# Leonhard Eulers Einleitung in die Analysis des Unendlichen

Euler, Leonhard

Berlin, 1788

XV. Zusätze zum funfzehnten Capitel.

# XV.

## Zusätze zum funfzehnten Capitel.

### Inhalt dieses Capitels.

### Von den Reihen, die aus der Entwickelung der Faktoren entspringen.

1. Art und Weise, wie man Produkte in Reihen verwandelt, §. 264 — — 276.

   a. Reihen, welche aus dem Produkte: $(1+\alpha z)(1+\beta z)(1+\gamma z)$ entspringen, §. 264 — 269.

   $\alpha$. die daraus entspringende allgemeine Reihe, §. 264.

   $\beta$. daraus fließende bestimmtere Reihen, §. 265 — 269.

   aa. wenn bloß für $z$ ein bestimmter Werth angenommen wird, §. 265. 266.

   $\alpha\alpha$. wenn $z = +1$, §. 265.

   $\beta\beta$. wenn $z = -1$ gesetzt wird, §. 266.

   bb. wenn außerdem auch für $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ꝛc. bestimmte Größen gesetzt werden, §. 267 — 269.

   $\alpha\alpha$. wenn $z = +1$, und für $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ꝛc.

   aaa. alle Prim Zahlen, 2, 3, 5, 7, ꝛc. §. 267.

   bbb. die Potestäten der Prim-Zahlen mit negativen Exponenten genommen werden, §. 268.

   $\beta\beta$. wenn $z = -1$, und für $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ꝛc. wieder die gedachten Potestäten der Prim-Zahlen gesetzt werden, §. 269.

b. Reihen, die aus dem Produkte

$$\frac{1}{(1-\alpha z)(1-\beta z)(1-\gamma z)(1-\delta z) \text{ etc.}}$$

entspringen, §. 270 — — 276.

α. die daraus entspringende allgemeine Reihe, §. 270.

β. daraus fließende besondere Reihen, §. 271 — — 276.

aa. wenn $z = 1$, §. 271 — 275. und zwar entweder

αα bloß $z = 1$, §. 271, 272, oder außerdem auch

ββ. für α, β, γ, δ, etc. die Einheit

aaa. durch alle einzelne Prim-Zahlen, §. 273, oder

bbb. durch die Potestäten dieser Prim-Zahlen dividirt gesetzt werden. §. 274. 275.

ααα. die in diesem letzten Falle entstehende Reihe an und für sich, §. 274.

βββ. Vergleichung derselben mit der §. 269, §. 275.

bb. wenn $z = -1$, und für α, β, γ, δ, die Einheit durch die Potestäten der Prim-Zahlen dividirt gesetzt werden. §. 276.

2. Art und Weise, wie man Reihen in Produkte verwandelt, §. 277 — — 296.

a. vermittelst der vorhergehenden Lehrsätze, §. 277 — 282.

α. die Art und Weise, wie man Reihen in Produkte verwandelt, selbst, §. 277.

β. Anwendung des Gefundenen, §. 277 — 282.

aa. zur Bestimmung des Werths der gedachten Produkte und verschiedener Reihen, §. 277.

bb. zur Erfindung von Logarithmen, §. 278 — 282.

αα. allgemeine Formeln hierzu, §. 278.

ββ. einzelne Fälle, 279. 280.

γγ. Summation der dabey vorkommenden Reihen $\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n} + \frac{1}{7^n} +$ 2c. §. 281. 282.

b. directe Methode dieser Verwandlung, §. 283 — — 297.

α. diese Methode selbst, §. 283.

β. Anwendung derselben zur Verwandlung verschiedener oben gefundener Reihen in unendliche Produkte, §. 284 — 296.

aa. der §. 175. summirten Reihen, $1 - \frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{7^n} + \frac{1}{9^n} - \frac{1}{11^n} + \frac{1}{13^n} -$ 2c. §. 284 — — 291.

αα. allgemein betrachtet, §. 284.

ββ. besonders, §. 285 — 287.

aaa. wenn $n = 1$ ist, §. 285 — 286.

bbb. wenn $n = 3$ ist, §. 287.

γγ. hierauf gegründete Erfindung verschiedener Reihen aus Produkten, §. 288 — 291.

bb. der §. 176. summirten Reihen $1 - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{4^n} - \frac{1}{5^n} + \frac{1}{7^n} - \frac{1}{8^n} +$ 2c. wenn n eine ungerade Zahl ist, §. 292 — 294.

αα. allgemein betrachtet, §. 292.

ββ. besondere Fälle, §. 293. 294.

cc. der §. 179. für $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ gefundenen Reihe, §. 295.

dd. allgemeine Anmerkung wegen der übrigen oben gefundenen und hieher gehörigen Reihen, §. 296.

---