Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 7. Zu drey gegebnen Linien P, Q, R, die vierte Proportionallinie zu finden.

(*Gregorius a St. Vinc. I. 28. 29*). Man sieht leicht, daſs sich diese Aufgaben noch auf mannigfaltige Art abändern lassen, z. B. wenn eine Parallellinie mit dem einen Schenkel gegeben ist, die Linie durch den Punkt B so zu ziehn, daſs die Abschnitte derselben zwischen den beyden parallelen Linien, und zwischen B und dem andern Schenkel, in dem Verhältnisse von P zu Q stehn; eine Aufgabe, die grade so aufgelöst wird (Greg. I. 25.)

Zusatz. *Um durch den Punkt B eine grade Linie so zu ziehn, daſs sie auf den Schenkeln des gegebnen Winkels zwey Stücke AC, AD abschneide, die sich wie P zu Q verhalten*, trage man auf den einen Schenkel AE = P, auf den andern AF = Q auf, ziehe EF, und damit parallel durch B, CD. Denn dann verhält sich wegen des
* 7. Parallelismus dieser Linien, AC : AD = AE : AF* = P : Q. (Greg. I. 30.)

AUFGABE 7.

Fig. 82. *Zu drey gegebnen Linien P, Q, R, die vierte Proportionallinie zu finden*

Man bilde einen willkührlichen Winkel K, und trage von der Spitze K aus, auf dem einen Schenkel desselben die erste und zweyte der gegebnen Linien, P = KA, Q = KB, und auf dem andern Schenkel die dritte Linie R = KC auf, verbinde dann die Endpunkte A, C der ersten und dritten durch eine grade Linie, und ziehe mit dieser durch den Endpunkt B der zweyten eine Parallellinie BX. Das Stück KX, welches diese Parallellinie auf dem zweyten Schenkel abschneidet, ist die gesuchte vierte Proportionallinie.

Denn da die Parallellinien die beyden Schenkel einander Proportional eintheilen, ſo verhält ſich $KA : KB = KC : KX$ *, mithin $P : Q = R : KX$. *7.Z.1.

Bemerkung 1. So wie ſich, unbeſchadet des vierten Glieds, die mittlern Glieder jeder Proportion vertauſchen laſſen, ſo iſt es auch für dieſe Conſtruction ganz gleichgültig, ob man die zweyte oder die dritte der gegebnen Linien, mit der erſten auf demſelben Schenkel legt. Nur daſs man immer *durch den Endpunkt der erſtern Linie*, und der, welche auf dem andern Schenkel liegt, *die grade Linie ziehn muſs*, durch welche die Lage der Parallellinie beſtimmt wird.

Zieht man *durch die Endpunkte der beyden Linien, welche in der Proportion die mittlern Glieder ausmachen*, eine grade Linie BC, und mit dieſer durch den Endpunkt der erſten eine Parallellinie AY, ſo verhält ſich $KA : KB = KY : KC$ und *man erhält daher eine vierte Linie KY, welche mit den drey andern*, nicht, wie unſere Aufgabe verlangt, direkt, ſondern *verkehrt proportional* iſt: und eine ſolche Linie läſst ſich daher auf dieſe Art immer ganz leicht finden. Eine andre Methode dazu haben wir in Aufgabe 3 kennen gelernt. * *Afg3f1

Bemerkung 2. Ferner iſt es nicht nöthig, daſs man die drey gegebnen Linien auf den Schenkeln zu einerley Seite des Punktes K, oder überhaupt von dieſem Winkelpunkte an auftrage; vielmehr kann man ſie ganz willkührlich legen, wenn nur die übereinſtimmenden Endpunkte der Linien P, R in zwey Parallellinien fallen. Denn auch in dieſem Fall ſchneiden zwey durch die Endpunkte der Linie Q mit jenen parallel gezogne Linien, vermöge Lehrſatz 7*, vom gegenüberſtehenden Schenkel ein Stück ab, welches zu den drey gegebnen Linien die vierte Proportionallinie iſt. Allein die oben angegebne Conſtruction iſt von allen die einfachſte.

*7. Z. 2

Bemerkung 3. Auch Lehrſatz 13. Folgerung 2 führt auf ein ganz *bequemes Verfahren, zu drey gegebnen Linien die vierte Proportionallinie zu finden*, welches ich dem Leſer ſelbſt zu entwickeln überlaſſe. Eben ſo unſere Sätze über den Kreis, beſonders Lehrſatz 24 und 25, aus denen leichte und artige Methoden folgen.

Bemerkung 4. Dieſe Conſtruction iſt übrigens für die geometriſche Darſtellung daſſelbe, was die ſogenannte *Regel de Tri* für die Arithmetik iſt, und für ſie nicht weniger wichtig. In ſo fern man einen jeden Ausdruck wie folgenden $\frac{AB \times AD}{DE}$ als vierte Proportionalgröſse zu den Linien DE, AB, AD anſehn kann*, dient dieſes Verfahren, ähnliche Ausdrücke noch auf eine andre Art in Lineargröſsen anzugeben, d. i. *zu conſtruiren*, und bey geometriſchen Unterſuchungen noch auf eine andre Art *zu überſetzen*, als wir dieſes im Vorigen gethan haben *; nemlich durch *vierte Proportionallinie zu den drey Linien DE, AB, AD;* eine Auslegung, die indeſs vermöge Lehrſatz 4 Folgerung 1. in der That mit der erſtern zuſammen fällt.

* V. 3. α

* Afg. 3. a. 2.