Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 17. Ein Quadrat zu beschreiben, zu welchem ein gegebnes Quadrat M^2, in dem Verhältnisse zweyer gegebnen Linien P, Q steht.

urn:nbn:de:hbz:466:1-51104

Anmerkung. Da sich jedes Vieleck in ein Quadrat verwandeln läſst *, so findet man mittelst des Verfahrens in dieser und der vorigen Aufgabe ohne Schwierigkeit *ein Quadrat, welches die Summe oder dem Unterschiede gegebner gradeliniger Figuren gleich ist;* Constructionen, auf die wir uns im letzten Theil des dritten Buchs mehreremal bezogen haben.

*Afg. 14.

AUFGABE 17.

Fig. 88. *Ein Quadrat zu beschreiben, zu welchem ein gegebnes Quadrat M^2, in dem Verhältnisse zweyer gegebnen Linien P, Q steht.*

Nimmt zwischen den gegebnen Linien P, Q die mittlere Proportionallinie V, so verhält sich $P : Q = P^2 : V^2$ *. Folglich stehn die Quadrate über P und V in demselben Verhältniſs als das gegebne und das gesuchte Quadrat, weshalb auch ihre Seiten proportional sind *. Mithin ist die Seite des gesuchten Quadrats die vierte Proportionallinie zu P, V und AB.

*13. B. 2.

*4. f. 3.

Diese beyden Operationen lassen sich indeſs ineinander ziehn, und auf solche geschickte Zusammenziehungen beruht die Eleganz geometrischer Auflösungen, wozu häufig, wie auch hier, geometrische Theoreme den Weg zeigen.

Trage z. B. auf eine beliebige Linie $AD = P$ und $AB = Q$ auf, beschreibe über AB einen Halbkreis, errichte in D ein Perpendickel, welches den Kreisbogen in F durchschneide, und ziehe AF, so verhält sich $AF^2 : AB^2 = AD : AB$ *. Trägt man daher auf AF von A aus, die Seite M des gegebnen Quadrats auf, $AG = M$, zieht FB, und damit parallel GH; so ist GH die Seite des gesuchten Quadrats. Denn wegen des

*12. f. 28

Parallelismus dieser Linien verhält sich AF : AB = AG : AH, d. h. = M : AH, mithin auch $M^2 : AH^2 = AF^2 : AB^2 =$ * P : Q. *4. f. 3.

Noch andre Constructionen lassen sich aus Lehrs 12. Folg. 2. δ, ε; und Lehrsatz 22, Zusatz 1. β, γ; und nicht minder elegante von ganz andrer Art, aus Lehrsatz 25. Folg. 3, Lehrsatz 20. Zusatz 5, und aus dem schönen Ort am Kreise in Lehrsatz 20. Zusatz 7 herleiten, welches ich dem Leser, dem dieses Vergnügen machen wird, selbst überlasse.

AUFGABE 18.

Eine gegebne grade Linie AB so zu verlängern, dass das Rechteck aus der verlängerten Linie AF, und der Verlängerung BF, dem Rechteck aus zwey gegebnen Linien P und Q gleich, oder AF×BF=P×Q sey. Fig. 92.

Nimm zwischen P und Q die mittlere Proportionallinie M, so soll $AF \times BF = M^2$ seyn. Beschreibt man folglich über AB einen Halbkreis, so kömmt es darauf an, eine berührende Linie so zu ziehn, dass die verlängerte AB ein Stück von ihr, gleich M, abschneidet. Zu dem Ende ziehe durch B eine Tangente, mache BD = M, und schneide vom Mittelpunkte C aus, auf der verlängerten AB, CF = CD ab, so ist BF die gesuchte Verlängerung.

Denn zieht man CD, welche Linien den Kreis in E durchschneide, und EF, so decken sich die beyden Dreyecke CBD, CEF, daher EF auf dem Halbmesser CE in seinem Endpunkte senkrecht steht, also den Kreis berührt *, und überdem gleich BD, d. i. gleich M, folglich $M^2 = AF \times BF$* ist. * II. 12. * 22. 2.