# Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 5. 1) Eine gegebne grade Linie BC, nach einem gegebnen Zahlverhältnisse m:n. einzutheilen.
2) Auf der Verlängerung einer gegebnen graden Linie BC so einen Punkt g zu bestimmen, dass die ...

*hältnifs haben einzutheilen*, theile man die Grundlinie nach der verlangten Art ein, und ziehe aus der Spitze grade Linien nach allen Theilpunkten.

Denn das gegebne Dreyeck wird dadurch in kleine Dreyecke getheilt, die insgefammt auf derfelben graden Linien ftehn, und deren Spitze in einem Punkte liegen, folglich in Dreyecke von gleicher Höhe *. Solche Dreyecke verhalten fich aber wie ihre Grundlinien *; daher das gegebne Dreyeck dann auf die verlangte Art eingetheilt ift.

* E. 2.

* 5. f. 1.

Zufatz II. *Um ein gegebnes Parallelogramm durch Parallellinien mit einer der Seiten in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, oder in Theile, welche zu einander ein gegebnes Verhältnifs haben, einzutheilen*, theile man die zweyte, an jener anftofsende Seite auf die verlangte Art ein, und ziehe durch die Theilpunkte Parallellinien mit der erftern Seite.

Denn die kleinen Parallelogramme, welche auf diefe Art entftehn*, liegen insgefammt zwifchen zwey Parallellinien; haben alfo gleiche Höhe *, verhalten fich folglich wie ihre Grundlinien*, und das gegebne Parallelogramm ift daher auf die verlangte Art eingetheilt.

* I. 34. f. 1

* E. 3.

* 5. f. 1.

## AUFGABE 5.

1) *Eine gegebne grade Linie BC, nach einem gegebnen Zahlverhältniffe m : n. einzutheilen.*

2) *Auf der Verlängerung einer gegebnen graden Linie BC so einen Punkt g zu bestimmen, daß die beyden Abschnitte Bg, Cg, in dem gegebnen Zahlverhältnisse m : n stehn.*

Das gegebne Zahlverhältniſs m : n ſey welches es wolle, ſo läſst es ſich jedesmal leicht in ein Linearverhältniſs verwandeln. Denn man braucht zu dem Ende nur aus einer willkührlichen Linie zwey Linien P, Q, grade ſo zuſammenzuſetzen, wie die beyden Zahlen m und n aus der Einheit zuſammengeſetzt ſind. Alsdann verhält ſich m : n = P : Q und P und Q ſind bekannte Linien.

1) Nun ſoll *im erſten Fall der Aufgabe* die gegebne Linie BC ſelbſt nach dem Verhältniſſe m : n, folglich den Linien P und Q proportional eingetheilt werden; welches durch das Verfahren der vorigen Aufgabe geleiſtet wird *.

*Afg. 4. (2).

Fig. 79. 2) *Im zweyten Fall* ſoll auf der Verlängerung der gegebnen Linie BC ein Punkt g ſo gefunden werden, daſs ſich verhalte Bg : Cg = m : n = P : Q. Die beyden Abſchnitte Bg, Cg ſind in dieſem Fall um die gegebne Linie BC von einander verſchieden, können alſo nicht im Verhältniſs der Gleichheit ſtehn; und würde dieſes gefordert, ſo wäre die Aufgabe in dieſem Fall unmöglich. Ueberdem muſs, je nachdem m gröſser oder kleiner als n iſt, auch Bg gröſser oder kleiner als Cg ſeyn, mithin der geſuchte Punkt g auf der Verlängerung der Linie BC über C oder über B hinaus liegen. Alles dieſes zeigt auch die folgende Conſtruction.

Gesetzt nemlich, es sey $m > n$, so verhält sich $Bg : Cg : Bg - Cg = m : n : m - n = P : Q : P - Q$*, oder $P - Q : P = BC : Bg$. Man ziehe daher durch B eine grade Linie unter einem willkührlichen Winkel gegen BC, trage auf sie von B aus, $BE = P$, und vom Endpunkte E dieser Linie, rückwärts $EF = Q$ auf, (so daſs $BF = P - Q$ wird) und ziehe FC so schneidet eine Parallellinie mit FC, durch E gezogen, auf der Verlängerung von B über C hinaus den gesuchten Punkt g ab. Denn wegen des Parallelismus dieser Linien verhält sich $BC : Bg : Cg = BF : BE : EF$* $= P - Q : P : Q$,* folglich $Bg : Cg = m : n$.

* V. 4. β.

* 7. 2.

Ist dagegen $m < n$, mithin auch $P < Q$ und $BE < EF'$, so fällt der Punkt F' über B hinaus, auf dem Stück der willkührlich gezognen Linie, welche mit dem erstern gegen B auf entgegengesetzte Art liegt, und zieht man nun CF', und mit ihr durch E eine Parallellinie, so durchschneidet auch diese die Linie BC, nur auf der entgegengesetzten Verlängerung, über B hinaus.

Sollte endlich $m = n$, folglich auch $P = Q$ und $BE = EF$ seyn, so müſsten die Punkte B und F, mithin auch die Linien FC und BC zusammen fallen. Eine Parallellinie durch E mit FC, wäre also in diesem Fall auch mit BC parallel, durchschnitte folglich BC auf beyden Seiten verlängert, nie, und es ist dann kein Durchschnittspunkt g möglich.

Wollte man sich indeſs vorstellen, daſs zwey Parallellinien sich in einer unendlichen Entfernung (d. h. aber *gar nicht*) durchſchneiden, ſo rückt in dieſem Fall der Punkt g ins Unendliche fort. Ein Kreis mit einem Halbmeſſer Ag beſchrieben, gienge dann in einen Kreis, mit einem unendlich groſsen Halbmeſſer beſchrieben, d. h. in eine grade Linie über, und ſo würden durch dieſe blos eingebildete Idee in Lehrſatz 20 die Fälle, wo ein Ort, der, falls m und n ungleich ſind ein Kreis iſt, wenn m und n gleich ſind, in eine grade Linie übergeht, auf jenen Hauptfall zurückgebracht; und dieſes Verallgemeinern iſt überhaupt eine der vorzüglichſten Anwendungen, die der Mathematiker von dieſen bloſs eingebildeten Ideen des Unendlichen macht. Doch gehört dieſes mehr in die algebraiſche Analyſis, als hierher.

Zuſatz. Sind in einer graden Linie mehrere Punkte, z. B. B, D, C gegeben, und man ſucht auf ihr oder ihrer Verlängerung einen Punkt G, der ſo liegt, daſs die Entfernung deſſelben von den gegebnen Punkten zu einander in gegebnem Verhältniſs ſtehn ſollen, z. B. $Bg : Cg : Dg = m : n : p$; ſo iſt dieſes nicht für jedes Verhalten, ſondern nur unter gewiſſen Bedingungen möglich. Denn es muſs dann z. B. ſich verhalten $Bg - Cg : Cg - Dg$ d. h. $BC : CD = m - n : n - p$, welches eine beſondre Bedingung für das gegebne Verhältniſs $m : n : p$ an die Hand giebt.

Anmerkung. Dieſes iſt die vollſtändige Auflöſung einer Aufgabe, auf die wir uns in den Folgerungen und Zuſätzen zu Lehrſatz 20 durchgehends berufen haben. Das dort Vorgetragene, beruht gröſstentheils auf ihr, und beſonders wird hieraus die *Auslegung* S. 326. 2, ganz deutlich werden. *Apollonius* ebne Oerter II. Lemma 9.)

Die Aufgabe *von einer gegebnen Linie BC einen beſtimmten Theil*, z. B den ſechſten *abzuſchneiden*, oder *ſie um dieſen Theil zu verlängern*, iſt nur ein beſondrer Fall, dieſer Allgemeinern,