



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Empfehlungen zur Struktur und zum Ausbau des Bildungswesens im Hochschulbereich nach 1970

Anlagen

Wissenschaftsrat

Bonn, 1970

b) Zur Gestaltung von Fernstudien im Bereich der Mathematik

urn:nbn:de:hbz:466:1-8323

I. Allgemeine Gesichtspunkte

Der Fernstudiengang wird in der Kombination von Studienbriefen und ergänzenden Direktveranstaltungen durchgeführt. Zur Organisation vgl. Anlage 3 c (S. 269 ff.).

I. 1. Ausbildungsziel

Der im folgenden dargestellte Fernstudiengang gilt der mathematischen Ausbildung bis zur Zwischen- bzw. Vordiplom-Prüfung.

In diesem Abschnitt ist die Ausbildung im Wege des Fernstudiums von der Sache her möglich; auch bestehen gerade für diesen ersten Ausbildungsabschnitt in der Mathematik für absehbare Zeit erhebliche Schwierigkeiten und Engpässe. Das gilt im Hinblick auf die häufig unzulänglichen Unterrichtsbedingungen in den Sekundarschulen, wodurch den Hochschulen zusätzliche und vor allem zeit- und kräfteraubende Arbeit aufgebürdet wird. Das gilt aber auch im Hinblick darauf, daß die Ausbildungsphase bis zur Zwischenprüfung ohnehin einen sehr großen Personalaufwand benötigt. Im Blick auf die Nachfrage nach mathematischer Ausbildung und den Bedarf an mathematisch Ausgebildeten, die beide schnell steigen, ist es zwingend erforderlich, die Ausbildungskapazität auch dadurch zu erweitern, daß neue zusätzliche Ausbildungsmöglichkeiten erschlossen werden.

Das Fernstudium auf weitere Ausbildungsabschnitte auszudehnen soll dadurch nicht verhindert werden; so wäre etwa die Ausdehnung des Fernstudiums auf den Unterrichtsstoff des 5. und 6. Semesters denkbar. Auf der anderen Seite ist aber zu berücksichtigen, daß in der zweiten Phase des Studiums, d. h. nach der Zwischen- bzw. Vordiplom-Prüfung, auf den unmittelbaren und stetigen Kontakt zwischen Hochschullehrern und Studenten nicht verzichtet werden kann. Zwar werden hierfür nur vergleichsweise wenige Lehrveranstaltungen in kleinen Gruppen benötigt, diese jedoch sind unentbehrlich.

Hinzu kommt, daß der Student in der zweiten Phase des Studiums aus dem breit gefächerten Gesamtbereich sein spezielles Arbeitsgebiet auswählt und sich in seinem weiteren Studium schwerpunktmäßig mit diesem befaßt. Auf einem Gebiet arbeitet deshalb immer nur eine relativ kleine Gruppe; für das Fernstudium, dessen Studienbriefe mehr oder weniger auf die Allgemeinheit ausgerichtet sein müssen, um den Arbeitsaufwand in rationellen Grenzen zu halten, bieten sich also auch insofern keine rechten Ansatzmöglichkeiten.

I. 2. Besondere Bedingungen

Bei der Entwicklung von Studiengängen ist die Situation, in der sich die Studienanfänger befinden, nachdrücklich zu berücksichtigen. Insbesondere müssen die folgenden Gesichtspunkte beachtet werden:

- Sichtung von Material, das in vorwissenschaftlicher Form gegeben ist (z. B. Beschreibung und Mathematisieren von Objektbereichen);
- Notwendigkeit und Prinzipien der Exaktheit (z. B.: warum beweist man etwas, was heißt „definieren“?);
- Abstraktionsvorgang und Herausarbeiten von Strukturen (z. B. Erkennen gemeinsamer Eigenschaften verschiedener Objektbereiche, Denkökonomie, Verdeutlichen von Zusammenhängen);
- Leistungsfähigkeit mathematischer Methoden (z. B. Anwendungsbreite innerhalb und außerhalb der Mathematik; Notwendigkeit, die Grenzen der Anwendbarkeit bewußt zu machen).

Will man derartige Ziele auch in einem Fernstudium erreichen, so muß vieles, was in einem Direktstudium durch persönlichen Kontakt mit den Lehrenden und auch in Arbeitsgruppen mit anderen Studenten in den Lernprozeß eingebracht wird, bei der Darstellung mit berücksichtigt werden, z. B.:

- Freude am Studium, Erhaltung der Lernbereitschaft;
- Motivation der Begriffsbildungen, interessante Beispiele, problemorientiertes Vorgehen;
- Betonung der Zusammenhänge; Besinnung auf das Erreichte als Grundlage für das weitere Vorgehen. (Lernen ist ein kontinuierlicher Prozeß, bei dem jeder Schritt die Voraussetzungen des Lernens auf der nächsten Stufe verändert.)

II. Gliederung und Inhalt des Fernstudiums

Im einzelnen werden für das mathematische Fernstudium bis zur Zwischen- bzw. Vordiplom-Prüfung vorgesehen:

- ein propädeutischer Kurs,
- ein Grundkurs Analysis,
- ein Grundkurs Algebra und Geometrie,
- ein weiterer Kurs.

II. 1. Propädeutischer Kurs

Für die Mathematik empfiehlt es sich wegen der Verschiedenartigkeit der Kenntnisse und Fähigkeiten, die die Studienanfänger mitbringen, dem eigentlichen Lehrgang einen propädeutischen

Kurs voranzuschicken. In diesem Kurs ist insbesondere an bekannten Inhalten aus der Schule die Fruchtbarkeit der folgenden Begriffe deutlich zu machen:

Mengen,
Relationen,
Abbildungen,
Struktuiierende Mengen.

II. 2. Grundkurse

Die beiden Grundkurse „Analysis“ sowie „Algebra und Geometrie“ sollen in der Regel nebeneinander studiert werden, obgleich sie weitgehend unabhängig voneinander sind. Die beiden Kurse unterscheiden sich zwar wesentlich, ergänzen einander jedoch in Methode und Inhalt. In ihnen wird eine allgemeine Grundlage für jede weitere Beschäftigung mit der Mathematik gelegt.

a) Grundkurs Analysis

Ziel ist eine Einführung in die Methoden der Analysis in der Weise, daß zu modernen Begriffsbildungen hingeführt wird. Vollständigkeit kann hierbei natürlich nicht erreicht werden. Die Stoffauswahl ist so getroffen, daß Querverbindungen aufgezeigt werden können, die die Tragweite der Methoden deutlich machen.

Ein eigener Kurs für die Anwendungen der Analysis ist im Grundstudium nicht vorgesehen. Vielmehr sollten Probleme aus den Anwendungen von der Motivierung bis zur konkreten numerischen Lösung die Theorie auflockern und die engen Beziehungen zwischen theoretischer Behandlung und praktischer Realisierung aufzeigen.

Aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden nur die grundlegenden Begriffe gebracht. Auf die Probleme der Statistik kann im Rahmen dieses Grundkurses nicht eingegangen werden.

Differentialrechnung in \mathbb{R}

- Die reellen Zahlen als beschränkt vollständiger angeordneter Körper
- Untermengen von \mathbb{R} , Topologie von \mathbb{R}
- Reelle Funktionen
- Konvergenz und Stetigkeit
- Differenzierbare Funktionen
- Mittelwertsatz und Taylorsche Formel

Einführung in die komplexe Analysis

- Der Körper der komplexen Zahlen
- Topologie von \mathbb{C}
- Holomorphe Funktionen, konforme Abbildungen
- Potenzreihen, elementare Funktionen
- Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

Funktionenfolgen, Integralrechnung in \mathbb{R}

- Funktionenfolgen, gleichmäßige Konvergenz (Weierstraßscher Approximationssatz)
- Treppen- und Regelfunktionen
- Integration von Regelfunktionen
- Zusammenhang von Differentiation und Integration
- Parameterabhängige Integrale

Differentialrechnung in \mathbb{R}^n

- \mathbb{R}^n als normierter Vektorraum, Topologie des \mathbb{R}^n
- Abbildungen aus dem \mathbb{R}^n in den \mathbb{R}^m , Stetigkeit
- Differenzierbare Abbildungen
- Banachscher Fixpunktsatz, lokale Umkehrbarkeit stetig differenzierbarer Funktionen
- Gewöhnliche Differentialgleichungen, Existenzsatz, elementare Lösungsmethoden
- Lineare Differentialgleichungen, Anfangswert- und Randwertprobleme

Integralrechnung in \mathbb{R}^n

- Integralrechnung in \mathbb{R}^n (Lebesguescher Integralbegriff)
- Satz von Fubini, Transformationsformel
- Volumen, Oberfläche, Bogenlänge
- Integralsätze von Gauss, Stokes, Green im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3
- Kurvenintegrale für stückweise glatte Kurven
- Cauchyscher Integralsatz und Folgerungen

Einführung in die Funktionalanalysis

- Hilbert-Räume (über \mathbb{R} und über \mathbb{C}), vollständige Orthonormalsysteme
- Unterräume, orthogonales Komplement
- Stetige lineare Operatoren
- Selbstadjungierte Operatoren, Projektionen
- Spektralsatz (wenigstens für kompakte selbstadjungierte Operatoren)

- Anwendung auf Integralgleichungen und das Sturm-Liouvillesche Randwertproblem

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Stichprobenräume, Ereignisse
- Wahrscheinlichkeitsfunktion
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit
- Zufallsgrößen und ihre Verteilungsfunktionen
- Erwartungswert und Varianz von Zufallsgrößen
- Gesetz der großen Zahlen

b) Grundkurs Algebra und Geometrie

Ziel ist eine Einführung in die algebraischen Strukturen und die strukturerhaltenden Abbildungen. Insbesondere wird die Vektorraumstruktur in ihrer Wechselwirkung zur Geometrie herausgestellt.

Die Einführung in die Theorie der Gruppen, Ringe und Körper muß notwendigerweise exemplarisch sein und sich auf wenige Schwerpunkte beschränken.

(1) Lineare Algebra und Geometrie

Vektorräume, affine Räume

- Einführung (Anschauungsraum, lineare Gleichungssysteme)
- Vektorraum, Dimension
- Lineare Abbildungen, Matrizen, Lineare Gruppe
- Algebra der linearen Selbstabbildungen und quadratischen Matrizen
- Eigenwerte, Eigenvektoren
- Affiner Raum, affine Abbildungen, affine Gruppe

Lineare Gleichungssysteme

- Lösbarkeit, Struktur der Lösungsmenge
- Gaußsches Eliminationsverfahren
- Lineare Ungleichungen, lineares Optimieren

Multilineare Abbildungen, Determinanten

- Multilinearformen, Tensoren
- Determinanten, Anwendung auf lineare Gleichungssysteme
- Orientierung, Volumen

Quadratische Formen, Quadriken im affinen Raum

- Symmetrische Bilinearformen und quadratische Formen, Klassifikation, Rang, Signatur
- Affine Eigenschaften und Klassifikation der Quadriken

Euklidische (unitäre) Vektor- und Punkträume

- Skalarprodukt, Länge, Orthogonalität, Winkel
- Isometrien, Klassifikation, orthogonale Gruppe
- Ähnlichkeitsabbildungen

Quadratische Formen, Quadriken im euklidischen Raum

- Hauptachsentransformation
- Metrische Eigenschaften der Quadriken

(2) Algebra

Gruppen

- Halbgruppen, Gruppen, Permutationsgruppen
- Einbettung einer kommutativen regulären Halbgruppe in eine Gruppe
- Homomorphiesatz für Gruppen; Normalteiler; innere Automorphismen
- Direktes Produkt

Ringe und Körper

- Ring, Integritätsbereich, Körper
- Einbettung eines Integritätsbereichs in einen Körper
- Homomorphiesatz für Ringe; Ideale
- Polynomringe, Ringadjunktion, Körpererweiterungen
- Teilbarkeit, Ringe mit eindeutiger Primfaktorzerlegung

II. 3. Weiterer Kurs

Im Anschluß an die beiden Grundkurse sollen in einem weiteren Kurs die übergreifenden Gesichtspunkte und inneren Zusammenhänge herausgearbeitet werden. Dies führt zu allgemeineren Begriffsbildungen, die das Verständnis der vorangehenden Studien vertiefen, und deren Tragweite in einem weiterführenden Studium erkennbar wird.

Zur Organisation des Fernstudiums

Inhalt	Seite
I. Vorbemerkung	271
II. Gemeinschaftswerk Fernstudium	271
1. Zentralinstitut für Fernstudien	272
2. Wissenschaftliche Ausschüsse	274
3. Arbeitsgruppen	274
III. Durchführung des Fernstudiums	275
1. Senatsbeauftragter für Fernstudien	275
2. Fachbeauftragter	275
3. Studienleiter	276
4. Studienverlauf	277