Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 16. Ein Quadrat zu bilden, welches dem Unterschiede zweyer oder mehrerer gegebnen Quadrate gleich ist.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

von Tonnen angiebt. Zu dem Ende trage man auf beyde Schenkel des rechten Winkels, AB und AB' gleich M, d. i. gleich der Seite des gegebnen Quadrats auf; so wird BB' die Seite des doppelten Quadrats, $2 M^2$. Mit dieser schneide man von A aus, A2 = BB' ab, so ist B2 die Seite des dreyfachen Quadratr $3 M^2$. Schneidet man mit dieser wieder A3 = B2 ab, und zieht B3, so erhält man die Seite des vierfachen Quadrats $4 M^2$, mit der man wieder A4 abschneide, u. s. f. Und so erhält man einen Maasstab AE, vermöge dessen man den Inhalt jedes gegebnen Quadrats sogleich, aus dessen Seite, mit dem Inhalt des bekannten Quadrats M^2, vergleichen kann. Man fasse die Seite mit dem Zirkel, und trage sie auf AE von A aus auf. Schneidet sie da z. B. die Länge A5 ab, so ist der Inhalt jenes Quadrats das Fünffache vom Inhalt des Bekannten. Kleinere Abtheilungen in Hälften, Viertel etc., lassen sich mittelst der folgenden Aufgabe finden.

Zusatz II. Wollte man ein Quadrat haben, welches das Zwanzigfache eines gegebnen ist, so suche man erst das doppelte Quadrat, aus diesem das Vierfache, und aus diesem sammt dem Gegebnen, das Fünffache. Aus den Fünffachen findet man das Zehnfache, und aus diesem das Zwanzigfache.

AUFGABE 16.

Fig. 87. *Ein Quadrat zu bilden, welches dem Unterschiede zweyer oder mehrerer gegebnen Quadrate gleich ist.*

α) Man beschreibe wiederum einen rechten Winkel A, trage auf den einen Schenkel desselben die Seite des kleinern Quadrats $N = AC$ auf, und beschreibe mit der Seite des grössern M, als Halbmesser, um D als Mittelpunkt, einen Kreisbogen. Schneidet dieser den andern Schenkel in B, so ist AB die Seite des gesuchten Quadrats. Denn das so beschriebne Dreyeck ist rechtwinklig, und deshalb $AB^2 = BC^2 - AC^2 =$ * $M^2 - N^2$. *12. f. 1.

β) Soll das gesuchte Quadrat dem Unterschiede zweyer Quadrate N^2 und P^2 von M^2 gleich seyn, so suche man wieder auf dieselbe Art den Unterschied von AB^2 und P^2 u. s. f., so dass man also auf diese Art *beliebig viel Quadrate, von einem Gegebnen, welches grösser ist als alle zusammmengenommen, abziehn kann.*

Zusatz. Auf dieselbe Art bildet *man ein rechtwinkliges Dreyeck, wenn die Hypotenuse M und eine der Katheten N gegeben sind;* welches sich auch folgendermaassen bewerkstelligen lässt: beschreibe über die Hypotenuse M einen Halbkreis, und um ihren Endpunkt, mit der gegebnen Kathete N einen Kreisbogen. Wo dieser den Halbkreis durchschneidet, da ist die Spitze des gesuchten rechtwinkligen Dreyecks. Denn der Halbkreis ist der Ort der Spitze *, und der angegebne Punkt der, welcher durch die gegebne Grösse der Kathete bestimmt wird. *II. 26. f. 2.

So kann man folglich *rechtwinklige Dreyecke beschreiben, wovon die eine Kathete die Hälfte, oder das Drittel, oder das Viertel der Hypotenuse ist* etc.

Anmerkung. Da sich jedes Vieleck in ein Quadrat ver-
*Afg.14. wandeln läſst *, so findet man mittelst des Verfahrens in dieser und der vorigen Aufgabe ohne Schwierigkeit *ein Quadrat, welches die Summe oder dem Unterschiede gegebner gradeliniger Figuren gleich ist;* Constructionen, auf die wir uns im letzten Theil des dritten Buchs mehreremal bezogen haben.

AUFGABE 17.

Fig. 88. *Ein Quadrat zu beschreiben, zu welchem ein gegebnes Quadrat M^2, in dem Verhältnisse zweyer gegebnen Linien P, Q steht.*

Nimmt zwischen den gegebnen Linien P, Q die mittlere Proportionallinie V, so verhält sich $P : Q =$
*13.B.2. $P^2 : V^2$ *. Folglich stehn die Quadrate über P und V in demselben Verhältniſs als das gegebne und das gesuchte Quadrat, weshalb auch ihre Seiten proportional
*4. f.3. sind *. Mithin ist die Seite des gesuchten Quadrats die vierte Proportionallinie zu P, V und AB.

Diese beyden Operationen lassen sich indeſs ineinander ziehn, und auf solche geschickte Zusammenziehungen beruht die Eleganz geometrischer Auflösungen, wozu häufig, wie auch hier, geometrische Theoreme den Weg zeigen.

Trage z. B. auf eine beliebige Linie AD = P und AB = Q auf, beschreibe über AB einen Halbkreis, errichte in D ein Perpendickel, welches den Kreisbogen in F durchschneide, und ziehe AF, so verhält sich
*12.f.28 $AF^2 : AB^2 = AD : AB$ *. Trägt man daher auf AF von A aus, die Seite M des gegebnen Quadrats auf, AG = M, zieht FB, und damit parallel GH; so ist GH die Seite des gesuchten Quadrats. Denn wegen des