Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 8. Ein gegebnes Parallelogramm, oder ein gegebnes Dreyeck oder ein gegebnes Trapezoid, in eine Figur von einer dieser drey Gattungen zu verwandeln, welche mit der gegebnen gleichen Inhalt ...

AUFGABE 8.

Ein gegebnes Parallelogramm, oder ein gegebnes Dreyeck oder ein gegebnes Trapezoid, in eine Figur von einer dieſer drey Gattungen zu verwandeln, welche mit der gegebnen gleichen Inhalt hat, und entweder über einer gegebnen Grundlinie MN ſteht, oder eine gegebne Höhe hat.

Alle einzelnen Aufgaben, welche in dieſer allgemeinen enthalten ſind, laſſen ſich *durch Auffindung einer vierten Proportionallinie* auflöſen, und mithin auf die vorige Aufgabe zurückführen, ſind aber, wie ſie hier ausgedrückt werden, unbeſtimmt. Denn der Inhalt des Parallelogramms wird durch das Produkt aus der Grundlinie in die Höhe beſtimmt, der Inhalt des Dreyecks durch die Hälfte dieſes Produkts *, und der In- * 5.
halt des Trapezoids durch das Produkt aus der Höhe in die halbe Summe beyder Grundlinien *. Sol- * 6.
len folglich zwey Figuren dieſer Gattungen gleichen Inhalt haben, ſo müſſen zwey ſolche Produkte gleich ſeyn, wodurch eine Proportionalität zwiſchen den Grundlinien und Höhen beyder gegeben wird *. Nun * V. 3.
aber ſind von der gegebnen Figur, die Grundlinie und die Höhe bekannt, und von der zweyten ſoll entweder die Grundlinie oder die Höhe gegeben ſeyn. Folglich kennt man in dieſer Proportion drey Glieder, und ſucht man aus ihnen, nach der vorigen Aufgabe, die vierte Proportionallinie, ſo findet man auch der geſuchten Figur Grundlinie oder Höhe, wodurch jedoch dieſe Figur nicht völlig beſtimmt wird.

Nach dieſem Fingerzeig entwickle und löſe der Anfänger ſelbſt die einzelnen Aufgaben auf, die in dieſer allgemeinen enthalten ſind. Hier, zum Beyſpiel, nur ein Paar.

Fig. 75. *Das gegebne Parallelogramm ABCD in ein Parallelogramm über die gegebne Grundlinie CI zu verwandeln.*
Man ſuche die Höhe DK des gegebnen Parallelo-
* E. 3. gramms *, und zu CI, CB, DK die vierte Proportio-
nallinie, ſo iſt dieſe die Höhe des geſuchten Parallelo-
*5. f. 2. gramms *, und errichtet man auf CI ein Perpendikel, trägt darauf IL, dieſer Höhe gleich, und zieht durch L eine Parallellinie mit CI, ſo ſchneiden je zwey Parallellinien durch C und I ein Parallelogramm ab, welches der Aufgabe genüge thut. Dieſe Aufgabe iſt alſo *unbeſtimmt*, weshalb unzählige Parallelogramme ihr genüge leiſten. Beſtimmt wird ſie, ſo bald noch der Winkel gegeben iſt, unter dem dieſes Parallelogramm beſchrieben werden ſoll, wie in Aufgabe 3., und dieſes iſt, wenn nach Rechtecken gefragt wird, immer der Fall.

Hätte *das Parallelogramm ABCD in ein Dreyeck über CI verwandelt werden ſollen*, ſo ſey die Höhe des geſuchten Dreyecks h. Dann wird der Inhalt des Parallelogramms ausgedrückt durch $BC \times DK$, des Dreyecks
* 5. durch $\frac{1}{2} CI \times h$ *, und da beyde gleich ſeyn ſollen, muſs
$BC \times DK = \frac{1}{2} CI \times h$ ſeyn, folglich ſich verhalten
*V. 3. 7 $\frac{1}{2} CI : BC = DK : h$ *. Man ſuche alſo die vierte Proportionallinie zu $\frac{1}{2}$ CI, BC, DK, ſchneide auf dem Perpendikel auf CI, dieſer Linie gleich IM ab, und ziehe durch M mit CI eine Parallellinie; ſo iſt die Pa-

rallellinie der Ort der Spitze des gesuchten Dreyecks*, und die Aufgabe ebenfalls unbestimmt, etc. *2. Z.

AUFGABE 9.

Zu zwey gegebnen Linien P, Q, als äussere Glieder einer Proportion, zwey andre Linien Y, X, deren Unterschied oder deren Summe einer gegebnen Linie N gleich ist, als mittlere Glieder der Proportion zu finden.

Man ziehe willkührlich zwey Linien, welche sich im Punkte F rechtwinklig durchschneiden. Fig. 60.

Im Fall des Unterschieds trage man zu entgegengesetzten Seiten des Punktes F auf die eine dieser Linien FA = P und FB = Q, und auf die zweyte Linie FH = N. Halbire AB und FH, und errichte auf beyden Linien in den halbirenden Punkten Perpendikel. Der Punkt C, wo diese Perpendikel sich durchschneiden, ist der Mittelpunkt eines Kreises, der mit AC als Halbmesser beschrieben, auf der zweyten Linie die beyden gesuchten Linien FD, FE abschneidet.

Denn da dieser Kreis vermöge der Construction durch die Punkte A und B geht, so sind AB, DE Sehnen, die sich im Punkte F durchschneiden, folglich FA : FE = FD : FB *: und da das Perpendikel aus dem *22.f.10. Mittelpunkte C die Sehne DE halbirt, auch EF = HD und mithin FD — FE = FH = N.

Im Fall der Summe trage man FA = P und FB = Q zu einerley Seite des Punktes F auf, und verfahre im