UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 12. Zu zwey gegebnen Linien P, Q die dritte Proportionallinie zu finden.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Visual Library

Q, R die vierte Proportionallinie Z, und dann zu B, Z, P abermals die vierte Proportionallinie, so erhält man die gesuchte Linie X, zu welcher A in dem verlangten Verhältnisse steht.

Zusatz II. Ueberhaupt mögen noch so viel Verhältnisse gegeben seyn, und *man sucht ein Verhältniss G : X, welches aus allen diesen gegebnen Verhältnissen zusammengesetzt ist*, so findet man dieses durch fortgesetzte Auffindung vierter Proportionallinien a, b, c etc., z. B.

$$A : P = G : a$$
$$B : Q = a : b$$
$$C : R = a : X$$

so ist, wenn man zusammensetzt $G : X = (A : P) \dot{+}$
* V. 4. δ. $(B : Q) \dot{+} (C : R) = A \times B \times C : P \times Q \times R$ *.

AUFGABE 12.

Fig. 82. *Zu zwey gegebnen Linien P, Q die dritte Proportionallinie zu finden.*

Diese Aufgabe fordert eine stetige Proportion zu denken, worin die mittlern Glieder beyde der zwey-
* V. 5. ten gegebnen Linie gleich sind *, und zu dieser die vierte Proportionallinie zu finden. Man wiederhole daher die Construction der siebenten Aufgabe, nur dass man jetzt Q = KB auf beyde Schenkel des Winkels K auftrage, und man ziehe AB′ und damit parallel BC, so ist KC die gesuchte dritte Proportionallinie. Denn es verhält sich KA : KB = KB : KC.

Fig. 88. *Oder* setze auf dem Endpunkte von P = AD die zweyte Linie Q = DF senkrecht, ziehe AF, und errichte

darauf im Punkte F ein Perpendikel. Wenn dieses die verlängerte AD im Punkte B durchschneidet, so ist BD die dritte gesuchte Proportionallinie. Denn es ist dann AD : DF = DF : DB *. *12f.2.δ

Oder beschreibe einen Kreis, trage P und Q von Fig. 62. demselben Punkte A aus als Sehnen hinein, und ziehe vom Endpunkt der einen eine Parallellinie mit der Tangente durch A, so ist das Stück AM oder Aγ, welches diese Parallellinie auf der andern, oder auf deren Verlängerung abschneidet, die dritte Proportionallinie zu den beyden Sehnen *. *24.f.1

Und solcher Auflösungen mehrere, die sich ohne Schwierigkeit aus unsern Sätzen über den Kreis ausheben lassen.

Folgerung 1. Da zu den Zahlausdrücken der Fig. 83. beyden Linien KA, KB die dritte Proportionalzahl $\frac{KB^2}{KA}$ ist *, so muss dieses auch der Zahlausdruck für *V.3.α. die dritte Proportionallinie KC seyn. Folglich dient diese Construction *einen solchen Ausdruck* in Lineargrössen anzugeben, d. i. *zu construiren*: und man ist umgekehrt berechtigt bey geometrischen Untersuchungen einen solchen Ausdruck *durch dritte Proportionallinie zu den Linien KA und KB* zu übersetzen.

Folgerung 2. Setzt man die gleichen Verhältnisse in dieser stetigen Proportion zusammen *, so sieht * V. 9. man, dass sich verhalte KA : KC = 2(KA : KB) = KA^2 : KB^2, d. h. *dass das Verhältniss der ersten zur dritten Pro-*

portionallinie noch einmal so hoch, als das Verhältniſs der erſten zur zweyten, oder dem Verhältniſſe der zweyten Potenzen aus den Zahlausdrücken dieſer Linien, mithin *dem Verhältniſſe der Quadrate über dieſe Linien*, gleich *4. Z. 2. *iſt* *.

α) *Um folglich zwey Linien zu bilden, die ſich wie zwey gegebne Quadrate verhalten*, braucht man nur zu den Seiten dieſer Quadrate die *dritte Proportionallinie* zu finden;

β) und umgekehrt *findet man die Seiten zweyer Quadrate, die ſich wie zwey gegebne Linien verhalten*, wenn man zwiſchen dieſen beyden Linien die mittlere Pro- *Afg. 13 portionallinie bildet *; wichtige Bemerkungen, von denen wir im folgenden Buche häufig Gebrauch machen werden.

Folgerung 3. Fährt man in der angegebnen Conſtruction fort, trägt ferner KC′ auf den zweyten Schenkel auf, und zieht C′D parallel mir B′C, ſo iſt wiederum KD die dritte Proportionallinie zu KB und KC; trägt man weiter KD′ auf den andern Schenkel und zieht D′E parallel mit C′D, eben ſo KE die dritte Proportionallinie zu KC und KD u. ſ. f.

Auf dieſe Art läſst ſich folglich *eine ganze Reihe ſtetig proportionaler Linien KA, KB, KC, KD etc. bilden*, wo jede die dritte Proportionallinie zu den beyden vorhergehenden, und die mittlere Proportionallinie zwiſchen der nächſt vorhergehenden und folgenden iſt, ſo daſs ſich verhält KA : KB = KB : KC = KC : KD = KD : KE etc.

Setzt man diese stetigen Verhältnisse Schrittweise zusammen *, so erhält man * V. 6.

$$KA : KC = 2\,(KA : KB) = KA^2 : KB^2$$
$$KA : KD = 3\,(KA : KB) = KA^3 : KB^3$$
$$KA : KE = 4\,(KA : KB) = KA^4 : KB^4 \text{ etc.}$$

Man wird daher durch diese Construction im Stande gesetzt *Linien zu bilden, welche sie wie irgend zwey Potenzen von gleichem Grade aus den Zahlausdrücken zweyer gegebner Linien KA, KB verhalten.*

Allein wenn zwey Linien, wie KA, KE gegeben sind, die Linie KB zu finden, so dass KA : KE sich z. B. wie $KA^4 : KB^4$ verhielte, dazu erhalten wir durch diese Construction kein Mittel.

Anmerkung 1. Andere Mittel eine ganze Reihe solcher stetig proportionaler Linien zu bilden, giebt Lehrsatz 24. Folgerung 1, und Lehrsatz 25. Folgerung 3 an die Hand, und wer diese Construction interessant findet, wird sie ohne Schwierigkeit daraus entwickeln können. Die leichteste Methode verspare ich für das folgende Buch.

Anmerkung 2. *Um ein gegebnes Quadrat in ein Rechteck, oder in ein Dreyeck etc. über gegebner Grundlinie zu verwandeln*, muss man auf eine ähnliche Art, wie in Aufgabe 8, zur gegebnen Grundlinie und zur Seite des gegebnen Quadrats eine dritte Proportionallinie suchen. Dieses drückt z. B. *Tacquet* folgendermassen aus: *ad datam rectam AB, datae rectae M quadratum facile est applicare, inveniendo rectis AB, M tertiam proportionalem CD et rectangulum ABCD construendo. Est enim dato quadrato M2 aequale rectangulum, ad rectam AB applicatum**. Fig. 83. *Afg. 3. a. 1.

AUFGABE 13.

1) *Zwischen zwey gegebnen graden Linien P und Q eine mittlere Proportionallinie zu finden, und* Fig.