Die Geometrie nach Le Gendre, Simpson, van Swinden, Gregorius a St. Vincentio, und den Alten

Gilbert, Ludwig Wilhelm

Halle, 1798

Aufgabe 21. Von einem gegebnen Punkte A ausserhalb eines Kreises eine grade Linie so zu ziehn, dass sie von der Kreislinie, zweyen gegebnen Linien P, Q proportional eingetheilt werde.

ligen Dreyecken ADH, KIH die Winkel bey H, folglich diese Dreyecke beyde gleichschenklig, AD = DH, und HI = IG, weshalb das Perpendikel HI im Mittelpunkte auf FG aufstehn, und ein Halbmesser

* II. 12. seyn muss. Daher ist HD eine Tangente *; folglich $DH^2 = AD^2 = DC \times DB$, folglich AB auf die verlangte Art eingetheilt. (Greg. I. 73.)

Diese und die beyden vorigen, so wie alle ähnlichen Aufgaben, lassen sich nach Anleitung des Zusatzes zu Aufgabe 9 noch auf ganz verschiedene Art ausdrücken, welche ich dem Leser überlasse.

AUFGABE 21.

Fig. 92. *Von einem gegebnen Punkte A ausserhalb eines Kreises eine grade Linie so zu ziehn, dass sie von der Kreislinie, zweyen gegebnen Linien P, Q proportional eingetheilt werde.*

Gesetzt es sey AEF die gesuchte Linie, so soll sich verhalten P : Q = AE : EF, folglich auch P : P + Q = AE : AF. Zieht man nun von A die Tangente

*II Afg 14. AG *, so ist AS die mittlere Proportionallinie zwischen

*22.f.16 AE und AE *. Man suche daher zwischen P und P + Q

*Afg. 12. die mittlere Proportionallinie M *, so muss sich verhalten P : M = AE : AG. Nun sind P, M und AG gegeben. Man suche daher zu M, P und AG die vierte Proportionallinie, und beschreibe mit ihr um A einen Kreisbogen. Wo dieser den gegebnen Kreis durchschneidet, da ist der Punkt E, durch den AE gezogen, die verlangte Linie giebt.

Denn verhält ſich $AG : AE = M : P$, ſo iſt auch $AG^2 : AE^2 = M^2 : P^2$. Und da AG und M mittlere Proportionallinien, erſtere zwiſchen AF, AE, letztere zwiſchen $P + Q$ und P ſind; ſich mithin verhält $AF : AE = AG^2 : AE^2$, und $P + Q : P = M^2 : P^2$; ſo verhält ſich auch $AF : AE = P + Q : P$ und $FE : AE = Q : P$.

Beſtimmung. Geht ABD durch den Mittelpunkt des Kreiſes, ſo iſt AB die kleinſte, AD die gröſste von allen Linien, die von A aus nach dem Kreiſe gezogen werden können *, und daher hat von allen ähnlichen Verhältniſſen, das der Abſchnitte $AB : BD$ den gröſsten Exponenten *. Folglich darf $\frac{Q}{P}$ nicht gröſser als $\frac{BD}{AB}$ ſeyn, ſonſt iſt die Aufgabe unmöglich. (Greg. III. 46.)

* II. 15.
* V. 1. 2.

AUFGABE 22.

Das Verhältniſs zwiſchen der Seite AB und der Diagonale AC eines Quadrats zu finden. Fig. 93.

Beſchreibe um C mit der Seite BC als Halbmeſſer einen Kreis, ſo berührt die Seite AB dieſe Kreislinie, denn ſie ſteht auf dem Endpunkte des Halbmeſſers CB ſenkrecht *. Daher verhält ſich $AD : AB = AB : AE$, und AD iſt derſelbe Theil von AB, als AB von AE oder $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AE}$*. Nun aber iſt AE gleich $2\,CD + AD$, folglich auch $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{2\,AB + AD} = \frac{1}{2 + \frac{AD}{AB}}$*. In dem

* II. 12.
* V. 1. 2.
* Afg 19. Z. 2.