit einem gegebnen Parallelogramm ABCD gleichen Inhalt hat, und unter gleichem Winkel enthalten ist. Fig. 76.

Man verlängere eine der Seiten des gegebnen Parallelogramms, z. B. AB, schneide auf der Verlängerung BE, gleich der gegebenen Linie MN, ab, und ziehe durch E und den Eckpunkt C eine grade Linie. Durchschneidet diese die verlängerte Seite AD des gegebnen Parallelogramms in einem Punkte F; so ist *DF die zweyte Seite des gesuchten Parallelogramms.* Und verlängert man die beyden andern Seiten des Gegebnen über C hinaus, und zieht durch E und F mit ihnen Parallellinien; so ist *die Ergänzung BGHI, welche auf diese Art entsteht, das gesuchte Parallelogramm.*

Denn da vermöge der Construction die Linien AE, DI, FH, und auch die Linien AF, BG, EH, parallel laufen, so sind die Vierecke welche auf diese Art gebildet werden, insgesammt gleichwinklige Parallelo-
*8. (1) gramme *. Ueberdem sind die Ergänzungs-Paral-
*8. (3) lelogramme ABCD und CGHI einander gleich *; so auch die gegenüberstehenden Seiten DF = CH und CI
* I. 34. = BE = MN *. Folglich ist CGHI das gesuchte Parallelogramm, welches über der gegebnen Linie MN = CI steht, und mit dem gegebnen Parallelogramm ABCD gleichwinklig und gleich grofs ist.

Folgerung 1. Auf die Art läfst sich also auch *ein gegebnes Rechteck in ein anderes, von gleicher Gröfse, welches über einer gegebnen Grundlinie steht, verwandeln.* Und zwar, da es mehrentheils nur darauf ankömmt, die Höhe dieses zweyten Rechtecks zu finden, und hierzu der erste Theil der Construction hinreicht; so verdient diese einfache Methode selbst vor der den Vorzug, die wir in den folgenden Aufgaben, mittelſt Auffindung einer vierten Proportionallinie, werden kennen lernen.

Folgerung 2. Ferner läſst ſich auf dieſe Art jedes *gegebne Dreyeck LMN*, *oder jedes Trapezoid in ein Parallelogramm von gleichem Inhalt*, *welches über eine gegebne Linie MN*, *und unter einem gegebnen Winkel W beſchrieben iſt*, und zwar insbeſondere, *in ein Rechteck über gegebner Grundlinie verwandeln*. Man verwandle zu dem Ende das gegebne Dreyeck oder Trapezoid in ein gleich groſses Parallelogramm, unter dem gegebnen Winkel *, oder in ein gleich groſses Rechteck, und *Afg. 2. (2. 3.)
verfahre dann wie unſere Conſtruction angiebt. Eine andre Methode lehrt Aufgabe 8.

Folgerung 3. Endlich läſst ſich auch durch dieſes Verfahren *jedes gradelinige Vieleck in ein Parallelogramm unter einem gegebnen Winkel*, und zwar insbeſondere *in ein Rechteck*, *welches über eine gegebne Grundlinie MN ſtehet*, *verwandeln*. Dazu führen verſchiedne Wege.
α) *Entweder* man verwandelt das Vieleck in Ein Dreyeck von gleichem Inhalt *, das Dreyeck in ein Recht- *Afg. 1.
eck*, und dieſes nach dem eben gelehrten Verfahren *Afg. 2.
in ein gleich groſses Rechteck, welches über der gegebnen Linie MN ſteht*. — β) *Oder* man zerſchnei- * f. 1.
det die gegebne vielſeitige Figur, entweder in lauter Dreyecke, oder in Trapezoide *, verwandelt jeden *6. Z. 2.
dieſer Theile einzeln in Rechteck *, und dieſe in *Afg. 2
gleich groſse Rechtecke über der gegebnen Seite MN*, * f. 1.
trägt dann die zweyten Seiten aller dieſer Rechtecke in

eine grade Linie zusammen, und beschreibt über sie als Grundlinie, und mit MN als Höhe, ein Rechteck; so erhält man das gesuchte Rechteck *.

* E. 5.

Auf dieselbe Art läßt sich *über eine gegebne Linie MN ein Rechteck bilden, welches der Summe oder dem Unterschiede zweyer Vielecke R, S gleich ist*, je nachdem man die Rechtecke über MN, denen beyde Vielecke einzeln gleich sind, zu entgegengesetzter oder zu einerley Seite der gemeinschaftlichen Grundlinie MN, neben oder auf einander legt.

Anmerkung 1. Die Geometer des Mittelalters hatten für diese Construction ein eignes Kunstwort: *Applicatio.* Doch bezeichnet im weitläufigen Sinn *applicare figuram ad lineam* oder *secundum lineam* überhaupt das Beschreiben einer Figur über eine bestimmte Linie *.

*Afg. 12 a.

Anmerkung 2. Da der Zahlausdruck eines Rechtecks das Produkt aus den Zahlausdrücken der Grundlinie und Höhe ist, z. B. AB × AD, und umgekehrt der Zahlausdruck der Höhe aus dem des Inhalts und der Grundlinie durch Division gefunden wird, $h = \frac{i}{g}$ *; so ist im Fall der ersten Folgerung, der Zahlausdruck der gesuchten Höhe DF des zweyten Rechtecks,

* 6. a.

$$DF = \frac{AB \times AD}{BE}$$

Ein solcher Zahlausdruck läßt sich daher in Linien darstellen, d. h. *construiren*, wenn man das Rechteck, dessen Zahlausdruck AB x AD, d. h. welcher aus den Seiten AB und AD beschrieben ist *, in ein gleich grofses Rechteck über die Grundlinie BE verwandelt; und dieses berechtigt uns in geometrischen Untersuchungen einen solchen Ausdruck durch: *Hohe eines Rechtecks, welches über der Grundlinie BE steht; und mit dem Rechteck*

* 4.

AB x *AD gleichen Inhalt hat*, zu übersetzen, wie wir das z. B. in der Auslegung des 20sten Lehrsatzes gethan haben.

Anmerkung 3. Da das, was bey den Zahlausdrücken der Linien und Flächen *Division* ist, in der geometrischen Darstellung sich durch diese Construction bewerkstelligen lässt; so übertrugen die ältern Mathematiker das Kunstwort für dieses Verfahren auch auf die Division, und sagten z. B. *numerum applicare ad numerum*, um das Dividiren einer Zahl durch eine andre anzuzeigen *. *4. A. 2.

AUFGABE 4.

1) *Eine gegebne grade Linie AB in beliebig viel gleiche Theile zu theilen.*

2) *Eine gegebne grade Linie AB, entweder mehrern gegebnen Linien P, Q, R, oder einer gegebnen eingetheilten Linie MN, proportional einzutheilen.*

1) Gesetzt man soll die grade Linie AB in 5 gleiche Theile theilen; so ziehe man durch den Endpunkt A dieser Linie, unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe, und in gehöriger Länge, eine andre grade Linie, trage auf diese eine beliebige Linie AC fünfmal nebeneinander auf, und ziehe vom letzten Endpunkt G dieser Theile, nach dem Endpunkte B eine grade Linie GB. Dann schneidet, behaupte ich, eine Parallellinie mit GB, die durch den ersten Theilpunk C gezogen wird, auf der gegebnen Linie AB den fünften Theil AI ab, und trägt man AI fünfmal nebeneinander, oder zieht man durch alle fernern Theilpunkte D, E, F, mit GB Parallellinien, so wird AB auf Fig. 77.