UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

Dritte Abtheilung. (Angewandte Mathematik.)

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

Visual Library

Dritte Abtheilung.

Angewandte Mathematik.

§. 596. Unter dem Namen der angewandten Mathematik begreift man eine Menge solcher Wissenschaften, bei denen die Lehrsätze der reinen Mathematik als Grundlage ihrer Theorie erscheinen. Die Gränzen der reinen und angewandten Mathematik sind nie scharf bestimmt; eigentlich gehört die practische Geometrie und Körpermessung mit zur angewandten; wir wollen darunter nur diejenigen Wissenschaften begreifen, die man gemeiniglich in der Naturlehre abhandelt, und bei denen hauptsächlich Rechnungen vorkommen. Es ist nicht wohl möglich, alle in der angewandten Mathematik vorkommende Formeln stets im Gedächtnisse zu behalten; darum sind die vornehmsten derselben, den Freunden mathematischer Beschäftigungen zum Nutzen, in der folgenden Abtheilung nach Kästner's, Euler's und Klügel's Anleitung gesammelt, und mit den nöthigen Erläuterungen und Beispielen begleitet. Die Lehrer und Schüler solcher Wissenschaften werden sie bei jedem Lehrbuche mit großem Vortheil, und jeder gebildete Mann mit Zeitersparniß benutzen können, zumal da die meisten Lehrbücher nur historisch die vorkommenden Formeln berühren, und über die Rechnungen hinwegeilen.

I. Die Statik oder Mechanik

§. 597. lehrt, wie das Gleichgewicht schwerer vester Körper zu erhalten sey. Man unterscheidet dabei fol-

folgende Kunstausdrücke: Kraft heißt, was eine Wirkung hervorbringt, oder verhindert. Der Kraft steht allemal die Last entgegen, beide sind daher entgegengesetzte Kräfte. Sind beide gleich groß, so erfolgt Stillstand, Gleichgewicht; dann nennt man sie auch todte Kräfte; sind sie ungleich, so bringt die stärkere eine Wirkung oder Bewegung hervor, und heißt lebendig.

Die Schwere ist das Streben aller Körper nach dem Mittelpunct der Erde. Die Richtung der Schwere ist daher senkrecht auf der wahren Horizontallinie, welche ein Kreis ist, und aus dem Mittelpunct der Erde gezogen, mit der Oberfläche derselben parallel läuft.

Die Statik zeigt, wie diese allgemeine Eigenschaft aller Körper zu benutzen sey, um Stillstand oder Gleichgewicht, und Bewegung hervorzubringen. Diejenige Kraft, mit welcher ein Körper auf seine Unterlage drückt, heißt sein Gewicht. Die Kräfte lassen sich durch Gewichte vorstellen.

Eine Hauptrolle spielt der Hebel, der in bürgerlichen Handthierungen unter vielerlei Gestalten erscheint. Man unterscheidet einarmichte und doppelarmichte Hebel, je nachdem der Ruhepunct, oder die Unterlage in B oder A Fig. 194. ist. Der mathematische Hebel ist eine gerade unbiegsame Linie BC, die keine Schwere hat. Wenn nun in Q und P an demselben Gewichte ziehen, so kann man über ihre Verschiedenheit und den veränderten Unterstützungspunct mancherlei Rechnungen anstellen, mit denen wir uns beschäftigen wollen.

§. 598. Wenn BC Fig. 194. ein mathematischer Hebel, in A der Unterstützungspunct, und $BA = AC$, und $Q = P$, so steht alles im Gleichgewicht, denn die Kräfte auf beiden Seiten heben einander auf, oder vernichten sich gegenseitig.

Wenn BA zu AC eben das Verhältniß hat, wie P zu Q; so steht der Hebel gleichfalls im Gleichgewicht. Denn die Gewichte verhalten sich zu einander, wie die umgekehrten Entfernungen vom Ruhepuncte A. Daher die

Formel: $Q : P = AC : AB$.

Die Summe der Gewichte verhält sich zur Länge des Hebels, wie eins der Gewichte zur entgegengesetzten Entfernung vom Ruhepuncte. D. h.

Formel: $Q + P : BC = Q : AC$. Also ist $AC = \frac{BC \cdot Q}{Q+P}$
oder $P : BA$

und $AB = \frac{BC \cdot P}{Q+P}$

woraus der Ruhepunct allezeit gefunden werden kann, wenn die Länge des Hebels und die Gewichte bekannt sind.

Z. B. Es sey BC ein 4 Fuß oder 48 Zoll langes Vorgehänge (Schere) an einem Wagen, vor den man 3 Pferde spannen will; man will den Punct A finden, um welchen das Vorgehänge beweglich wird.

Hier ist $Q = 2$ und $P = 1$, d. h. in Q sollen 2 Pferde, und in C soll 1 Pferd ziehen; man sucht AC.

Nach der Formel ist $AC = \frac{BC \cdot Q}{Q+P} = \frac{48 \cdot 2}{2+1} = \frac{96}{3}$ $= 32$ Zoll.

§. 599. Die Producte aus den Gewichten und den dazu gehörigen Theilen des Hebels müssen gleich seyn, wenn Gleichgewicht statt haben soll. Man nennt dies die **Momente des Hebels.**

Formeln: $Q \cdot BA = P \cdot AC$.

Also ist $Q = \frac{P \cdot AC}{BA}$, und $P = \frac{Q \cdot BA}{AC}$

$BA = \frac{P \cdot AC}{Q}$, und $AC = \frac{Q \cdot BA}{P}$.

Die Unterlage trägt $Q + P$.

§. 600. Hierbei wurde angenommen, daß die Schwere des Hebels selbst, im Vergleich mit den daran wirkenden Kräften, als unbedeutend erscheine. Wo das nicht der Fall seyn kann, so muß das eigene Gewicht der BC mit in Rechnung kommen.

Es sey A die Unterlage und in H der Schwerpunct (Fig. 195.), so ist das Moment des Hebels = dem Product

duct aus dem Gewicht des ganzen Hebels in den Abstand des Schwerpuncts von der Unterlage; welches Product zu dem Product derjenigen Seite, wo der Schwerpunct liegt, addirt werden muß.

Formel: $Q \cdot BA = P \cdot AC + G \cdot AH$, wobei G = Gewicht des Hebels.

Jede dieser 6 Größen ist durch Rechnung zu finden.

Formeln:

$$Q = \frac{(P.AC)+(G.AH)}{BA};\ u.\ BA = \frac{(P.AC)+(G.AH)}{Q}$$

$$P = \frac{(Q.BA)-(G.AH)}{AC};\ u.\ AC = \frac{(Q.BA)-(G.AH)}{P}$$

$$G = \frac{(Q.BA)-((P\ AC)}{AH};\ u.\ AH = \frac{(Q.BA)-(P.AC)}{G}.$$

Z. B. Es sey das Gewicht $P = 1\frac{1}{2}$ ℔; $AC = 8$ Zoll; das Gewicht des Hebels $= 2$ ℔; der Abstand $AH = 2$ Zoll; der Arm $BA = 4$ Zoll; man sucht das Gewicht Q, das den Hebel im Gleichgewicht erhalten soll. —

Nach der Formel ist $Q = \frac{1\frac{1}{2}.8+2.2}{4} = \frac{12+4}{4} = \frac{16}{4}$ $= 4$ ℔.

§. 601. Es kann der Hebel QP um A Fig. 196. beweglich seyn, und in eine Lage z. B. ce gebracht werden, bei welcher Veränderung die Endpuncte des Hebels Bogen, wie Pc und Qe beschreiben, die sich wie die Abstände von A verhalten.

Formel: $Pc : Qe = AP : AQ$

$$\text{Also ist } Pc = \frac{Qe\ .\ AP}{AQ};\ AQ = \frac{Qe\ .\ AP}{Pc}$$

$$AP = \frac{Pc\ .\ AQ}{Qe};\ Qe = \frac{Pc\ .\ AQ}{AP}.$$

Der Körper Q ist durch die Veränderung der Lage um die senkrechte Höhe de gehoben worden.

Z. B. Die Last Q solle mittelst des Hebels PQ (dessen Länge 12 Fuß, dessen Unterlage 4 Fuß von P in A), um 3 Fuß gehoben worden, wie tief wird sich der Punct P senken müssen, d. h. wie groß ist bc?

Hier steht statt Qe die de, statt Pc die bc: Qe = 3; AP = 4 und also AQ = 8 Fuß. Nach der ersten Formel ist

$$Pc = bc = \frac{Qe \,.\, AP}{AQ} = \frac{3 \,.\, 4}{8} = \frac{12}{8} = 1\tfrac{1}{2} \text{ Fuß.}$$

Bei den andern Formeln wird die Frage noch nicht gelöst: wo muß der Unterstützungspunct liegen, wenn man mit einem 12 Fuß langen Hebel die Last Q um 3 Fuß heben, und P nur um $1\frac{1}{2}$ Fuß senken will? —

Man nenne AP = x, so ist QA = 12 — x. Es verhält sich aber bc : de = x : QP — x, d. i,

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{2} : 3 &= x : 12 - x \\ 3x &= \tfrac{3}{2} . (12 - x) \\ 6x &= 36 - 3x \\ 9x &= 36 \\ x &= \tfrac{36}{9}, \text{ also } x = PA = 4 \text{ Fuß.} \end{aligned}$$

Formel: $\frac{t \,.\, l}{h + t} = x$ = dem Abstand der Unterlage von P, wobei t = bc = Tiefe; h = de = Höhe; l = QP = Länge des Hebels.

§. 602. Es sey AB Fig. 197. ein Hebel der 2ten Art, wo der Unterstützungspunct in A, die Last P an c hängt, in B aber eine Kraft aufwärts, wie K zieht; so trägt K nur $\frac{1}{2}$ P, wenn Ac = cB, denn die Unterlage A trägt die andere Hälfte. Je näher c an A rückt, je weniger trägt K, und je länger wird cB. Hier gilt AB : P = AC : K.

Formeln: $K = \frac{P \,.\, AC}{AB}$; $P = \frac{AB \,.\, K}{AC}$

$Ac = \frac{AB \,.\, K}{P}$; $AB = \frac{P \,.\, Ac}{K}$.

Die Last kann auf c liegen, oder daran hängen. Es stelle z. B. AB einen Schiebkarren vor, in A sey die Axe des Rades, und wenn AB = 6 Fuß, in einem Abstande

Ac = 2 Fuß eine Last von 240 ℔ ruht, wie viel trägt der Mensch in K davon?

Hier ist $P = 240$
$Ac = 2$
$AB = 6$

und nach der Formel $K = \frac{240 \cdot 2}{6} = \frac{480}{6} = 80$ ℔.

Die 2te Formel $P = \frac{AB \cdot K}{Ac}$ zeigt, wie schwer das Gewicht P seyn könne, wenn alle Umstände bleiben.

Die 3te Formel für Ac lehrt den Punct finden, wo, bei gleichen Umständen, die Last P liegen müsse; und die 4te Formel giebt die Länge des Hebels an, wenn die andern Umstände die nämlichen bleiben.

§. 603. Ein Hebel der 3ten Art ist AB Fig. 198, wo die Kraft in c wirkt, um die Last P aufwärts zu ziehen, oder zu halten. Hier muß K um so größer seyn, je näher c an A liegt. In B würde $K = P$ seyn; wenn $Ac = cB$, so ist $K = 2P$.

Es verhält sich $Ac : AB = P : K$, daher die

Formeln:

$Ac = \frac{AB \cdot P}{K}$, oder $\frac{P \cdot cB}{K - P}$, $K = \frac{AB \cdot P}{Ac}$ oder $\frac{P \cdot cB}{Ac} + P$

$AB = \frac{Ac \cdot K}{P}$; und $P = \frac{Ac \cdot K}{AB}$,

wodurch jede der 4 Größen aus den übrigen zu finden ist.

§. 604. Es ziehen an dem einarmichten Hebel cb Fig. 199. die beiden Gewichte q und p niederwärts, in a ziehe eine andere Kraft den Hebel aufwärts nach ar. Soll nun Gleichgewicht statt finden, so muß $ca = \frac{cd \cdot q + cb \cdot p}{p + q}$.

Die Kraft r ist gleich der Summe der Momente der abwärts ziehenden Gewichte p und q, dividirt durch ihren Abstand von c; oder $r = \frac{cd \cdot q + cb \cdot p}{ca}$.

Wäre $ca = cb$, so müßte r das Gewicht p ganz, und dann noch den Theil von q tragen, der nach Ver-

 hält-

hältniß auf db fällt. Zöge r über c, so wäre ca = o, also der Bruch $\frac{cd \cdot q + cb \cdot p}{o}$ eine unendliche Größe, d.h. es ist unmöglich, den Hebel wagerecht zu erhalten.

$$\text{Formeln: } ca = \frac{cd \cdot q + cb \cdot p}{p + q}; \quad r = \frac{cd \cdot q + cb \cdot p}{ca}$$

$$cd = \frac{r \cdot ca - cb \cdot p}{q}; \quad q = \frac{r \cdot ca - cb \cdot p}{cd}$$

$$cb = \frac{r \cdot ca - cd \cdot q}{p}; \quad p = \frac{r \cdot ca - cd \cdot q}{cb}.$$

Der Punct a ist der gemeinschaftliche Schwerpunct von q und p.

§. 605. An einem solchen Hebel können mehr als zwei Kräfte nach einerlei Richtung ziehen, als p, q, r, s Fig. 200., dann findet man ihren gemeinsamen Schwerpunct durch die

$$\text{Formeln: } ac = \frac{ab \cdot p + ad \cdot q}{p + q}; \text{u. } ae = \frac{ac(p + q) + af \cdot r}{p + q + r}$$

$$ag = \frac{ae \cdot (p + q + r) + ab \cdot s}{p + q + r + s}.$$

Man bemerke, daß bei der ersten Formel p + q für eine in c, bei der zweiten p + q + r, und bei der dritten p + q + r + s für eine Größe gelten.

§. 606. Der Winkelhebel ACB Fig. 201. ist um C beweglich. Die Kräfte P und Q wirken senkrecht auf die Hebelarme, und ihr Verhältniß ist Q : P = CA : CB, daher die

$$\text{Formeln: } Q = \frac{P \cdot CA}{CB}; \text{ und } P = \frac{Q \cdot CB}{CA},$$

$$CB = \frac{P \cdot CA}{Q}; \text{ und } AC = \frac{Q \cdot CB}{P}.$$

§. 607. Auf den Winkelhebel ACB Fig. 203. wirken die Kräfte P und Q unter schiefen Winkeln. Man verlangt ihr Verhältniß.

Die Kraft P wirkt auf den Arm CA nur so viel, als sie auf das Perpendikel CD; desgleichen wirkt Q auf CB nur so viel, als sie auf den Perpendikel CE wirken würde. Daher die

Formel: $P : Q = CE : CD$, übrigens wie §. 606.

Die Richtungen der Kräfte schneiden sich in M. Zieht man CT mit MQ, und CV mit MP parallel, so ist im Parallelogramm MVCT die Linie CM eine Diagonale und die mittlere Richtung und Größe der wirkenden Kräfte. Auch hier verhält sich

$$MT : MV = Q : P.$$

Durch Zeichnung und Rechnung läßt sich die mittlere Richtung und Größe CM finden, wenn die Kräfte P und Q, so wie ihre Richtung oder der Winkel TMV bekannt sind.

Z. B. Es sey $P = 9$ ℔, ihre Richtung TM; $Q = 11$ ℔ und ihre Richtung MV. $< TMV = 55°49'$. Man sucht die mittlere Kraft MC.

Aufl. An den Punct M setze die Schenkel des gegebenen Winkels, mache $MT = 9$; und $MV = 11$; $TC = MV$, und $VC = TM$, so ist die Diagonale MC im Parallelogramm MTCV die Größe der mittlern Kraft.

Durch Rechnung. Ist $< TMV = TCV$, so ist $< o = 180° - < TMV$; also im Dreieck MCV die Summe der Winkel r und n; beide Seiten MV und $VC = TM$, und $< o$ bekannt; daher CM nach Tafel XII. trigonometrisch zu finden.

Bei dem angenommenen Werthe ist $MT = 9$; $MV = 11$; $CV = 9$; $< o = 180° - 55°49' = 124°11'$.

Nun ist

$$MV + VC : MV - VC = \text{Tang.} \frac{r+n}{2} : \text{Tang. des Differenzw.}$$

$$\text{d. i. } 20 \quad : \quad 2 \quad = \text{Tang. } 27°54' : \text{Tang. } x.$$

log.

$$\log. 27^\circ 54' = 9{,}7238436$$
$$\log. 2 = 0{,}3010300$$
$$10{,}0248736$$
$$\log. 20 = 1{,}3010300$$
$$\log. \text{Tang}. x = 8{,}7238436 - 3^\circ 2'$$

Hiezu addirt $27^\circ 54'$

giebt $< n = 30^\circ 56'$

der Unterschied giebt $< r = 24^\circ 52'$

$$\text{Sin}. r : CV = \text{Sin}. o : MC$$
$$24^\circ 52' : 9 \quad 124^\circ 11$$
$$\log. \text{Sin}. 124^\circ 11' = \log. \text{Sin}. 55^\circ 49 = 9{,}9176336$$
$$\log. 9 = 0{,}9542425$$
$$10{,}8718761$$
$$\log. 24^\circ 52' \quad 9{,}6237743$$
$$\log. MC = 1{,}2481018 = 17{,}705$$

die Größe der mittlern Kraft $MC = 17\frac{7}{10}$ ℔.

Wenn an den 3 Kräften MV, VC und MC nur zwei, nebst dem Winkel bekannt sind, so läßt sich allezeit die dritte finden.

Formeln: $MV = \frac{MC . \text{Sin}. n}{\text{Sin}. o}$; $VC = \frac{MC . \text{Sin}. r}{\text{Sin}. o}$.

§. 608. Weil bei dem Maschinenwesen die Berechnung der Hebelwerkzeuge sehr wichtig ist, so hat man die gegebenen Formeln nicht nur, sondern auch folgende durch Erfahrung ausgemittelte Sätze zu behalten:

Der Mensch kann mit seinen beiden Händen eine mittlere Kraft von 102,14 ℔ drücken; $265\frac{1}{2}$ ℔ heben; 102 ℔ im Gehen ziehen. Ein Pferd zieht etwa 771 ℔.

§. 609. Vom Räderwerk.

Es sey CB Fig. 204. der Radius einer cylindrischen Welle; mit derselben sey ein Rad, dessen Halbmesser CA, so bevestigt, daß es mit der Welle umgedreht werden kann. Die Last Q bestrebt sich, B herabzuziehen; die Kraft P hält ihr an A das Gleichgewicht.

Kraft und Last wirken beim Rade und Cylinder allemal nach der Richtung der Tangente. Daher könnte auch Q in q, und P in p etwa durch ein aufgewickeltes Seil ge-

gehalten werden. Dieses Werkzeug kommt häufig, und unter vielerlei Gestalten vor, als Mühlenrad, Kreuzhaspel, Winde, Göpel etc., wo dann statt des großen Rades nur Arme, wie CA, angebracht sind. Zur Erhaltung des Gleichgewichts:

Formel: P : Q = CB : CA, wie beim Hebel;

Kraft $P = \frac{Q \cdot CB}{CA}$; der Halbmesser $CA = \frac{Q \cdot CB}{P}$;

Last $Q = \frac{P \cdot CA}{CB}$; Halbmesser d. Welle $CB = \frac{P \cdot CA}{Q}$.

§. 610. Ein Rad, an welchem nach der Richtung der Halbmesser am äußern Umfange Zähne angebracht sind, die in ein anderes greifen und es mit bewegen, heißt Stirnrad; siehe ab Fig. 205. Sind die Zähne auf der Fläche des Rades senkrecht, wie bei cd, so heißt es ein Kronrad.

Das kleinere Rad, worin das größere mit seinem Kamme eingreift, heißt das Getriebe, Triebstock, Trilling.

Wenn mehrere Räder in einander greifen, so entsteht ein Räderwerk.

§. 611. Am Rade Q Fig. 206 hängt um die Welle A eine Last P. Das Rad Q greift in das Getriebe B des Rades R, welches wieder in das Getriebe c des Rades S eingreift. Die Kraft F braucht nur sehr gering zu seyn, um der Last P das Gleichgewicht zu halten. Man erfährt die Größe der Kraft F dadurch,

> daß man den Halbmesser der Welle, oder des Getriebes jedes Rades durch den Halbmesser jedes Rades dividirt, und was herauskommt, mit der Last multiplicirt.

Wenn a, b, c Halbmesser der Wellen, und q, r, s Halbmesser der Räder bedeuten, so erhält das Rad Q an seinem Umfange die Last P mit einer Kraft $= \frac{a}{q} \cdot P$.

das Rad R erhält sie durch $\frac{a}{q} \cdot \frac{b}{r} \cdot P$.

das Rad S erhält sie durch $\frac{a}{q} \cdot \frac{b}{r} \cdot \frac{c}{s} \cdot P$.

For=

Formel: $F = \frac{a}{q} \cdot \frac{b}{r} \cdot \frac{c}{s} \cdot P.$

Es sey $a = 3;\ b = 2;\ c = 1$
$q = 12;\ r = 10;\ s = 8$
die Last $P = 10$ ℔,

so ist $F = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{8} \cdot 10 = \frac{6}{960} \cdot 10 = \frac{60}{960} = \frac{1}{16}$ ℔.

In der Formel sind 5 Größen: drei Räder, die Last P, und die Kraft F, welche ihr das Gleichgewicht halten soll. Jede dieser Größen läßt sich durch Rechnung finden:

Formel:

für das Rad Q, $\frac{a}{q} = \frac{F}{\frac{b}{r} \cdot \frac{c}{s} \cdot P}$, und $P = \frac{F}{\frac{a}{q} \cdot \frac{b}{r} \cdot \frac{c}{s}}$

für das Rad R, $\frac{b}{r} = \frac{F}{\frac{a}{q} \cdot \frac{c}{s} \cdot P}$

für das Rad S, $\frac{c}{s} = \frac{F}{\frac{a}{q} \cdot \frac{b}{r} \cdot P}$.

Man sieht leicht ein, daß F allemal ein gewisser Theil von P, folglich kleiner als P, oder ein Bruch davon seyn muß. Ist nun P und F, d. h. Last und Kraft, also $\frac{F}{P}$ gegeben, so läßt sich das Verhältniß der Räder zu ihren Wellengetrieben durch Zerlegung des Bruchs in andere Brüche finden.

Z. B. Man wollte mit 6 ℔ vermittelst dreier Räder eine Last von 100 ℔ im Gleichgewicht erhalten, wie kann das Verhältniß der Halbmesser der Räder und Getriebe seyn?

Hier ist $\frac{F}{P} = \frac{6}{100}$. Man zerlege Zähler und Nenner in 3 Factoren, als die 6 in $3 \cdot 2 \cdot 1$; und die 100 in $5 \cdot 5 \cdot 4$, so ist das Verhältniß der Räder $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, d. h.
des ersten Rades Halbmesser ist 5, seines Getriebes 3,
des 2ten Rades Halbmesser = 5, seines Getriebes = 2,
des 3ten Rades Halbmesser = 4, seines Getriebes = 1,

und

und $\frac{6}{100} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$. Dies Verhältniß kann unendlich mannichfach seyn, je nachdem man den Bruch $\frac{6}{100}$ zerlegt.

§. 612. Aus der gegebenen Anzahl der Zähne $= z$ im Rade, und der Anzahl der Triebstöcke $= S$ im Getriebe des 2ten Rades ergiebt sich, wie oft das Getriebe umläuft, ehe das Rad einmal herumkommt.

Formel: $\frac{Z}{S} = U =$ der Anzahl der Umläufe.

Z. B. ein Rad habe 360 Zähne; das eingreifende Getriebe 8 Triebstöcke, so giebt $\frac{360}{8} = 45$ Umläufe des Getriebes. Auch kann man die Umdrehung des letzten Getriebes, die einer Umdrehung des ersten Rades gehören, leicht finden.

Formel: $U \cdot u$, oder $\frac{Z}{S} \cdot \frac{z}{s}$,

d. h. dividire jedes Rades Zähne durch die Anzahl der eingreifenden Triebstöcke, und multiplicire die Quotienten mit einander.

Z. B. Das Rad Q mit 360 Zähnen treibt durch einmaligen Umlauf das Rad R 45 mal $= U$ um; das Rad R mit 100 Zähnen treibt durch einmalige Umdrehung das Getriebe c mit 5 Triebstöcken $\frac{100}{5} = 20$ mal $= u$ um; dann läuft das Rad S unter diesen Umständen $45 \cdot 20 = 900$ mal um, wenn Q einmal herum kommt.

§. 613. Der Flaschenzug Fig. 207. besteht aus einer Anzahl Rollen A, B, C, a, b, c, die sämmtlich um ihren Mittelpunct beweglich sind. Vom Haken F geht ein Seil um Aa Bb Cc nach R und S, woran Kräfte ziehen. Die Last hängt unten in E.

Man gebraucht dies Werkzeug, um große Lasten in die Höhe zu ziehen, und spart dadurch viel an Kräften.

Formel: Die Kraft S : Last E $= 1 : 2n$, wo n die Anzahl Rollen, hier $= 3$ bedeutet; denn die obern 3 Rollen a, b, c dienen nur dazu, die Seile zu ordnen.

Also

$$\text{Also ist } S = \frac{E}{2n} = \text{der ziehenden Kraft;}$$

$$\text{und } E = S \cdot 2n = \text{der zu hebenden Last;}$$

$$\text{und } n = \frac{E}{2n} = \text{der Anzahl der Rollen.}$$

Mittelst dieser Formeln sind die 3 Fragen zu lösen:

1) Wie viel Kraft gehört dazu, um durch den Flaschenzug eine gegebene Last E, z. B. 612 ℔ im Gleichgewicht zu halten? — Die erste Formel giebt $\frac{612}{2.3} = \frac{612}{6}$ $= 102$ ℔.

2) Wie viel kann man mit einer gewissen Kraft S (hier $= 102$ ℔) im Gleichgewicht halten? Die Formel für E giebt $102 \cdot 2 \cdot 3 = 102 \cdot 6 = 612$ ℔.

3) Wie viel Rollen sind nöthig, wenn die Last E mit der Kraft S im Gleichgewicht erhalten werden soll? — Die Formel für n giebt $\frac{612}{102.2} = \frac{612}{204} = 3$.

Da sich jedes Seil um eben so viel verkürzen muß, als die Last E gehoben wird, so beträgt die Länge, die sich von R nach S abwickelt, $2nr$; wobei r die Höhe, um welche E gehoben wird, bedeutet.

Von der schrägen Ebene.

§. 614. Eine Fläche kann zur Erhebung oder Senkung einer Last gebraucht werden, wenn sie so gestellt wird, daß sie mit dem Horizonte einen schiefen Winkel macht. Z. B. AB Fig. 208. macht mit der horizontalen CB einen spitzen Winkel n. Auf AB befinde sich eine Last Q, die auf Qp senkrecht ruhen würde, wenn ihr Schwerpunct unterstützt wäre. Indessen drückt sie allerdings auf die Fläche AB nach der Richtung Qp, nur nicht so sehr, als wenn sie horizontal läge; sie wird daher auf AB herabgleiten oder rollen, mit einer Kraft, die man ihr relatives Gewicht nennt. Das relative Gewicht $= r$ verhält sich zum ganzen Gewicht $= g$, wie die Höhe $AC = h$ zur Länge $AB = l$.

Formel: $r : g = h : l$

Also $r = \frac{g \cdot h}{l}$ = dem relativen Gewicht;

$g = \frac{r \cdot l}{h}$ = dem ganzen Gewicht;

$h = \frac{r \cdot l}{g}$ = der Höhe } der schiefen Ebene.

$l = \frac{g \cdot h}{r}$ = der Länge }

Wenn also über die Rolle R eine Kraft F auf Q wirkt, die dem relativen Gewicht von Q gleich ist, so kann Q nicht sinken. Wenn $CA = AB$, so fallen beide Linien in eine zusammen, und das relative Gewicht ist dem absoluten gleich.

Z. B. wenn $AC = h = 4$ Fuß; $AB = l = 7$ Fuß; $Q = 6$ ℔, so ist sein relatives Gewicht $= \frac{6 \cdot 4}{7} = \frac{24}{7}$ $= 3\frac{3}{7}$ ℔.

§. 615. Vom Keile.

Ein harter Körper, der eine breite Grundfläche und schiefe Seitenebenen hat, heißt ein Keil. Er kann einfach, wie CDB Fig. 209., wo er bei D rechtwinklicht; oder doppelt, CAB Fig. 210., seyn.

Bei Fig. 209. heißt CD die Höhe $= h$ und CB die Länge $= l$; die Kraft F wirkt senkrecht auf DB in beiden Arten, und verhält sich zur Last Q, wie die Höhe zur Länge.

Formel: $F : Q = h : l$; also ist $F = \frac{Q \cdot h}{l}$;

$$Q = \frac{F \cdot l}{h};\ h = \frac{F \cdot l}{Q};\ l = \frac{Q \cdot h}{F}.$$

Beim doppelten Keil gelten dieselben Gesetze und Formeln, nur ist statt CD die CA zu setzen.

Je größer die Länge CB, und je kleiner die Höhe CD, desto mehr kann man mit dem Keil bei gleicher Kraftanstrengung ausrichten.

Durch

Durch die gegebenen Formeln werden 4 Fragen gelöst.

1) Die Last Q soll mit einem Keile, dessen Höhe und Länge bekannt sind, überwunden werden, wie groß muß die Kraft F seyn?

Wenn Q = 200 ℔; der Keil 3 Zoll hoch und 12 Zoll lang, so giebt die Formel für $F = \frac{200 \cdot 3}{12} = \frac{600}{12} = 50$ ℔.

2) Wie viel läßt sich mit diesem Keil und einer Kraft von 50 ℔ wirken? — Die Formel für Q giebt $\frac{50 \cdot 12}{3} = \frac{600}{3} = 200$ ℔.

3) Wie hoch muß ein 12 Zoll langer Keil seyn, wenn eine Kraft von 50 ℔ die Last von 200 ℔ überwältigen soll? — Die Formel für h giebt $\frac{50 \cdot 12}{200} = \frac{600}{200} = 3$ Zoll.

4) Wie lang muß der 3 Zoll hohe Keil seyn, wenn er dasselbe wirken soll? — Die Formel für $l = \frac{200 \cdot 3}{50} = \frac{600}{50} = 12$ Zoll.

§. 616. Von der Schraube.

Ein vester Cylinder, um den ein fortlaufender Keil spiralförmig gelegt ist, heißt eine Schraube. Das Gewinde wird durch den Schraubengang getrennt. Gewinde und Schraubengang werden in eine cylindrische Höhle eingelassen, welche die Schraubenmutter heißt.

Die Kraft, welche die Schraube umzudrehen strebt, verhält sich zum Widerstande, oder zur Last, wie die Entfernung E zweier Gewinde zur Peripherie P des Cylinders.

Formel: F : Q = E : P

Also ist $F = \frac{Q \cdot E}{P}$ = der anzuwendenden Kraft,

$Q = \frac{F \cdot P}{E}$ = der zu bezwingenden Last,

$E = \frac{F \cdot P}{Q}$ = der Entfernung der Gewinde,

$P = \frac{Q \cdot E}{F}$ = dem Umfange der Schraube,

wodurch ebenfalls 4 Fragen, die Schraube betreffend, gelöst werden.

Es sey Q = 375 ℔; die Entfernung der Gewinde E = 1 Zoll; der Umfang P = 10 Zoll, wie viel Kraftaufwand ist erforderlich?

Die Formel für $F = \frac{375 \cdot 1}{10} = 37\frac{1}{2}$ ℔ = dem Kraftaufwand.

§. 617. Die Schraube ohne Ende besteht in einer Schraube, welche in ein Stirnrad greift, und es um seine Axe bewegt.

Die Kraft, welche angewendet wird, die Schraube zu drehen, verhält sich zur Last oder Wirkung, wie 1 zur Anzahl der Zähne.

Formel: F : Q = 1 : z

Also $F = \frac{Q}{z}$; $Q = F \cdot z$; und $z = \frac{Q}{F}$.

Z. B. Es sey die Anzahl der Zähne = z = 200; die Kraft F = 8 ℔, wie viel läßt sich damit überwinden, d. h. wie groß ist Q?

Die Formel für Q giebt 8 . 200 = 1600 ℔.

Die Formel für z giebt an, wie viel Zähne das Rad haben müsse, wenn mit 8 ℔ eine Last von 1600 ℔ im Gleichgewicht erhalten werden soll.

II. Hydrostatik oder Lehre vom Gleichgewicht tropfbar-flüssiger Körper.

§. 618. Tropfbar-flüssige Körper drücken nach allen Richtungen, niederwärts und seitwärts; denn der leicht passende Pfropfen einer leeren Bouteille wird tiefer hinein gedrückt, je tiefer man dieselbe untertaucht; ein Schiff, das im Boden ein Loch bekommt, läßt Wasser durchdringen; eine Öffnung seitwärts eines vollen Wassergefäßes zeigt den Seitendruck.

§. 619. Der Druck nach unten in einem Gefäße ist einer Wassersäule gleich, welche die Grundfläche des Gefäßes zur Grundfläche, und die senkrechte Höhe des Wassers über derselben zur Höhe hat.

In einem Gefäße cabd Fig. 211. leidet ab nur den Druck von der Wassersäule gabf.

Der Seitendruck ergiebt sich, wenn man die Fläche des gedrückten Theils mit der halben Höhe des Wassers multiplicirt. $\frac{bd \cdot bf}{2}$.

Z. B. ein 20 Fuß langer Damm ist 5 Fuß unter dem Wasser; dann ist seine dem Wasserdruck ausgesetzte Fläche $20 . 5 = 100$ □ Fuß. Die senkrechte Wasserhöhe ist 4 Fuß, also $\frac{100 . 4}{2} = 200$ Kubikfuß, jeden zu 66 ℔ gerechnet, macht für den Seitendruck 13200 ℔.

Der Druck auf die Seitenfläche nimmt von d nach b in arithmetischer Progression ab, denn die obern Wassertheile drücken auf die untern.

Im cubischen Gefäß ist der Druck auf die Seitenfläche dem halben Druck auf die Grundfläche, und also auf alle 4 Seitenflächen dem doppelten Druck auf die Grundfläche gleich.

Der Raum BCFG Fig. 212. leidet in allen seinen Theilen der Grundfläche FG eben so viel vom Druck, als

als wenn eine Wassermasse FEDG über ihm stände; denn Öffnungen in H oder G angebracht, spritzen mit gleicher Gewalt. Diese Eigenschaft des Wassers giebt Wasserkünsten und Leitungen ihre Kraft. Auch gründet sich hierauf die erstaunliche Wirkung der hydraulischen Presse.

§. 620. Stillstehendes Wasser stellt sich stets in die wahre Horizontallinie (s. §. 597.).

Durch das Nivelliren erforscht man, wie viel ein Punct der Erdoberfläche weiter, als der andere vom Mittelpunct der Erde absteht. Dabei ist ein Unterschied zwischen der scheinbaren und wahren Horizontallinie zu beachten. Für einen Beobachter in n Fig. 213. ist nc die scheinbare, und nm die wahre Horizontallinie; die erstere steht senkrecht auf der Richtung der Schwere na, und ist daher allzeit höher, als die wahre. Um wie viel dies für jede Entfernung betrage, läßt sich berechnen.

Es sey BnO ein Bogenstück der Erdoberfläche; a ihr Mittelpunct; nc die scheinbare, nm die wahre Horizontallinie; mc ihr Unterschied oder die Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie. Man findet sie durch die

Formel: $\sqrt{(nc^2 + na^2)} = ac$; und $ac - am = mc$ = Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie wobei am Halbmesser = na; nc = der gegebenen Entfernung.

§. 621. Das Nivelliren kann auf mancherlei Weise geschehen; am einfachsten aber dadurch, daß man in kurzen Entfernungen von einigen hundert Fuß senkrechte Stäbe bevestigt, und mittelst einer Setzwage, oder eines andern schicklichen Instruments, das einen Lothfaden hat, und mit Dioptern oder einem Fernrohre versehen ist, die scheinbare Horizontallinie sucht, und da, wo sie den nächsten Stab trifft, ein Zeichen macht. Der Unterschied zwischen der Höhe des Diopters und des Zeichens am nächsten Stabe von der Erde ist das Gefälle, welches angiebt, wie viel der Stab höher oder tiefer, als das Instrument, steht. Setzt man dies Geschäft auch bei

dem

den folgenden Stäben fort, und addirt die gefundenen Unterschiede, so erfährt man das Gefälle von der ganzen Linie.

Anmerk. Zu einem solchen Geschäft sind die Fig. 142. und 143 abgebildeten Instrumente sehr brauchbar; denn stellt man sie so, daß der Lothfaden auf Nullgrad genau einspielt, so geben die Diopteru die scheinbare Horizontallinie an. — Die sogenannten Niveaus, welche aus Glasröhren bestehen, mit Queksilber oder anderer Flüssigkeit gefüllt und bei manchem Feldmesser sehr beliebt sind, gewähren keine vorzügliche Genauigkeit, weil ihnen der Tubus fehlt, und die Oberfläche der Flüssigkeit keine genaue Durchschnittslinie erlaubt. Vorzüglich aber sind die mit einer Libelle und einem Fernrohre versehenen Instrumente.

Von dem durch das Nivelliren gefundenen Gefälle muß der Betrag der Erhöhung der scheinbaren Horizontallinie abgezogen werden. Wie viel dies für eine Weite beträgt, giebt folgende Tafel an.

Weiten	Erhöh. der scheinb. Horizontallinie.		Weiten	Erhöh. der scheinb. Horizontallinie.	
Fuß.	Zoll.	Linien.	Fuß.	Zoll.	Linien.
300	—	$\frac{1}{3}$	3300	3	6
600	—	$1\frac{1}{3}$	3600	4	—
900	—	3	3900	4	8
1200	—	$5\frac{1}{3}$	4200	5	4
1500	—	$8\frac{1}{3}$	4500	6	2
1800	1	—	4800	7	1
2400	1	$9\frac{1}{3}$	5400	8	11
2700	2	3	5700	10	—
3000	2	9	6000	11	—

Anmerk. Vergleiche über dies und das Folgende Krünitz Encyclopädie, 95. Th. S. 57. Artik. Mühle.

Durch das sogenannte Rück- und Vorwärtsvisiren wird die Verbesserung der scheinbaren Horizontallinie vermieden.

§. 622. Jede Flüssigkeit, die durch keine Schranken eingeengt wird, fließt nach den Orten hin, welche dem Mittelpunct der Erde näher liegen. Daher fließen Ströme zum Weltmeere, welches, wenn es ruhig ist, eine wahre Horizontallinie, also ein Kugelstück, bildet. Ströme und Flüsse haben ein Gefälle, wovon die Geschwindigkeit ihres Laufs abhängt; der Raum, den sie ausfüllen, ist das Bett derselben.

Unter Profilöffnung eines Flusses versteht man den senkrechten Querdurchschnitt im Quadratmaaß. Fig. 214, wo aghikb das Strombett, die Linie ab die Oberfläche des Wassers vorstellt. Der Flächenraum abkga ist die Profilöffnung. Man findet ihn folgendermaßen:

Spanne eine Schnur quer über den Fluß und lasse an verschiedenen Orten die Perpendikel cg, dh, ei, fk ꝛc. fallen, so geben diese die Tiefen an. Hiedurch erhält man die nöthigen Angaben zur Berechnung. Denn in den Trapezien cdhg, deih, efki u. s. w. weiß man die Abstände cd, de, ef ꝛc. und die Parallelen cg, dh, ei, fk, folglich läßt sich ihr Flächenraum leicht finden und addiren. Die Summe aller Trapezien und der beiden Dreiecke bei a und b macht die Profilöffnung aus.

§. 623. Um zu erfahren, wie groß die Wassermenge ist, die in einer Sekunde durch die Profilöffnung fließt, muß man die Geschwindigkeit des Flusses messen, welche fast niemals an allen Puncten gleich ist. Daher muß sie an mehrern Orten, sowol oben auf dem Wasserspiegel, als in einiger Tiefe, und auf dem Grunde gemessen werden; die erhaltenen Resultate werden addirt, und die mittlere Geschwindigkeit ist für die allgemeine zu nehmen.

§. 624. Die Geschwindigkeit des Stroms zu finden.

Spanne eine Schnur über den Fluß. Oberhalb derselben lege eine hohle Kugel ins Wasser; sobald diese an die Schnur kommt, beobachte den Zeiger einer Sekundenuhr, und gehe damit am Ufer entlang, bis die Kugel an ein gemachtes Zeichen, welches auch eine Schnur seyn kann, kommt. Die Entfernung der beiden Schnuren durch die Anzahl der verflossenen Sekunden dividirt, giebt die Geschwindigkeit in einer Sekunde.

§. 625. Die Kraft zu finden, mit welcher der Strom auf eine gegebene Fläche wirkt.

Der geschickte Mechanikus, Herr Boukle, bediente sich bei seinen, zu diesem Zwecke hier auf der Elbe angestellten Untersuchungen, folgender einfacher Verfahrungsweise:

An dem bei B Fig. 215. mit Blei beschwerten quadratfüßigen Brett AB, welches im Strome in allerlei Höhen und Winkeln mittelst 4 feiner Schnuren, die in C zusammen laufen, gestellt werden kann, zieht man die Schnur CRG über die Rolle R. Letztere ist am Mast eines kleinen Fahrzeugs so angebracht, daß in G ein Gefäß an die Schnur gehängt, und so lange mit Wasser beschwert werden kann, bis es das Brett AB im Stillstand erhält. Die Last G ist der Kraft gleich, welche der Strom auf das Brett AB ausübt. (Hier betrug sie an verschiedenen Stellen zwischen 20 und 49 ℔ auf 1 Quadratfuß.)

Vermindert man die Last in G, so bewegt sich G nach R hinauf mit einer leicht zu beobachtenden Geschwindigkeit in Sekunden für den Raum MR in Fußen, welches bei Maschinen, die auf dem Wasser Bewegung hervorbringen sollen, ein Umstand von Wichtigkeit ist.

Läßt man die Schnur über eine Rolle in S laufen, und das Brett im Strome fortschwimmen, so ist an der Schnur sehr leicht zu finden, wie weit sich AB in 1 Minute entfernt, und wie viel die Geschwindigkeit in 1 Sekunde beträgt.

§. 626. Die vorbeifließende Wassermenge eines Stroms zu finden.

Multiplicirt man die einem Stromstrich zukommende mittlere Geschwindigkeit mit dem Quadratinhalt der Profilöffnung, so erhält man den körperlichen Inhalt der in 1″ durch dieselbe stürzende Wassermenge.

Z. B. In einem Stromstrich, dessen Profilöffnung 8 □ Fuß, ssey

obere Geschwindigkeit	= 6 Fuß
Geschwindigk. eines tief. Str.	= 5 — 6 Zoll
untere Geschwindigkeit	= 3 — 6 —
Summe	15 in 3 Theile geth., giebt
mittlere Geschwindigkeit	= 5 Fuß in 1 Sekunde,
mit der Profilöffnung	= 8 multiplicirt,
giebt	40 Kubikf. Wasser in 1 Sek.

§. 627. Wenn man an einem mit Wasser angefüllten Gefäße unterhalb der obern Wasserfläche Öffnungen anbringt, so ist die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers allemal kleiner, als die berechnete, und zwar in dem Verhältniß $5\frac{3}{8} : 8$, oder 5,375 : 8. Bei der Höhe oder Tiefe von 1 Fuß beträgt die zugehörige wirkliche Geschwindigkeit $5\frac{3}{8}$ Fuß, und ein gleiches Verhältniß findet bei jeder andern Höhe statt.

Es sey z. B. Fig. 217. an dem Gefäß ABDC eine Öffnung F 6 Fuß tief unter der Wasserfläche AB, man sucht die Geschwindigkeit des ausströmenden Wasserstrahls.

Formel: $G = 5{,}375 \cdot \sqrt{T}$; oder $5{,}375 \cdot \sqrt{6}$
$= 5{,}376 \cdot 2{,}449 = 13{,}163$ Fuß Geschwindigkeit in 1 Sekunde.
($G =$ Geschwindigkeit, $T =$ Tiefe BF.)

Die ausströmende Wassermenge findet man, wenn man die Geschwindigkeit mit der Fläche der Öffnung multiplicirt.

§. 628. Die in einerlei Zeit aus verschiedenen Höhen F und D durch gleich große Öffnungen ausfließenden Wassermengen M und m verhalten sich zu einander, wie die Quadratwurzeln aus den Wasserhöhen.

Formel: $M : m = \sqrt{DB} : \sqrt{FB}$.

Der ausfließende Wasserstrahl DS bildet beinahe eine Parabel. Seine Geschwindigkeit findet man auch durch die Division des Weges OS durch die Zeit, die der Strahl gebraucht, um DO zu durchfallen. Die Zeit aber ergiebt sich aus der Fallhöhe DO.

§. 629. Wenn die Öffnung im Vergleich zur Wasserhöhe beträchtlich ist, so ist die Geschwindigkeit am obern und untern Rande der Öffnung zu suchen, und daraus und aus dem Flächenraum derselben die Wassermenge zu berechnen.

Es bezeichne B Fig. 216. den Wasserspiegel; BA die Tiefe des obern und BD des untern Randes, also AD die Öffnung, so ist BD die Axe einer Parabel, AC = a, und DG = n sind Ordinaten, welche die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers in diesen Entfer-

nungen vom Scheitel B vorstellen. Man suche den Flä-
cheninhalt von dem Stück ACDG.

Nenne $\left.\begin{array}{l} BA = c, \\ BD = d, \end{array}\right\}$ so ist für den gesuchten Flächenin-
halt die

Formel: $\frac{2nd}{3} - \frac{2ca}{3} =$ Fläche von ACGD; welche mit der Breite der Öffnung multiplicirt, die ausströmende Wassermenge in 1'' giebt.

Z. B. Es sey die Öffnung 2 Fuß hoch und 4 Fuß breit; der obere Rand liege 1 Fuß unter der Wasserfläche, wie groß ist die ausströmende Wassermenge in 1''?

Hier ist $\left.\begin{array}{l} BA = c = 1 \\ BD = d = 3 \end{array}\right\}$ man sucht erst nach §. 627. die Geschwindigkeiten für die Puncte A und D, d. h. die Ordinaten a und n. Die Formel war $5,375 . \sqrt{T}$; das ist hier $= 5,375 . \sqrt{1} = 5,4.. =$ a und $5,375 . \sqrt{3} = 5,4 . 1,73 = 9,34... =$ n.

Nun ist $\frac{2nd}{3} - \frac{2ca}{3} = \frac{2 . 9,34 . 3}{3} - \frac{2 . 5,4}{3} = 18,68 - 3,6 = 15,08$ □ Fuß = ACGD
mit 4 Fuß = der Breite der Öffnung multiplicirt,
giebt 60,32 Kubikfuß Wassermenge in 1''.

§. 630. Wenn der Einschnitt im Gefäße bis an den Wasserspiegel in B reicht, so ist der senkrechte Durchschnitt einer Parabel gleich, deren Fläche man findet durch die

Formel: $BD . DG . \frac{2}{3}$, wobei DG die Geschwindigkeit für den untersten Punct D bedeutet. Die so erhaltene Zahl mit der Breite der Öffnung multiplicirt, giebt den Kubikinhalt der in 1'' ausströmenden Wassermenge.

Nach vorigem §. war BD = d = 3 Fuß, DG = n = 9,34. Also $\frac{n . d . 2}{3} = \frac{9,34 . 3 . 2}{3} = 18,68$
mit 4 Fuß Breite der Öffnung multiplicirt, giebt
74,72 Kubikfuß Wassermenge in 1''.

Weil $5,4 . \frac{2}{3} = 3,6$, so giebt dies, wenn man die Tiefe = T, die Breite = B nennt, folgende allgemeine

For-

Formel: $3{,}6 \cdot T \cdot B \cdot \sqrt{T}$ = der ausströmenden Wassermenge aus einer Öffnung, die zum Wasserspiegel reicht.

§. 631. Die Berechnung des Drucks des Wassers, welchen es auf die Seite oder gegen ein Schutzbrett ausübt, läßt sich aus folgender Tabelle nehmen.

Seitendruck des Wassers bei verschiedenen Standwasserhöhen auf eine quadratzöllige Fläche, in Pfunden und Lothen.

Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll		Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll		Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll	
Fuß	Zoll.	℔	Loth	Fuß	Zoll.	℔	Lth.	Fuß.	Zoll.	℔	Lth.
—	1	—	1,25	2	2	1	6	4	3	4	15
—	2	—	1,75		3	1	9		4	4	21
—	3	—	2		4	1	12		5	4	27
—	4	—	3,25		5	1	15		6	5	1
—	5	—	3,75		6	1	18		7	5	7
—	6	—	4,25		7	1	22		8	5	12
—	7	—	5,25		8	1	25		9	5	18
—	8	—	5,88		9	1	29		10	5	24
—	9	—	6,25		10	2	—		11	5	30
—	10	—	7,25		11	2	4	5	—	6	4
—	11	—	7,75	3	—	2	7		1	6	11
1	—	—	8,5		1	2	11		2	6	18
	1	—	10		2	2	15		3	6	25
	2	—	12		3	2	19		4	7	—
	3	—	14		4	2	23		5	7	7
	4	—	16		5	2	28		6	7	14
	5	—	18		6	3	1		7	7	21
	6	—	20		7	3	6		8	7	28
	7	—	22		8	3	11		9	8	3
	8	—	24		9	3	16		10	8	11
	9	—	26		10	3	21		11	8	19
	10	—	28		11	3	25	6	—	8	26
	11	—	30	4	—	3	30		1	9	2
2	—	1	—		1	4	3		2	9	10
	1	1	3		2	4	9		3	9	18

Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll.		Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll.		Standwasserhöhe.		Seitendruck auf 1 □ Zoll.	
Fuß.	Zoll	℔	Lth.	Fuß	Zoll	℔	Lth.	Fuß.	Zoll.	℔	Lth.
6	4	9	27	7	7	14	8	8	10	19	10
	5	10	4		8	14	18		11	19	22
	6	10	13		9	14	28	9	—	20	2
	7	10	22		10	15	6		1	20	14
	8	10	31		11	15	16		2	20	26
	9	11	8	8	—	15	26		3	21	6
	10	11	17		1	16	5		4	21	18
	11	11	26		2	16	16		5	21	30
7	—	12	3		3	16	27		6	22	10
	1	12	12		4	17	6		7	22	22
	2	12	22		5	17	17		8	23	2
	3	13	—		6	17	28		9	23	15
	4	13	10		7	18	7		10	23	28
	5	13	20		8	18	18		11	24	9
	6	13	30		9	18	30	10	—	24	22

Mit Hülfe vorstehender Tabelle findet man den Druck gegen eine Seitenfläche, oder ein Schutzbrett bei Mühlen, indem man alle Lothe und Pfunde in der Tabelle von 1 Zoll bis zur gegebenen Standwasserhöhe addirt, und mit der Breite der Schutzöffnung multiplicirt.

Z. B. Es sey Höhe des Standwassers = 3 Fuß 11 Zoll; die Breite = 3 Fuß 2 Zoll, oder 38 Zoll; wie groß ist der Druck?

Addirt man von 1 Zoll bis 3′ 11″ zusammen, so kommen 64 ℔, welche mit 38 Zoll multiplicirt, 2432 ℔ Druck geben.

§. 632. Wenn Druck und Gegendruck sich das Gleichgewicht halten, so erfolgt Stillstand, und die Kräfte heißen todte Kräfte. Soll nun eine Bewegung erfolgen, so muß auf einer Seite ein Übergewicht, eine lebendige Kraft vorhanden seyn. Beim Mühlenwesen nimmt man an, daß sich die lebendige Kraft zur todten verhalte, wie 9 : 4. Um nun zu finden, ob der Druck z. B. von 2432 ℔ wol im Stande sey, ein Mühlwerk zu treiben, das 1080 ℔ todte Kraft hat, setzt man

$$4 : 9 = 1080 \text{ ℔} : x$$

und findet, daß 2430 ℔ für die lebendige Kraft erforderlich sind, welche von 2432 noch übertroffen werden.

§. 633. Die folgenden Aufgaben lassen sich mittelst der Tabelle §. 631. lösen.

1. Die lebendige Kraft von 2430 ℔ ist gegeben, man sucht die Schutzöffnung, wenn die Standwasserhöhe 3 Fuß 11 Zoll ist.

Aufl. Addire in der Tabelle von 1 Zoll bis 3′ 11 = 64 ℔, und setze

64 ℔ : 1 Zoll breit = 2430 ℔?

Man wird 38 Zoll Öffnung finden.

2. die todte Kraft einer Maschine = $1109\frac{1}{3}$ ℔, Höhe des Standwassers = 3 Fuß 8 Zoll; man sucht die Breite des Schutzes, die zur todten Kraft gehört, die lebendige Kraft, und die dazugehörige Schutzbreite.

Aufl. Addire in der Tafel von 1″ bis 3′ 8″, welches 52 ℔ giebt. Dann setze 52 ℔ : 1″ = $1109\frac{1}{3}$? Man wird 21 Zoll 4 Linien Schutzbreite finden, welche hinlänglich ist, wenn der Wasserdruck die Maschine im Gleichgewicht halten soll.

Die lebendige Kraft findet man 4 : 9 = $1109\frac{1}{3}$: 2496 ℔. Hiezu die Schutzbrettbreite 52 ℔ : 1 Zoll = 2496 ℔ : 48 Zoll.

3. Die Breite des Schutzes ist gegeben = 4 Fuß; man sucht die Höhe des Standwassers, welche erfordert wird, eine Gewalt von 2496 ℔ auszuüben.

Aufl. Man dividire 4 Fuß oder 48 Zoll in 2496 ℔; der Quotient ist 52. Nun addire man in der Tabelle von 1 Zoll an die Lothe und Pfunde, bis man 52 ℔ hat, so findet man bei der letzten Zahl die gesuchte Standwasserhöhe = 3 Fuß 8 Zoll.

§. 634. Friction oder Reibung ist der Widerstand, den die Körper bei ihrer Bewegung äußern, und hat ihren Grund in dem Eindrücken vermöge ihrer Schwere. Die Reibung ist nicht bei allen Körpern gleich, und bei den schweren und rauhen größer, als bei den leichten und glatten. Dabei ist zu merken, daß bei Berechnung der

Rei-

Reibung eine möglichst größte Glätte der sich reibenden Körper vorausgesetzt, und dann die Reibung bloß nach der Schwere derselben beurtheilt wird, die reibenden Flächen mögen groß oder klein seyn. Ein Centner Eisen wird mit einer gleichen Kraft über eine Fläche gezogen, er berühre sie mit 1 oder 100 Quadratzoll; denn im ersten Falle ruht eine große Last auf einem kleinen Raum und drückt sich um so tiefer ein.

§. 635. Um die Reibung einer Maschine z. B. einer Mühle zu berechnen, muß man zuvörderst wissen,

1. wie stark die Reibung der gebrauchten Holzart, des Stahls, Eisens und Steins auf einander ist;
2. wie schwer die reibenden Körper sind, wobei ihr Kubikinhalt und specifisches Gewicht bekannt seyn muß;
3. alsdann die Halbmesser der Räder und Zapfen mit einander vergleichen, und untersuchen, wie viel Kraft dazu am Umfange der Räder nöthig ist, um der Reibung das Gleichgewicht zu halten.

Hiebei dienen folgende kleine Tabellen.

Tafel I. 50 ℔ Hainbüchenholz auf sich selbst hat 25 ℔ 8 Lth. Reibung

50 — Stahl auf Stahl	6	18 —	—	
50 — Stahl auf Stein	8	5 —	—	
50 — Stahl auf Messing	7	19 —	—	
50 — Eisen auf Stein	14	27 —	—	
50 — gegoss. Eis. a. Stein	12	12 —	—	

Wenn die Flächen aber Fett erhalten, so geben

50 — Hainbüchenholz auf selbigem, mit Wasserblei bestrichen	15 ℔	10 Lth.	
50 — Stahl auf Stahl .	5 —	—	—
50 — Stahl auf Messing .	4 —	2	—
50 — Stahl auf Stein .	5 —	$31\frac{1}{2}$	—
50 — geschmied. Eisen auf Stein	6 —	24	—
50 — dasselbe mit Wasser .	12 —	5	—
50 — gegossen Eisen auf Stein	10 —	6	—
50 — dasselbe mit Wasser .	6 —	24	—

Tafel II. Es wiegt

1 Kubikfuß Eichenholz	77 ℔
nasses	80 —
Büchenholz . . .	56 —
Hainbüchenholz .	59 —

Tannenholz . . 36 ℔
nasses . . . . 39 —
geschlagenes Eisen 514 —
Gußeisen . . . 475 —
Stahl . . . . 517 —
weißer Sandstein . 174 —
Ahornholz . . . 50 —
Erlenholz . . . 53 —
Birnbaumholz . . 44 —
Lindenholz . . . 40 —
Ulmenholz . . . 44 —
Weißdorn . . . 50 —

§. 636. Der körperliche Inhalt der reibenden Körper multiplicirt mit dem Gewicht eines Kubikfußes ihrer Masse giebt das Gewicht derselben. Aus der Tafel L. findet man durch den einfachen Dreisatz die Reibung des ganzen Körpers.

Wir wollen an einem Beispiel das Verfahren zeigen, und die Berechnung der Reibung an einer Wassermühle dazu wählen.

a. Es sey die Schwere der Wasserwelle berechnet zu 6035 ℔ 12 Loth,
die Schwere der Blattzapfen 171 — 14 —
der 6 Bänder 87 — 5 —
Schwere der Schaufeln und anderes Holzwerks des Rades . 4125 — 5 —
des Kammrades 944 — 19 —
der Kammköpfe 35 — 7 —
Summe der ganz. Last a. d. Wellzapfen 11398 ℔ 29 Loth.

b. Der Mühlenstein zu 21 Kubikfuß = 3630 ℔
Schwere des Mühleneisens . = 96 — 8 Lth.
des Getriebes . . . . . = 73 — 23 —
Schwere d. Rihns u. Warzenringes = 24 — 19 —
Summe d. ganz. Schw. a. d. Mühleisen = 3824 ℔ 18 Lth.

Die Reibung findet nun statt:

1. an den Wellzapfen auf ihren steinernen Lagern;
2. an den Kämmen und Stöcken;
3. an der Spitze des Mühleneisens in der Pfanne;

4. an

4. an dem Mühleneisenhalse im Busch;
5. an den Mühlensteinen, wenn sie geschärft sind, und hartes Korn geschroten wird.

Der eine Wellzapfen läuft auf Stein in Wasser, der andere in Fett, folglich nimmt man das Mittel aus den Angaben der Reibungen in der Tafel.

50 ℔ Eisen auf Stein in Fett hat Reibung	6 ℔	24 Lth.
in Wasser . .	10 —	13 —
	17 —	5 —
Mittlern Zahl für die Reibung	8 ℔	$18\frac{1}{2}$ Lt.

Nun setzt man auf 50 ℔ : 8 ℔ $18\frac{1}{2}$ L. = 11398 ℔ 25 L.? und findet die Reibung der Wellzapfen auf ihren steinernen Lagern = 1955 ℔ 20 Loth.

Ferner: 50 ℔ Stahl auf Stahl : 5 ℔ = 3824 ℔ 18 L.? und findet die Reibung des Mühleisens auf der Spitze = $382\frac{1}{2}$ ℔.

Die Reibung der Mühlensteine und des Getriebes, so wie die des Mühleisens im Busch haben Versuche bestimmt = 1507 ℔.

Man suche nun die todte Kraft, welche der Reibung das Gleichgewicht hält, aus den Halbmessern der Wellzapfen und Umfänge der Räder und Getriebe folgendermaßen:

Halbmesser des Getriebes = 6 Zoll,
— der Mühleisenspitze = $\frac{3}{4}$ —

daher setze 6 : $\frac{3}{4}$ = 1507? und findet $188\frac{1}{4}$ ℔, welche, an der Peripherie des Getriebes angewendet, der Reibung des Mühlensteins, Getriebes, Mühleneisens ꝛc. das Gleichgewicht halten.

Wenn dies Gewicht an das Kammrad gelegt wird, so findet man die Reibung, welche es in den Kämmen und Stöcken verursacht, aus

50 ℔ : $15\frac{5}{16}$ ℔ = $188\frac{1}{4}$ ℔? und findet beinahe
59 ℔
hiezu obige $188\frac{1}{4}$ —
Summe $247\frac{1}{4}$ ℔.

welches Gewicht an die Peripherie des Kammrades gelegt wer-

werden müßte, um das Gleichgewicht von 1507 ℔ zu erhalten.

Die Reibung der Wasserwelle betrug 1955 ℔.

Halbmesser des Zapfens = $1\frac{1}{2}$ Zoll; des Umfangs = 102 Zoll. Also 102 : $1\frac{1}{2}$ = 1955 ℔?

und findet 29 ℔
hiezu obige $247\frac{1}{4}$ —

Summe $276\frac{1}{4}$ ℔.

Halbmesser des Kammrades = 54 Zoll; des Wasserrades = 102 Zoll. Also 102 : 54 = $276\frac{1}{4}$? und findet $146\frac{3}{4}$, welche die *todte oder erhaltende Kraft* an der Peripherie des Wasserrades für das ganze Mühlenwerk ist.

Die *lebendige Kraft*, welche die Mühle in die beste Schnelligkeit bringt, findet man durch

$$4 : 9 = 146\tfrac{3}{4}?$$

= $329\frac{1}{16}$ ℔, woraus sich nach §. 633. die Schutzöffnung ergiebt.

§. 637. Körper, die auf dem Wasser schwimmen, sind specifisch leichter, als eine gleich große Wassermenge; diejenigen, welche mit der von ihnen weggedrängten Menge Wasser gleiche Schwere haben, bleiben im Wasser überall stehen; und diejenigen, welche mehr specifische Schwere haben, als eine Wassermenge von gleichem Umfange, sinken mit dem Überschuß ihres specifischen Gewichts, das man *respectives Gewicht* nennt, unter.

Daher beträgt der Verlust am Gewicht, den ein Körper bei seinem Einsinken in Flüssigkeiten erleidet, genau so viel, als das Gewicht des aus seiner Stelle gedrängten Theils der Flüssigkeit; ein Kubikzoll Blei und ein Kubikzoll Holz verlieren beim Einsinken gleichviel an ihrem Gewicht.

§. 638. Man hat die eigenthümlichen (specifischen) Gewichte vieler Körper mit dem des *reinsten Regenwassers* verglichen, und letzteres zur Einheit angenommen.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Tafel über die eigenthümlichen Gewichte der Körper.

Japanisches Kupfer	8,727	weißer Sand . .	2,631
Schwedisch gegosse-		Ziegelsteine . .	2,006
nes Kupfer .	8,333	Tannenholz . .	0,55
geschlagenes	8,784	Ahornholz . .	0,75
gegossenes Messing	8,	Erlenholz . . .	0,8
geschlagenes . .	8,349	Aloeholz . . .	1,177
feines gegossenes		Brasilienholz . .	1,031
Silber . . .	11,091	Holländ. Buxbaum	1,328
geschlagenes	10,5	Türkisches . .	0,919
feinstes Gold . .	19,64	Campecheholz .	0,913
Dukatengold, ge-		Cedernholz . .	0,613
gossen . . .	17,017	Kirschholz . . .	0,715
geschlagen	18,588	Citronholz . .	0,726
Wißmuth . .	9,7	Ebenholz . . .	1,209
bester Stahl, weich	7,768	Buchenholz . .	0,852
geschlagen	7,895	Fernambukholz .	1,014
Roheisen . . .	7,207	Eschenholz . .	0,734
Stangeneisen . .	7,788	Mahagoniholz .	1,063
geschlagen	7,875	(manches ist leichter)	
reines Quecksilber	14,	Weißdornholz .	0,757
deutsches reines Blei	11,445	Apfelholz . . .	0,793
reines englisches Zinn	7,331	Pappelnholz . .	0,383
deutsches	7,215	Pflaumenholz .	0,785
gegossener Zink .	9,355	Birnbaumholz .	0,661
	(7,245)	altes Eichenholz .	1,166
Platina, gegossen	19,5	Weidenholz . .	0,585
geschlagen	22,1	Kork	0,24
Achat	2,628	Lindenholz . .	0,604
Diamant . . .	3,476	Ulmenholz . .	0,671
Alabaster . . .	1,872	Weißer Zucker .	1,606
blauer Schiefer .	3,5	Pech	1,15
Magnet . . .	4,585	Bernstein . . .	1,065
italiänischer Marmor	2,7	Schwefel . . .	1,8
Porzellan . .	2,363	Alaun	1,714
Kieselstein . . .	2,542	Pottasche . . .	3,112
Smaragd . . .	2,777	Vitriol . . .	1,88
gute Gartenerde .	1,63	Rindertalg . .	0,955
weißes Glas . .	3,15	Hammeltalg . .	0,943
grünes . . .	2,666	Schweineschmalz .	0,954

El-

Elfenbein . . .	1,825	Scheidewasser .	1,3
Hirschhorn . .	1,875	Kuhmilch . . .	1,03
Perlen . . .	2,75	Urin	1,016
Hühnereier . .	1,09	Leinöl	0,932
Honig	1,45	Baumöl . . .	0,913
Wachs . . .	0,96	Rüböl . . .	0,853
Regenwasser.	1.	Vitriolöl . . .	1,7
Seewasser . .	1,03	Alkohol . . .	0,815
Brunnenwasser .	0,999	atmosphärische Luft	0,0015
Flußwasser . .	1,009		

Mittelst vorstehender Tafel findet man das Gewicht eines Kubikfußes eines Körpers, wenn man seine eigenthümliche Schwere, mit 66 (dem Gewicht des Regenwassers) multiplicirt.

Z. B. man will wissen, wie schwer 1 Kubikfuß geschlagene Platina sey? — In der Tafel ist ihr eigenthümliches Gewicht = 22,1, d. h. sie ist $22\frac{1}{10}$ mal schwerer, als Regenwasser, wovon 1 Kubikfuß 66 Pfund wiegt, folglich 66 . 22,1 = 1458,6 Pfund = Kubikfuß Platina.

Bei vielerlei Rechnungen ist es oft zu wissen nöthig, wie schwer 1 Kubikfuß eines Körpers sey, daher ist diese Tafel eine der nützlichsten.

§. 639. **Durch das Abwägen in Wasser zu erfahren, wie viel in einer Mischung zweier Metalle, z. B. Silber und Kupfer, von beiden enthalten sey.**

Das specifische Gewicht einer Mischung = M,
— — — des schwerern Metalls = A, seine Menge x;
— — — des leichtern Metalls = B, seine Menge z;

Gleichungen: $x : z = A . (M - B) : B . (A - M)$; und $x + z = M$, und daraus die Werthe gehörig abgesondert, giebt die

Formel: $\frac{A.M - A.B}{A - B}$, oder $\frac{(M - B) . A}{A - B} = x$,

wodurch das Verhältniß des schweren Metalls zum leichtern z gefunden wird.

Z. B.

Z. B. Es sey specifisches Gewicht des Silbers $= 11{,}09$; des Kupfers $= 8{,}33$; der Mischung $= 10{,}24$; so ist

$$\begin{aligned} x : z &= A\,.\,(M - B) &&: B\,.\,(A - M) \\ &= 1109\,.\,(1024 - 833 &&: 833\,.\,(1109 - 1024) \\ &= 1109\,.\,191 &&: 833\,.\,85 \\ &= 211819 &&: 70805, \text{ die fast wie } 3:1. \end{aligned}$$

Die Formel $\frac{(M-B).A}{A-B}$ giebt für $x = 767{,}46$, also muß $z = 256{,}54$ seyn, denn $1024 - 767{,}46 = 256{,}54$, welches auch fast wie $3:1$ ist. Die Mischung war daher 12löthig.

Wäre nun eine gewisse Quantität $= Q$ von der Mischung gegeben, so müßte $\frac{3Q}{4} =$ der Menge des schwerern Metalls, und $\frac{1}{4}Q$ der Menge des leichtern Metalls seyn.

§. 640. Ohne die Kenntniß der specifischen Schwere der Metalle aus den Verlusten, die sie im Wasser erleiden, zu finden, woraus eine Mischung bestehe.

Der Unterschied der Verluste bei gleicher Menge verhält sich zum Unterschied des kleinern Verlustes und des Verlustes der Mischung, wie die ganze Mischung, zum Antheil desjenigen Metalls, das im Wasser am meisten verliert.

Z. B. 37 ℔ Zinn verlieren im Wasser 5 ℔, und 23 ℔ Blei verlieren im Wasser 2 ℔; eine Mischung von Zinn und Blei, 120 ℔ schwer, verliert im Wasser 14 ℔. Wie viel Blei und Zinn ist in der Mischung?

37 : 5 = 120 ℔ : 16,216
23 : 2 = 120 — : 10,435

Unterschied der Verluste = 5,781 bei gleicher Menge.
Verlust der Mischung = 14
Vern st der leichtern Sorte = 10,435
Unterschied = 3,565

5,781 : 3,565 = 120 ℔ : 74 ℔ Zinn,
folglich 46 — Blei.

Als

Allgemein: Schwere der Mischung $= p$, Verlust im Wasser a ℔.

Das Metall A verliert auf p ℔ im Wasser b ℔.

Das Metall B verliert auf p ℔ im Wasser c ℔.

Formel: $\frac{(c-a) \cdot p}{c-b} = A$; und $\frac{(a-b) \cdot p}{c-b} = B$.

§. 641. Dinge, die specifisch schwerer sind, als Wasser, auf demselben schwimmend zu machen.

Man mache sie hohl, oder gebe ihnen eine solche Form, daß die von ihnen weggedrängte Wassermenge mehr wiegt, als sie wiegen. Es kommt dabei darauf an, die Menge Wasser zu finden, die mit dem schwerern Körper, der zum Schwimmen gebracht werden soll, gleichviel wiegt; die Gestalt des Körpers muß so viel Umfang erhalten, als die gleich schwere Wassermenge hat.

Formeln: $rm = p =$ dem Gewicht des Körpers;

$\frac{p}{m} = r =$ dem Raum oder Umfange mit der Höhlung.

$\frac{p}{r} = m =$ dem Gewicht von 1 Kubikfuß Wasser.

Z. B. 30 ℔ Metall sollen in Gestalt einer Kugel auf einer Flüssigkeit, wovon 1 Kubikfuß 64 ℔ wiegt, schwimmen. Man sucht den Raum r, den sie einnehmen muß.

$$r = \frac{p}{m} = \frac{30}{64} = \frac{15}{32} = 0{,}46875 \text{ Kubikfuß}$$
$$= 468{,}75 \text{ Kubikzoll.}$$

Verwandelt man 468,75 Kubikzoll in eine Kugel, so findet man nach §. 573 ihren Durchmesser $= 9{,}6395$ Zoll. Die Kugel muß demnach so weit hohl getrieben werden, bis ihr ganzer Diameter so viel beträgt.

Wäre eine solche Kugel nicht hohl, so würde sie 261,5625 ℔ wiegen, den Kubikfuß zu 558 ℔ gerechnet; sie

sie wiegt aber nur 30 ℔, folglich beträgt der hohle Raum so viel, als eine metallne Kugel, die 231,5625 ℔ wiegt. Diese letztere müßte 9,256 Zoll im Durchmesser haben.

Die hohle Kugel, deren Durchmesser = 9,6395 Zoll ist, schwimmt oder schwebt im Wasser, nicht auf demselben; soll letzteres geschehen, so muß sie noch etwas größer werden.

§. 642. Die Bestandtheile des reinen Wassers sind: 85 Theile Lebensluft und 15 Theile brennbarer Luft (dem Gewicht nach). Beide Luftmischungen durch electrische Funken entzündet, geben so viel Wasser, als die Mischung wog, weniger $\frac{1}{50}$.

Wasser wird durch das Gefrieren zu Eis und um $\frac{1}{10}$ größer oder ausgedehnter; wird es aber durch Hitze in Dampf verwandelt, so nimmt es einen 1700 bis 1800mal größern Raum ein, als im tropfbaren Zustande.

In 24 Stunden kann das Wasser, selbst bei der Kälte, den 5ten, ja sogar den 4ten Theil, an der Luft durch Ausdünstung verlieren.

III. Von der Luft und dem Barometer.

§. 643. Wir befinden uns auf dem Grunde einer höchst feinen, durchsichtigen, elastischen, zusammendrückbaren Flüssigkeit, die wir Luft nennen, und deren Höhe vielleicht nicht über 10 Meilen beträgt. Daß die obern Luftschichten auf die untern drücken, letztere daher dichter sind, beweisen vielfache Versuche. Auch in Absicht ihrer Höhe und Dichtigkeit erleidet die Luft vielerlei Veränderungen, wie der verschiedene Barometerstand bestätigt.

Luftleere Gefäße wiegen weniger, als mit Luft angefüllte; daher hat sie eine Schwere. Ein Kubikfuß Luft wiegt etwa 2 Loth.

§. 644. In einer oben verschlossenen und unten offenen Röhre AB Fig. 218. wird eine Wassersäule von 32 bis 33 Fuß bloß durch den Druck der Atmosphäre gegen B erhalten; indem der Raum AC durch das Herabsinken des Wassers luftleer wird, strebt die äußere Luft nach C, und hält der Wassersäule BC das Gleichgewicht. Ist die Röhre mit Quecksilber gefüllt, so bleibt es nur 28 Zoll hoch darin hängen; woraus folgt, daß die ganze auf BC drückende Luftsäule eben so viel wiegt, als eine Wassersäule von 32 bis 33 Fuß, oder als eine Quecksilbersäule von etwa 28 Zoll Höhe.

Daher muß Quecksilber 14 mal schwerer, als Wasser, und dieses wieder etwa 802 schwerer, als Luft seyn.

Auf die Oberfläche eines Menschen, von 10 □ Fuß, drückt die Atmosphäre mit einem Gewicht von 20480 ℔; denn eine Wassersäule von 10 □ Fuß Grundfläche und 32 Fuß Höhe ist der auf ihn drückenden Luftmasse gleich, die er aber nicht fühlt, weil ihre Wirkung von allen Seiten gleich ist.

§. 645. Der Druck der Luft muß abnehmen, je höher, und zunehmen, je tiefer man steht, denn die Luftsäule wird verkürzt und verlängert durch die Höhe oder Tiefe des Standpuncts.

Das bekannte Barometer dient als Messer der Luftsäulenlänge, welche dem Quecksilber in der Röhre das Gleichgewicht hält. Im Thale steht es höher, auf hohen Bergen tiefer. In der Röhre AB Fig. 219. wird die Quecksilbersäule BC durch den Druck, welchen die Öffnung unten an der bei B gekrümmten Röhre, der Atmosphäre verstattet, gehalten. Unter dem Ausdruck Barometerstand versteht man die Länge BC, von der Oberfläche des Quecksilbers in der Kugel bis zum Anfange des luftleeren Raumes in C. Beide Puncte B und C sind veränderlich. Denn gesetzt C sinkt um eine Linie, so steigt das Quecksilber in der Kugel um etwas; um nun den Punct B so viel als möglich beständig zu haben, macht man die Kugel recht weit, damit eine Vermehrung der Quecksilbermasse in der Kugel nicht die horizontale bB zu merklich verändere. Den Raum BA theilt man in Zolle und Linien (gemeiniglich in Pariser Maaß, weil die Deutschen sich über ein allgemeines Längenmaaß bisher nicht vereinigen konnten).

Anmerk: Das vollständigste Werk über Barometer und Thermometer hat J. F. Luz in seiner Beschreibung

bung aller bekannten Barometer und Thermometer ꝛc. Leipz. 1784. geliefert. Die Heberbarometer geben nur allein eine richtige Horizontalebene, und alle andere Gefäßbarometer müssen nach ihnen berichtigt werden, denn der leztern Horizontalebene liegt stets um einige Linien tiefer, als die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß, woran die Adhäsion schuld ist. — Gute Barometer müssen ausgekocht und so von aller Luft gereinigt werden. Dabei ist viel Vorsicht nöthig. — Es ist gut, wenn man bei jeder Beobachtung das Barometer etwas anstößt, um der Adhäsion entgegen zu wirken. — Das Leuchten der Barometerröhren im Dunkeln ist kein sicheres Kennzeichen ihrer Güte, und beweist, daß noch Luft in der Spitze vorhanden ist.

Steigt man mit dem Barometer 78 Fuß höher, so sinkt das Quecksilber um eine Linie. Die untern Luftschichten sind in ihrem eigenthümlichen Gewicht noch nicht sehr verschieden, aber je höher man steigt, desto schneller nimmt ihre Schwere ab. Diese Abnahme geschieht in einer geometrischen Progression.

§. 646. An der See ist der mittlere Barometerstand = 28 Zoll 1 Linie, und nach andern Beobachtungen = 28″ = 336 Linien Pariser Maaß. An jedem höher gelegenen Orte wird der mittlere Barometerstand weniger betragen. Wenn man denselben an zwei verschiedenen Orten genau beobachtet, so läßt sich berechnen, wie viel der eine Ort höher liegt, als der andere. Steht das Barometer z. B. an der See 336 Linien; und 78 Fuß über der See, nur 335 Linien hoch, so machen die Barometerhöhen für jede Zunahme von 78 Fuß Höhe des Standorts eine geometrische Progression aus, deren Exponent $\frac{335}{336}$ ist. Wenn man daher die Standhöhe = h aus der Barometerhöhe = b finden will, so muß man den Unterschied der Logarithmen der Barometerhöhen b und b′ durch die Zahl 0,0012945 dividiren, und den Quotienten durch 78 multipliciren. Diese Regel giebt das

1. Formular: $\frac{\log. b' - \log. b}{0{,}0012945} \cdot 78 = h =$ Höhe des Standorts.

(wobei

(wobei die Zahl 0,0012945 der Unterschied der Logarithmen der Zahlen 336 und 335, als des Exponenten der Progression ist.)

Oder wenn man die Höhe der Toisen, zu 6 Fuß, sucht.

2. Formular: $10000 \cdot (\log. b' - \log. b) = h$ in Toisen.

Z. B. es sey Barometerstand an der See

$= 336$ Linien $= b'$

zu Leipzig $= 328,6 \quad = b$

so ist $\log. 336 \quad = 2,5263393$

$\log. 328,6 = 2,5166676$

Unterschied $= 0,0096717$, multiplieirt mit 10000

giebt $= 96,717 \ldots\ldots$ Toisen $= h$

6

$580,302 =$ Fuß, oder 580 Fuß 3 Zoll über der See.

Sucht man aus der bekannten Erhöhung eines Orts die Barometerhöhe, so giebt sie folgendes

3. Formular: $\log. b' - \dfrac{h}{10000} = \log. b = \log.$ der Barometerhöhe.

Z. B. wenn die Werthe wie vorher genommen werden, so ist

$\log. b, = 2,5263393$

und $\dfrac{h}{10000} = \dfrac{96,7..}{10000} = 0,0096717$

$\log. b = 2,5166676$, wozu die Zahl 328,6 gehört, welche die gesuchte Barometerhöhe in Linien ist.

In Vega's Handbuche finde ich folgende

4. Formel: $24887 - 9856. \log. b = h =$ Standhöhe in Toisen über der See.

Und der Höhenunterschied zweier Orte, deren mittlere Barometerstände b' und b sind, wird durch die

5. Formel: $9856. (\log. b' - \log. b) = h$ in Pariser Toisen, oder fast
$10000. (\log. b' - \log. b) = h$ in Wiener Klaftern gefunden.
Man wähle von diesen Formeln.

§. 647. Um die mittlere Barometerhöhe eines Orts zu bestimmen, muß man ein in französische Zolle und Linien eingetheiltes Barometer lange Zeit, wenigstens einige Jahre, sorgfältig beobachten, und aus dem höchsten und tiefsten Stand des Quecksilbers den mittleren ableiten.

Z. B. Es war nach mehrjähriger Beobachtung

höchster Stand	$= 28'' \; 4'''$
tiefster Stand	$= 26 \quad 9$
Barometerveränderung	$= 1'' \; 7'''$
Hälfte	$= -'' \; 9''' \; 5$
zum tiefsten addirt = mittl. Stand	$= 27'' \; 6''' \; 5.$

Also ist b, oder der mittlere Barometerstand $= 330{,}5$ Linien, welcher bei der Rechnung zu nehmen ist.

Anmerk. Genauer ist das arithmetische Mittel aus allen Beobachtungen.

§. 648. Man hat Barometertafeln, in denen für jeden Barometerstand die Höhe des Standpunctes über der See angegeben ist. Allein

will man aus einer einzigen Beobachtung des Barometers den Höhenunterschied zweier Orte berechnen,

so muß die Verschiedenheit der Wärme an beiden Orten, wodurch die Quecksilbersäule auch verändert wird, mit in Anschlag kommen. Bei 80° Wärme bis zum Eispunct des Thermometers wird die Quecksilbersäule von $324'''$ im Barometer um $5\frac{1}{2}$ Linie verkürzt, wovon nur allein die Wärme die Ursache ist. Sind nun z. B. die Barometertafeln für 10° Wärme berechnet, und das Thermometer zeigte bei der Beobachtung 13° Wärme (also + 3 mehr), so ist die Verbesserung = c einer Barometerhöhe von $327'''$ folgendermaßen zu finden:

$$\begin{array}{r} 324 \\ 80 \\ \hline 25920 \end{array} : 5{,}5 = \begin{array}{r} 327''' \\ 3 \\ \hline 981 \end{array} \text{ und } \frac{981 \,.\, 5{,}5}{25920} = 0{,}2 \text{ Linien}$$

Verbesserung, um welche 3° Wärme die Queckſilberſäule verlängert hat. Und 327 — 0,2 = 326,8 Linien wahre Barometerhöhe, wozu dann die Höhe aus den Tafeln zu finden iſt. — Wäre die Wärme 7° geweſen, ſo müßte die Correction aus 3°, welche auch 0,2 Linien beträgt, zur Barometerhöhe addirt werden, um die wahre zu erhalten.

Formel für die Verbeſſerung: $\frac{b \,.\, t \,.\, 5{,}5}{25920} = c$,

wobei t den Unterſchied zwiſchen der beobachteten und derjenigen Wärme, für welche die Tafeln berechnet ſind; b den Barometerſtand bedeutet.

Die Höhe der meiſten Gebirge iſt mit dem Barometer gemeſſen, und ſeitdem man bequeme Reiſebarometer hat, iſt die Höhenmeſſung mit demſelben ein Lieblingsgeſchäft faſt aller Reiſenden. Wer ohne Logarithmen aus den beobachteten Barometerſtänden die Höhe eines Berges berechnen will, dem empfehlen wir ein ſehr ſchätzbares Werkchen:

M. v. Lori Tabellen zum Gebrauche bei Höhenmeſſungen mit dem Barometer ꝛc. Freiburg und Konſtanz, 1811. Preis 6 Gr.

E. Garthe Tabellen für bar. Höhenmeſſungen ꝛc. Gießen. 12 Gr.

§. 649. Die Ausdehnung der Luft von der Wärme ſoll, nach einigen Naturforſchern, vom Eißpunct bis zum Siedepunct $\frac{2}{5}$ ihres Volumens betragen.

Die Federkraft der Luft ſoll in verſchloſſenen Gefäßen beim Übergange von der völligen Trockenheit zur völligen Näſſe um $\frac{4}{761}$, und $\frac{1}{100}$ verſtärkt werden. Die Luft beſteht aus vielerlei Gasarten, die man einzeln gewogen hat. Das abſolute Gewicht eines Kubikzolles von

Atmo-

Atmosphärischer Luft = 0,46005 Gran franz. Med.
Lebensluft = 0,50695 Gewicht.
Stickgas = 0,44444
Brennbarem Gas = 0,03539
Salpetersaurem Gas = 0,54690
Ammoniakgas = 0,27488
Kohlensaurem Gas = 0,68985
Schwefelsaurem Gas = 1,03820.

Die leichteren Luftarten steigen in schwerern in die Höhe. Die brennbare Luft ist die leichteste, und daher zur Füllung der Luftbälle sehr geeignet.

IV. Vom Thermometer und dem Wärmestoff.

§. 650. Der Wärmestoff ist in der ganzen Natur verbreitet, theils gebunden, theils frei. Im freien Zustande wirkt er auf unser Gefühl, ist expansibel, unsichtbar, geschmack- und geruchlos, dem Gesetze der Verwandtschaft folgend, alles durchdringend, nach dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate des Abstandes vom Ursprunge sich ausbreitend, zurückstrahlend (z. B. durch Hohlspiegel), die Körper ausdehnend, trennend ꝛc.

§. 651. Auf der ausdehnenden Eigenschaft der Wärme beruht die Einrichtung des Thermometers oder Wärmemessers. Dies Instrument Fig. 220. besteht in einer oben verschlossenen, luftleeren, unten mit einer Kugel versehenen Glasröhre, die bis auf einen gewissen Punct mit Quecksilber oder Weingeist, welche Massen sich durch die Wärme sehr leicht und merklich ausdehnen, angefüllt wird.

Vorzüglich wichtig sind an demselben 2 Puncte S und E. An dem sogenannten Reaumürschen Thermometer, welches am häufigsten gebraucht wird, findet man den Punct E dadurch, daß man es in gefrierendes Wasser oder Schnee setzt, und den Punct bemerkt, auf welchen das Quecksilber herabsinkt. Man bezeichnet ihn mit Null und nennt ihn Eispunct. Ferner setzt man die

die Glasröhre in Wasser, bringt dies über dem Feuer zum Sieden, und bemerkt auch den Punct, auf welchen das Quecksilber steigt. Dieser Punct ist S und heißt **Siedepunct**.

Der Abstand beider Puncte E und S wird in 80 gleiche Theile getheilt, die man mit + bezeichnet und Wärmegrade nennt. Solche Grade werden auch unter E nach der Kugel hin getragen, mit — bezeichnet, und Kältegrade genannt.

Weil das Wasser nach Beschaffenheit der Schwere oder Leichtigkeit der Luft mehr oder weniger Hitze zum Sieden bedarf, so ist der Siedepunct am Thermometer etwas veränderlich. Man ist übereingekommen, den Siedepunct dahin zu setzen, wo das Quecksilber stehen bleibt, wenn das Wasser bei 27 Pariser Zoll, oder 324 Linien heftig kocht. Um bei jedem andern Barometerstand den richtigen Siedepunct zu treffen, dient folgende Tabelle, welche angiebt, wie viel Grade der Reaumürschen Scale der Siedepunct höher oder tiefer fällt, wenn das Barometer einen andern Stand hat:

Barometerhöhen.	Stand des Thermomet. in siedendem Wasser.	Unterschied.
336	80,78	— 0,78
333	80,59	0,59
330	80,40	0,40
327	80,20	0,20
324	80,	0,
321	79,80	+ 0,20
318	79,60	0,40
315	79,40	0,60
312	79,19	0,81

Anmerk. Nach de Lüc's Erfahrungen erfährt man durch die Formel $\frac{89,8 - 78}{324} = 0,03642$, wie viel durch 1 Linie Barometerhöhe, die mehr oder weniger als 27 Zoll beträgt, die Hitze des kochenden Wassers vermehrt oder vermindert werde. Nennt man die jedesmalige Barometerhöhe in Linien ausgedrückt = b, so kann die

Hitze

Hitze des in freier Luft kochenden Wassers, bei jeder vorkommenden Barometerhöhe durch die Formel:

$$78 + 0{,}03642\, b - \frac{9{,}8 \cdot 324\ (= 3175{,}2)}{b}$$ gefunden werden.

§. 652. Das Fahrenheitsche setzt Null dahin, wo am vorigen 14° Kälte steht, und theilt den Raum bis zum Siedepuncte in 212 Grade. Auch dieses Instrument ist häufig im Gebrauche.

Die Wärmegrade beider Thermometer verhalten sich zu einander, wie $80 : 212 - 14$, d. h. wie $4 : 9$, oder 4 Reaumürsche Grade machen 9 Fahrenheitsche. Will man daher die Angaben des einen in der Sprache des andern haben, so spricht man nach der

Formel: $4 : 9 = R : F - 32$. (denn $14° R = 32° F.$)
oder $9 : 4 = F : R + 14$, je nachdem man Fahrenheitsche oder Reaumürsche Grade sucht.

Z. B. Wie viel sind 190° Reaumür nach Fahrenheit?

$$\text{Hier ist } \frac{9R}{4} + 32 = \frac{9 \cdot 190}{4} + 32 = 427\tfrac{1}{2} + 32 = 459\tfrac{1}{2} = F.$$

Wie viel sind 550° Fahrenheit nach Reaumür?

$$\text{Hier ist } \frac{4F}{9} - 14 = \frac{4 \cdot 550}{9} - 14 = 244 - 14 = 230 = R.$$

Weil die Kältegrade das Minuszeichen erhalten, so ist R oder F eine Minusgröße in der Formel, und daher die Antwort auch verschieden. Z. B.

Wie viel betragen — 51 Fahrenheit nach Reaumür?

$$\frac{4 \cdot -51}{9} - 14 = -22\tfrac{2}{3} - 14 = -36\tfrac{2}{3} \text{ nach Reaumür.}$$

Wie viel betragen — 31 Reaumür nach Fahrenheit?

$$\frac{9 \cdot -31}{4} + 32 = -\frac{279}{4} + 32 = -69\tfrac{3}{4} + 32 = -37\tfrac{3}{4} \text{ Fahrenheit.}$$

Tafel

Tafel der Wärmegrade nach Fahrenheit und Reaumür.

	Fahrenheit	Reaumür		Fahrenheit	Reaumür.
Gefrierender Weingeist .	— 51	—37	Alkohol siedet	176	64
Gefrierendes Quecksilber	— 39	—31	Gemeiner Weingeist siedet . . .	180	66
Eis mit Salpetergeist .	— 39	—31	Rother Franzwein siedet	199	74
Halb Wasser u. rectificirter Weingeist gemischt gefriert	— 7	—17	Kuhmilch siedet	210	79
Schmelzender Schnee mit Salmiak .	0	— 14	Regenwasser siedet . .	212	80
Wein gefriert	+ 20	— 6	Meerwasser siedet . . .	218	82
Lämmerblut friert . .	25	— 3	$\frac{1}{4}$ Blei, $\frac{1}{8}$ Zinn, $\frac{1}{8}$ Wißmuth schmilzt	220	83
Weinessig friert	28	— 2	Schwefel ist geschmolzen .	244	94
Milch gefriert	30	— 1	Wißmuth und Zinn verm. schmilzt	283	111
Reines Wasser gefriert	32	0	Reines Zinn schmilzt .	420	172
Öl wird zähe u. undurchsichtig	38	+ 2	Wißmuth schmilzt .	460	190
Gemäßigte Wärme der Luft . . (Stubenwärme)	64	14	Blei schmilzt .	540	226
Butter schmilzt	88	25	Vitriolöl siedet	546	288
Schweinefett schmilzt .	98	29	Leinöl siedet .	600	252
Wärme des Bluts . .	100	31	Quecksilber siedet . . .	600	252
Gelbes Wachs schmilzt .	140	48	(nach andern Versuchen)	709	301
			Spießglaskönig mit Eisen und Zinn zugleich. Theilen schmilzt	635	268

Fah=

	Fahrenheit	Reaumür.		Fahrenheit	Reaumür.
Eisen leuchtet im Dunkeln	752	320	Feines Gold schmilzt .	5237	2313
Eisen glüht roth, bei Tage sichtbar	1077	465	Größte Schweißhitze des Eisens	13427	5951
Schwedisch Kupfer schmilzt	4587	2025	Größte Hitze einer Schmiedeesse . .	17327	7687
Feines Silber schmilzt .	4717	2082	Gußeisen schmilzt .	17977	7964

Anmerk. Das sogenannte Aneinanderschweißen der Metalle ist nur bei einem gewissen Hitzegrade möglich. Eine zu große Hitze hat ein Verschlacken zur Folge. Gußstahl an einander zu schweißen, wollte bisher nicht gelingen, es kann aber folgendermaßen bewerkstelligt werden:

Man füge die zu schweißenden Stahlstücke möglichst genau zusammen zwischen eine Zange, deren Backen ein wenig über dem Stahl hervorstehen. Auf die so entstandene Rinne lege man etwas von dem Lothe, womit das Kupfer gelöthet wird, und gebe dem Ganzen eine Hitze bis zum Blaßgelbglühen, so wird der Stahl sich reinigen (abhäuten) und anfangen über einander zu fließen, und sich so innigst verbinden, daß auf der geschweißten Stelle kein Bruch wieder erfolgt.

§. 654. Man hat 3 Gesetze der Temperaturveränderungen:

1. Der Wärmestoff wird beim Übergange vom Zustande der Vestigkeit zur Flüssigkeit gebunden; umgekehrt aber entbunden. Daher erzeugen krystallinische Salze im Wasser oder mit Schnee und Eis Kälte. Eine Vermischung von rauchender Salpetersäure und Schnee erzeugt eine Kälte von 32° Reaumür. Bei der Vermischung des Kalks mit Wasser wird letzteres vest, und erzeugt Wärme.
2. Der Wärmestoff wird gebunden, wenn tropfbare Flüssigkeiten in Dämpfe übergehen; frei, wenn sich

Dämpfe

Dämpfe zu tropfbaren oder vesten Körpern verdichten.

Ausdünstung erregt Kälte.

Kochendes Wasser nimmt im offenen Gefäße keine größere Wärme, als 80° R. an; alle übrige Wärme wird zur Bildung der Dämpfe verwandt.

Der Druck der Atmosphäre auf kochendes Wasser ist stark. Je niedriger das Barometer steht, desto leichter kocht das Waßer. Auf 14 Linien Barometerveränderung beträgt der Unterschied 1° am Thermometer. Im Luftleeren Raume kocht das Wasser schon bei 39° Wärme.

Wird Wasser zu Körpern geworfen, die mehr Wärme haben, als es anzunehmen fähig ist, so wird es mit Geräusch umhergeworfen, und augenblicklich in Dämpfe verwandelt.

3. Wärmestoff wird gebunden, wenn veste, oder tropfbare flüssige, oder dampfförmige Körper in Luftgestalt übergehen; umgekehrt wird er frei. (Siehe Klügel's Encyclopädie.)

§. 655. Das Verbrennen der Körper ist eine Zersetzung derjenigen Theile derselben, welche eine Verwandtschaft mit dem Wärmestoff (Oxygen) haben, und letzteren bei starker Erhitzung binden. Daher ist zum Brennen Luft nöthig.

Rauch besteht aus nicht völlig aufgelösten Theilen des Körpers.

Flamme ist glühender Rauch, und entsteht durch Zutritt des Lichtstoffs.

§. 656. Der Pyophor oder Luftzünder besteht aus ätzendem Gewächsalkali, Schwefel und Kohle. Diese werden durch Calcination von einem Theil feinen Kohlenpulvers und 5 Theilen gebrannten Alauns mit einander verbunden. Das Alkali zieht Flüssigkeit aus der Luft an und erhitzt sich, wodurch der Schwefel entzündet wird.

Schießpulver besteht größtentheils aus Salpeter, etwas Kohlen und Schwefel. Im Salpeter ist viel gebundener Wärmestoff.

Knallpulver ist eine Mischung von $\frac{3}{6}$ Salpeter, $\frac{2}{6}$ trocknem Gewächsalkali und $\frac{1}{6}$ Schwefel.

Knall-

Knallgold besteht aus Goldoxyd (Metall und Oxygen) und aus Ammoniak (Azote und Hydrogen). Durch Erhitzung über Kohlenfeuer, oder nur durch Reiben entzündet es sich selbst, und ist in seiner Wirkung entsetzlich.

Knallsilber ist in seiner Wirkung noch gefährlicher. Es besteht aus Silberoxyd und sehr reinem ätzenden Ammoniak. Es entzündet sich schon durch bloße Erschütterung.

§. 657. Entzündung wird auf mancherlei Art hervorgebracht. Z. B. Schnellgepreßte Luft zündet Schwamm an. Plötzliche und starke Ausdehnung der Luft erzeugt Kälte. Ein Luftstrom der Windbüchse macht das Thermometer um einige Grad sinken.

Schmelzen erfolgt, wenn die Wärme größer ist, als der Zusammenhang der Theile eines Körpers.

§. 658. Die Wärme dehnt von dem Eispunct zum Siedepunct des Wassers und bei $27\frac{1}{2}$ Pariser Zoll Barometerstand folgende Körper aus:

Quecksilber	um	0,01850 seines Raums
		0,01680
Wasser	—	0,04517
Weingeist	—	0,087
Leinöl	—	0,072
Glas	—	0,00083
Gold	—	0,00094
Blei	—	0,00286
Zinn	—	0,00248
Messing	—	0,00193
Kupfer	—	0,00170
Stahl	—	0,00122
Eisen	—	0,00125
Silber	—	0,00189

§. 659. Über die Wärme leitende Kraft der Körper hat man folgende kleine Tabelle:

Die des Wassers	= 1,	die des Kupfers	= 0,97
— — Bleies	= 2,5	— — Eisens	= 0,02
— — Messings	= 1,02	— — Zinns	= 1,67.

V. Vom Licht.

§. 660. Der Lichtstoff ist eine feine, elastische, unwägbare, sehr verbreitete, oft gebundene, meist freie Materie, die auf alle Naturdinge wesentlich wirkt, und gesunden Augen das Sehen gewährt. Seine Gegenwart ist Helligkeit, seine Abwesenheit Finsterniß. Er ist auch da vorhanden, wohin kein Tageslicht dringt. Viele Thiere sehen im Finstern.

Seine Geschwindigkeit ist erstaunlich groß. Aus der Verfinsterung der Jupiterstrabanten weiß man, daß das Licht in 8 Minuten $7\frac{1}{2}$ Sekunde einen Weg von 20 Millionen Meilen, in 1 Sekunde aber 40000 Meilen zurücklegt; 976000mal schneller, als der Schall; $1\frac{1}{2}$ Millionen mal schneller, als eine Kanonenkugel, und 10310 mal schneller, als die Bewegung der Erde ist.

§. 661. Die Bewegung den Lichts ist stets geradlinicht. — Millionen Lichtstrahlen gehen durch einen Nadelstich. Ein leuchtender Punct zersplittert seine Strahlen nach allen möglichen Richtungen in unendlicher Anzahl.

Die Lehre vom gerade fortgehenden Licht heißt Optik. Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte auf die Ebenen ab und df Fig. 221. (welche von c aus unter gleichen Winkeln erscheinen) fallen, erleuchten die entferntere weniger, als die nähere. Denn es fallen zwar auf ab eben so viel Strahlen, als auf df, allein sie liegen auf ab zerstreuter. Jeder Punct auf der nähern df erhält daher mehr Licht, als ein Punct auf der ferneren ab. Zieht man mit cd, und darauf mit ca Kreise, so verhalten sich diese Kreisflächen, wie die Quadrate der Halbmesser; und weil die Erleuchtung auf dem fernern Körper schwächer, als auf dem nähern, so gilt $cd^2 : ca^2 = E : e$, wo E die Lichtstärke auf ab, und e die auf df bezeichnet. Folglich haben wir die

Formel: $\frac{cd^2 \cdot e}{ca^2} = E =$ der Erleuchtung auf ab,

$\frac{ca^2 \cdot E}{cd^2} = e =$ der Erleuchtung auf df.

Z. B. es sey $cd = 3$; $ca = 4$, so ist $E = \frac{3^2 \cdot 1}{4^2}$ $= \frac{9}{16} =$ der Erleuchtung auf ab, wenn die auf $df = 1$ gesetzt wird.

Die Stärke der Erleuchtung auf jeder Fläche verhält sich umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernung vom leuchtenden Punct. Eine 3mal größere Entfernung erlaubt eine $3 \cdot 3 = 9$ mal schwächere Erleuchtung.

§. 662. Eine schiefe Ebene ab Fig. 222. erhält vom leuchtenden Punct c nur so viel Licht, als das Perpendikel bd, das doch beträchtlich kleiner ist. Man kann db als den Sinus des Winkels acb ansehen, unter welchem von c aus die Ebene ab erscheint. Folglich hängt die Stärke der Erleuchtung vom Sinus des Winkels acb, unter welchem ab erscheint, ab.

Daher erwärmen die Lichtstrahlen im Winter und überhaupt bei niedriger Sonnenhöhe nur wenig.

§. 663. Gleich große Gegenstände ba und ed Fig. 223. erscheinen bei verschiedenen Entfernungen unter verschiedenen Sehewinkeln acb und dce.

Ist der Winkel, unter welchem ein erleuchteter Körper erscheint, kleiner, als eine Minute, so ist er nicht mehr mit bloßem Auge wahrzunehmen; leuchtende Körper sind aber bei einem Winkel unter 1 Sekunde noch sichtbar.

Im $\triangle$ abc ist bei b ein rechter Winkel; ist nun der Sehewinkel acb und die Entfernung bc bekannt, so läßt sich die Größe ab finden, denn Cosin. c : bc = Sin. c : ba; oder noch kürzer Sin. tot. : bc = Tang. c : ab; daher die

Formeln: $\frac{ab}{\text{Tang. } c} = bc =$ dem Abstande des Gegenstandes.

$bc \cdot \text{Tang. } c = ab =$ der Größe des Gegenstandes.

$\frac{ab}{bc} = \text{Tang. } c =$ der Tangente des Gesichtswinkels.

Eben

Eben so können die Werthe im $\triangle$ dce gefunden werden.

Der Sehewinkel nimmt mit der Entfernung ab; und ist daher 1= 2= 3mal kleiner, wenn der Gegenstand 1= 2= 3mal entfernter ist.

§. 664. Zwei Körper E und B Fig. 227. bewegen sich von E nach G, und von B nach C in gleicher Zeit gleich weit, während ein Auge in O ruht. Ihre wahren Geschwindigkeiten sind gleich, oder verhalten sich wie EG zu BC; aber ihre Winkelgeschwindigkeiten EOG und BOC sind ungleich, und der nähere B scheint einen größern Weg zurückgelegt zu haben, weil < BOC größer ist, als < EOG. Die scheinbaren Geschwindigkeiten hängen also von den Winkeln EOG und BOC ab.

Formel: $BO : EO = \text{Tang. } EOG : \text{Tang. } BOC.$

Vergleicht man die Wege dh und EG, die in gleichen Zeiten gleiche Winkel machen, so gilt die

Formel: $Od : dh = OE : EG.$

Und wenn Winkel und Entfernungen verschieden sind:

Formel: $\frac{Od}{dh} : \frac{BC}{BO} = \text{Tang. } dOh : \text{Tang. } BOC.$

§. 665. Man will finden, wie groß das leuchtende und erleuchtete Stück des Abstandes zweier Kugeln ist, von denen eine leuchtend, und der Halbmesser einer jeden gegeben ist. Fig. 224.

Aufl. In dem bekannten Abstande = a beschreibe mit den gegebenen Halbmessern p und q die Halbkugeln HCF und GDK; dann ziehe an die äußersten Puncte C, D eine Tangente LE, welche die AE in E durchschneiden wird. Ist nun die große Kugel leuchtend, so ist FC die Hälfte der leuchtenden Fläche, und GD die Hälfte der erleuchteten Fläche auf der kleinen Kugel in Graden.

Der $< CAF = 180° - < GBD = 90° - < ABN.$ Die BN ist parallel mit CD und auf AC senkrecht. Daher ist $AN = AC - BD = p - q$; und

$$AN : AB = AC : AE$$
$$= p - q : a = p : AE$$

Also ist $\frac{a \cdot p}{p - q} = AE =$ Länge des Abstandes des Schattenkegelendpuncts vom leuchtenden Körper.

Formel: $\frac{a \cdot p}{p - q} - a = BE$, oder $= \frac{a \cdot q}{p - q} = BE$ $\Big\}$ = der Länge des Schattenkegels vom Centro des dunkeln Körpers gerechnet.

Den Winkel ABN findet man

$$AB : \text{Sin. tot.} = AN : \text{Sin. } ABN$$
$$= a : \text{Sin. tot.} = p - q : \text{Sin.} < ABN.$$

Formel: $\text{Sin. } ABN = \frac{\text{Sin. tot.} \cdot (p - q)}{a}$;

und also ist $\frac{p - q}{a} + 90^\circ = GBD =$ der Hälfte des erleuchteten Theils;

und $90^\circ - \frac{p - q}{a} = FAC =$ der Hälfte des leuchtenden Theils.

Z. B. Der Abstand der Erde von der Sonne sey $= a = 22000$

der Sonne Halbmesser $= p = 100$

der Erde Halbmesser $= q = 1.$

Hier ist $p - q = 100 - 1 = 99$; der Winkel ABN so zu finden:

$$\log. 99 = 1,9956352 + 10$$
$$\log. 22000 = 4,3424227$$
$$\log. \text{Sin. } ABN = 7,6532125 = 15' 28''.$$

Hier ist $90^\circ - 15' 28'' = 89^\circ 44' 32''$, und doppelt $= 179^\circ 29' 4'' =$ demjenigen Theil der Sonne, welcher der Erde leuchtet; und $90^\circ 15' 28''$ doppelt $= 180^\circ 30' 56'' =$ dem von der Sonne erleuchteten Theil der Erdoberfläche.

Der Erdschatten reicht $\frac{a \cdot q}{p - q} = \frac{22000}{99} = 222\frac{22}{99} = BE.$

§. 666.

§. 666. Aus der Sonnenhöhe und Schattenlänge eines Körpers seine Höhe zu finden.

Aufl. Es stehe die Sonne in L Fig. 225., der Schatten des Gegenstandes TS falle in v, so ist $< m$ = der Sonnenhöhe, Tv die Schattenlänge, beides bekannt; man sucht TS.

Geometrisch. Trage Tv verjüngt auf das Papier, setze in v den Winkel m daran, und errichte in T ein Perpendikel, welches den Schenkel vL in S durchschneiden, und die verlangte Höhe verjüngt darstellen wird.

Arithmetisch. Setze einen Stab ab von bekannter Höhe senkrecht so, daß sein Schatten mit dem der Höhe TS in v zusammen fällt, und schließe: $va : ab = vT : TS$. Oder überhaupt gilt: die Schattenlänge des Stabes verhält sich zur Höhe des Stabes, wie die Schattenlänge des Gegenstandes zur Höhe desselben.

Trigonometrisch.

Formel: $\text{Sin. tot.} : Tv = \text{Tang. } m : TS$.

Also ist $Tv \cdot \text{Tang. } m = TS$ = Höhe des Körpers.

$$\frac{TS}{\text{Tang. } m} = Tv = \text{der Länge des Schattens.}$$

$$\frac{TS}{Tv} = \text{Tang. } m = \text{Tangente der Sonnenhöhe.}$$

Es sey

$< m = 27°$, u. log. Tang. $27° = 9{,}7071659$

Länge d. Schat. $Tv = 10'$, log. $10 = 1$

so ist log. $TS = \cancel{1}0{,}7071659 = 5{,}0952 = TS$.

§. 667. Den Halbschatten Vv zu finden.

Der leuchtende Körper Ll Fig. 226. leuchtet mit seinen äußersten Puncten L in V, und l in v; Vz wird nur von dem halben Ll erleuchtet. Der Schatten Vv wird immer lichter, bis er in v ganz verschwindet, aber TV heißt Kernschatten, weil wegen der Undurchsichtigkeit des Körpers TS daselbst gar kein Licht hinkommt. Der Punct L ist um den Durchmesser $lL = < lSL$ höher, als l. Der Winkel $x = < m - < y$.

Formel: Tang. x : TS = Sin. tot. : Tv; und Vv = Tv — TV. (Siehe §. 666.)

§. 668. Katoptrik, oder Lehre von der Zurückwerfung der Lichtstrahlen.

Eine recht glatt polirte Ebene FL Fig. 228. wirft die auf sie fallenden Lichtstrahlen AC meistentheils zurück. Der Winkel m, den ein Strahl AC mit der Fläche FC macht, heißt Einfallswinkel; er ist dem Zurückstrahlungswinkel (Reflexionswinkel) n gleich. Der Strahl AC scheint für ein Auge in B aus a C zu kommen.

Eine rauhe Ebene wirft darum die Lichtstrahlen nicht so, wie sie dieselben empfängt, zurück, und macht keine Bilder, weil sie aus vielen kleinen unregelmäßig gelegten Ebenen besteht, von denen jede den Strahl AC nach ganz andern Puncten bringt.

Wäre ein Glasspiegel eine vollkommene Ebene, se müßte er unsichtbar seyn und kein Licht seitwärts senden; allein unser Schleifen nimmt nur die größten Unebenheiten weg.

Der Ort, wo man im Planspiegel das Bild sieht, liegt eben so weit hinter demselben, als das Object vor demselben. CA = Ca; wenn in A das Object ist, so erscheint in a sein Bild.

669. Im Planspiegel ist das Bild dem Objecte vollkommen gleich, aber die rechte Seite wird zur linken, und umgekehrt.

Ein Planspiegel muß wenigstens halb so groß seyn, als eine Person, die sich ganz darin sehen will. Denn es sey ab Fig. 229. ein Planspiegel, ef eine Person, in o ihr Auge; cd das Bild derselben, so gilt cd : hk = co : ho. Aber co : ho = 2 : 1 = $\frac{1}{2}$, also ist auch cd : hk = 2 : 1, d. i. hk = $\frac{1}{2}$ cd.

In einem geraden horizontalen Spiegel ab Fig. 230. spiegeln sich senkrechte Gegenstände bz umgekehrt wie bx ab, weil ihm die untern Theile näher sind, als die obern.

Bei einer Stellung von 45° erscheint in dem ebenen Spiegel alles Liegende stehend, alles Stehende liegend. Fig. 231.

In 2 Planspiegeln, die unter einem einwärtsliegenden Winkel gegen einander gestellt sind, erscheint ein Gegenstand vervielfältigt. Die Zahl der Vervielfältigung findet man, wenn man den Neigungswinkel n in 360 dividirt, und vom Quotienten 1 abzieht.

Formel: $\frac{360}{n} - 1 =$ der Anzahl der Vervielfältigung.

Z. B. es sey der Spiegel $12^\circ = n$ geneigt, so ist $\frac{360}{12} - 1 = 30 - 1 = 29$ mal der Gegenstand vervielfältigt.

§. 670. Wird mit dem Radius AL der Bogen Hh beschrieben, und derselbe um AL, wie um eine Axe, gedreht, so entsteht ein Stück einer hohlen Kugel HqAph; und wird ihre hohle innere Fläche polirt, so bekommt man einen Hohlspiegel. Fig. 232.

Die auf ihn, mit der Axe AX parallel einfallenden Strahlen Sq und Sp werden auch hier so gebrochen, daß $\angle m = \angle n$, und also in b ein Sammelplatz derselben entsteht, welcher Brennpunct, Brennraum heißt, und da auf der Axe liegt, wo $Ab = bL$ oder $\frac{1}{2}$ Radius ist.

Ist der leuchtende Punct nicht unendlich entfernt, so fallen seine Strahlen nicht parallel auf den Spiegel, und werden nicht im Brennpuncte, sondern in einem andern Puncte v vereinigt, wo sie ein Bild machen. Wenn x ein nicht sehr entfernter Punct auf der Axe ist, so gilt die Proportion $\left.\begin{array}{l} Xb : bA = XA : Av \\ a : b = A : B \end{array}\right\}$. Also die

Formel: $\frac{A \cdot b}{a} = B =$ dem Abstande des Bildes vom Spiegel.

$\frac{B \cdot a}{A} = b =$ dem Abstande des Brennpuncts vom Spiegel.

$\frac{B \cdot a}{b} = A =$ dem Abstande des leuchtenden Punctes vom Spiegel.

$\frac{A \cdot b}{B} = a =$ dem Abstande des leuchtenden Punctes vom Brennpunct.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Z. B. Es sey der Radius $= 100$, also die Brennweite $b = 50$; der Abstand des leuchtenden Punctes vom Spiegel $= A = 200$, so ist $a = 200 - 50 = 150$; und nach der ersten Formel ist $\frac{A \cdot b}{a} = \frac{200 \cdot 50}{150} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$ $=$ dem Abstande des Bildes vom Spiegel.

Lichtstrahlen, die auseinander gehen, heißen divergirend; die aber zusammen kommen, convergirend.

Fallen convergirende Strahlen, wie Zp, auf den Hohlspiegel, so werden sie noch innerhalb des Brennpuncts in u vereinigt.

Wenn der leuchtende Punct X in dem Centro L ist, so ist auch sein Bild daselbst, denn alsdann ist in der Formel $a = b$, folglich auch $A = B$. Rückt X zwischen L und b, so ist sein Bild weiter vom Spiegel, als L, und kommt X in den Brennpunct, so ist sein Bild unendlich weit entfernt, denn a ist dann $=$ Null, und der Bruch $\frac{A \cdot b}{a} = \frac{A \cdot b}{o} =$ unendlichen Größe. Bisher war das Bild auf der Axe und verkehrt.

Rückt aber X noch näher an den Spiegel, als der Brennpunct, so wird a negativ, folglich auch B, und das Bild erscheint hinter dem Spiegel, aufrecht und vergrößert.

(Um den Weg, welchen ein Lichtstrahl nach der Reflexion nimmt, zu zeichnen, ziehe man an den Berührungspunct eine Tangente, an welche sich die Winkel m und n bequem zeichnen lassen).

§. 671. **Ein erhabener Spiegel** Hh Fig. 233. ist es, wenn die erhabene Seite der Kugelfläche spiegelnd wird. Der mit der Axe parallele Lichtstrahl Sq wird von q nach v zurückgeworfen, und scheint aus b zu kommen, welches der **eingebildete Brennpunct** heißt, und wie beim Hohlspiegel $\frac{1}{2}$ Radius, jedoch hinter der Spiegelfläche liegt. Da die Winkel m und n stets einander gleich seyn müssen, so wird sich auch für jede Lage des leuchtenden Puncts s seine Zurückstrahlung und scheinbarer Bildpunct bestimmen lassen.

Erhabene Spiegel verkleinern die Gegenstände und stellen sie aufrecht vor.

Wer

Wer weiß, wie Plan- Hohl- und erhabene Spiegel wirken, wird sich die Erscheinungen an Cylinder-, Kegel-Spiegeln rc. erklären können.

§. 672. Die Kugelspiegel geben nur dann deutliche Bilder, wenn sie wenige Grade ausmachen. Parabolische Spiegel aber geben jederzeit sehr deutliche Bilder, und werden daher jetzt mit Recht vorgezogen.

Weil bei den Glasspiegeln sowol die belegte, als unbelegte Seite die Lichtstrahlen zurücksendet, und dadurch leicht Verwirrung entsteht, so sind sie nicht so brauchbar, als die Metallspiegel, welche diesen Fehler nicht haben.

Die beste Spiegelmasse soll aus 2 Theilen Kupfer, 1 Theil Zinn und etwas Arsenik; oder 35 Theilen Rothkupfer, 15 Theilen Zinn, 1 Theil Silber, 1 Theil Arsenik und 1 Theil Messing bestehen. Leider ist sie dem Anlaufen sehr unterworfen; die Spiegel aus Platina, welche diesen Fehler nicht haben, sind zu kostbar.

Die Hohlspiegel sind die nutzbarsten, und von Herschel zu einer hohen Vollkommenheit gebracht; seine Telescope, in welchen die parabolischen Hohlspiegel herrliche Wirkung thun, haben ihn unsterblich gemacht.

§. 673. Dioptrik, oder Lehre von der Brechung der Lichtstrahlen.

Wenn die Lichtstrahlen aus einer dünnen in eine dichtere Masse, oder umgekehrt, aus der dichteren in die dünnere übergehen, so werden sie beim Eintritt in das neue Mittel gebrochen.

Der Strahl SC Fig. 234. gehe bei C aus der Luft in ein dichteres Mittel z. B. in Wasser, oder Glas, so wird er nicht in gerader Linie nach T, sondern nach V gehen; tritt er bei V wieder in die Luft, so nimmt er seinen Weg nach Q, nicht nach Z, und wird mit CT parallel.

Diejenige Fläche, wo zweierlei Mittel an einander gränzen, heißt die brechende Fläche; ein Perpendikel CD das Neigungsloth des einfallenden Strahls; der Winkel TCD Neigungswinkel; der Winkel VCD der gebrochene; und $<$ TCV der Brechungswinkel.

Der Strahl SC wird dem Perpendikel zugebrochen, wenn er aus der Luft in Wasser oder ein anderes dichteres

Mit-

Mittel fährt; so daß (beim Wasser) der Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen Winkels beinahe das Verhältniß, wie 4 : 3; bei Glas aber das Verhältniß wie 3 : 2 hat.

§. 674. **Die Lage des gebrochenen Strahls zu finden, wenn der Neigungswinkel und die Masse bekannt sind.**

Aufl. Geometrisch. Aus dem Puncte C beschreibe mit beliebigem Halbmesser einen Kreisbogen von 90°, worin CD Fig. 235. das Neigungsloth, und $<$ TCD den Neigungswinkel, Tt seinen Sinus vorstellt. Man mache tu $= \frac{2}{3}$ Tt (wenn das Brechungsmittel Glas ist), und ziehe uV mit CD parallel, so wird V der Punct seyn, wohin der Strahl SC gebrochen wird. Denn Vv $=$ ut $= \frac{2}{3}$ Tt.

Trigonometrisch. Ziehe Logarithmen $\frac{3}{2}$ vom Logarithmen Sin. TCD ab, so ergiebt sich Logarithme Sin. VCD.

Formel: log. Sin. TCD — log. $\frac{3}{2}$ = log. Sin. VCD.

Z. B. es sey der Neigungswinkel des Strahls SC, oder $<$ TCD $= 70°$, so ist

$$\begin{aligned} \log. \text{Sin. } 70° &= 9{,}9729858 \\ \log. \tfrac{3}{2} &= 0{,}1760912 \\ \hline \log. \text{Sin. VCD} &= 9{,}7968946 = 38° \, 47'. \end{aligned}$$

Wenn das Brechungsmittel Wasser ist, so wird anstatt $\frac{3}{2}$ der Bruch $\frac{4}{3}$ genommen.

§. 675. Man hat die Eigenschaft der Lichtstrahlenbrechung auf mannigfache Weise zu benutzen gewußt, und hauptsächlich dem Glase allerlei Formen gegeben, um bestimmte Zwecke zu erreichen. In der 236sten Figur sind 6 Arten optischer Gläser vorgestellt.

No. 1 ist auf beiden Seiten erhaben, doppelt convex;
No. 2 nur auf einer Seite erhaben, plan=convex;
No. 3 auf beiden Seiten hohl, concav=concav, doppelt hohl;
No. 4 ist auf einer Seite erhaben, auf der andern hohl, aber die erhabene Seite hat einen kürzern Radius; Menisk.

No. 5

No. 5 ist wie No. 4, aber die hohle Seite hat den kürzesten Radius, concav-convex;

No. 6 ist auf der einen Seite plan oder eben, und auf der andern hohl, plan-concav.

Man kann diese Glasstücke als Kugelsegmente ansehen. Wenn parallele Lichtstrahlen auf eine Glaskugel fallen, so werden sie bei ihrem Durchgange so gebrochen, daß sie sich hinter der Kugel in einem Abstande = $\frac{1}{2}$ Radius vereinigen. Die Entfernung des Vereinigungspunctes von der Kugel heißt Brennweite, welche vom Halbmesser derselben Kugel abhängig ist. Nummer 1, 2 und 4 sammeln oder brechen die mit der Axe parallel einfallenden Lichtstrahlen in einem Punct, der der Brennpunct heißt, und machen daselbst ein Bild von dem sehr weit oder unendlich entfernten Gegenstande, und werden daher Sammel- oder Collectivgläser, erhabene Gläser genannt. Die übrigen Gläser No. 3, 5, 6 sind in der Mitte dünner, als an den Seiten, brechen parallel einfallende Lichtstrahlen aus einander, und heißen Zerstreuungsgläser. Erstere haben eine linsenförmige Gestalt, und heißen auch oft Linsen.

§. 676. Den Weg zu finden, den ein schief auffallender Strahl DP Fig. 237., nach der Brechung durch ein erhabenes Glas nimmt.

Beschreibe aus den Mittelpuncten K und C mit den gegebenen Halbmessern der beiden Glasoberflächen die Zirkelbogen MBN und MAN, welche das Glas selbst darstellen, und fälle aus C und K die Perpendikel CP und KQ auf die Puncte, wo der Strahl DP auf das Glas fällt und aus demselben geht. Der Strahl DP würde nach V gehen, wenn er nicht im Glase dem Perpendikel CP zugebrochen würde. Er wird nach Q gehen, und da, wo er wieder in die Luft tritt, vom Perpendikel KQ abwärts nach F hin fahren und die Axe in F schneiden. Sein Weg ist also DPQF. Die Winkel VPQ und TQF sind nach §. 674. zu finden.

§. 677. Die Brennweite erhabener Gläser zu finden.

For-

Formel: $\frac{2 . R . r}{R + r} = b =$ Abstand des Brennpuncts vom Glase.

Hierbei ist $R =$ Radius der Vorder- und r Radius der Hinterfläche.

Wenn $R = r$, oder das Glas auf beiden Seiten gleichviel erhaben ist, so ist $b = \frac{2R^2}{2R} = R$, d. h. die Brennweite ist dem Radius gleich.

Formel für No. 2; $b = 2R$, denn der Radius der planen Seite ist als unendlich anzusehen.

Formel für das Menisk No. 4. (Hier ist der Radius der hohlen Fläche negativ, also $r = -r$)

also $b = \frac{2 . R . -r}{R - r} = \frac{-2 . R . r}{-(R-r)}$.

Es sey $R = 4''$; $r = 6''$; so ist $\frac{2 . 4 . -6}{4 - 6} = \frac{-48}{-2}$ $= 24$ Zoll Brennweite; und es ist in Absicht der Brennweite gleich, welche Seite dem Gegenstand zugekehrt ist.

§. 678. Die Brennweite der Zerstreuungsgläser (Hohlgläser) zu finden.

Formel: $\frac{-2R . -r}{-R - r} = \frac{+2R . r}{-(R+r)} = -b$, also b negativ, d. h. b fällt nicht hinter, sondern vor das Glas, und ist nicht wirklich, sondern nur eingebildet, eigentlich Zerstreuungspunct. Denn die Parallelstrahlen SQ Fig. 238. werden von der Axe abwärts nach V hingebrochen, und scheinen aus b (dem Zerstreuungspuncte) zu kommen. Ist das Glas auf beiden Seiten gleich viel hohl, so ist die Zerstreuungsweite $=$ dem Halbmesser No. 3.

Formel für No. 5: Hier ist $\frac{-2R . r}{r - R}$ oder $\frac{-2rR}{R-r}$ $= -b$. Und

Formel für No. 6: Hier ist $2R = -b$, also ebenfalls ein Zerstreuungspunct.

Anmerk.

Anmerk. Die Brennweiten erhabener Gläser kann man auch dadurch finden, daß man sie in die Sonnenstrahlen hält, und rückwärts das Sonnenbild mit einer ebenen Fläche auffängt, darauf den Abstand der Fläche vom Glase mißt. Diejenige Weite, in welcher das Sonnenbild am kleinsten erscheint, ist die richtigste. — Hält man ein solches Glas in der Entfernung der Brennweite vor eine weiße Wand, so erscheinen auf derselben die verkehrten Bilder sehr entlegener Gegenstände. Bei nahen Gegenständen muß man das Glas ein wenig weiter von der Wand zurück halten.

§. 679. Diejenigen Gläser, welche wirkliche Brennpuncte haben, sammeln nur die mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau im Brennpunct. Die Strahlen, die nicht mit der Axe parallel kommen, werden nicht im Brennpuncte, sondern allemal hinter demselben, wenn sie divergirend, und vor demselben (zwischen dem Brennpunct und dem Glase), wenn sie convergirend auf das Glas fallen, vereinigt. Der Ort, wo diese Vereinigung geschieht, heißt der Bildpunct. Sein Abstand vom Glase ist um so größer, je näher der Gegenstand, von welchem die Strahlen kommen, dem Glase ist. Befindet sich der Gegenstand im Brennpunct, so werden seine Strahlen jenseits des Glases der Axe parallel, also nicht vereinigt; befindet er sich innerhalb der Brennweite, so werden seine Strahlen durch das Glas zerstreut.

Den Abstand des Bildpuncts vom Glase giebt die

Formel: $\frac{d \cdot b}{d - b} = a =$ Abstand des Bildpuncts.

wobei $d =$ Entfernung des Gegenstandes, $b =$ Brennweite ist.

Z. B. es sey die Brennweite $b = 10$ Zoll, der Abstand des Gegenstandes vom Glase $d = 50$ Zoll, so ist der Ort des Bildes $\frac{50 \cdot 10}{50 - 10} = \frac{500}{40} = 12{,}5$.

Formel: $\frac{a \cdot d}{d + a} = b =$ Brennweite, wenn die

Ent-

Entfernung d, und Bildpunct a, vom Glase bekannt sind.

Z. B. Es sey, wie vorher, d = 50; a = 12,5, so ist $\frac{12,5 \,.\, 50}{50 + 12,5} = \frac{625}{62,5} = 10 = b =$ Brennweite.

§. 680. Aus der Brennweite und dem Abstande des Bildes vom Glase die Entfernung d eines Gegenstandes zu finden.

Formel: $\frac{a \,.\, b}{a - b} = d =$ Entfernung des Gegenstandes vom Glase.

Z. B. Wenn auch hier a = 12,5 gefunden, b = 10 wäre, so müßte $\frac{12,5 \,.\, 10}{12,5 - 10} = \frac{125}{2,5} = 50$ seyn.

Wenn der Unterschied zwischen dem Bild- und Brennpunct sehr genau beobachtet werden könnte, und, besonders bei großen Entfernungen, nicht so erstaunlich unbedeutend wäre, so gäbe eine erhabene Glaslinse den allerbequemsten Entfernungsmesser, mit dem sich jeder Abstand aus einem einzigen Standpunct sogleich finden ließe. Indessen hat schon Brander ein Instrument dieser Art angegeben, mit welchem kleine Entfernungen von einigen hundert Fuß ziemlich genau gefunden werden können.

§. 681. Die Größe des Bildes hängt vom Abstande des Objects vom Glase, und dem Abstande des Bildes = a hauptsächlich ab.

Es sey Fig. 239. RP das Object; rp sein verkehrtes Bild hinter dem Glase A; so geht der Strahl Pp durch die Mitte des Glases ohne Brechung und bestimmt den Punct p, also die Größe des Bildes; Qq geht durch die Axe ebenfalls ohne Brechung. In den ähnlichen Dreiecken AQP und Aqp gilt die Porportion:

$$QP : qp = QA : Aq$$

in Zeichen $G : g = d : a$, woraus sich ergiebt die

Formel: $\frac{G \,.\, a}{d} = g =$ Größe des Bildes.

Also

Also ist $\frac{gd}{a} = G =$ Größe des Gegenstandes rc.

Wenn die scheinbare Größe des Gegenstandes, oder der Winkel u bekannt ist, so findet man die Größe des Bildes durch die

Formel: Sin. tot. : a = Tang. u : g

Also ist $\frac{a \,.\, \text{Tang. } u}{\text{Sin. tot.}} = g =$ Größe des Bildes.

Z. B. der scheinbare Halbmesser der Sonne = 16′; und der Abstand des Bildes vom Glase, oder a = 10 Fuß = 120 Zoll, so ist

$$\begin{array}{rl} \log. 120 = & 2{,}0791812 \\ \log. \text{Tang. } 16' = & 7{,}6678492 \\ \hline & 9{,}7470304 \\ & -10, \\ \hline & 0{,}7470304 - 1 = 0{,}55851 \text{ Zoll} \\ & \qquad\qquad\qquad (2 \text{ mal} \end{array}$$

Größe des Sonnenbildes = 1,11702 Zoll.

§. 682. Alle Strahlen, die nicht sehr nahe bei der Axe auf das Glas fallen, werden in Puncten vereinigt, die dem Glase näher liegen, als der Brennpunct, und machen das Bild zwar hell, aber verwirren es auch etwas.

Zu dieser **Unvollkommenheit**, welche von der Kugelgestalt des Glases herkommt, gesellt sich noch eine andere, die ihren Grund in der verschiedenen Brechbarkeit der Lichtstrahlen hat.

Die erstere Unvollkommenheit fällt bei parabolischen Hohlspiegeln weg; auch bei den Glaslinsen weiß man sie dadurch zu vermindern, daß man dieselben bis auf wenige Grade bedeckt, wodurch die Strahlen verhindert werden, weit von der Axe hindurch zu gehen. Deutlichkeit wird zwar gewonnen, aber Helligkeit geht verloren.

§. 683. Jeder Lichtstrahl läßt sich durch ein 3seitiges gläsernes Prisma in 7 einzelne Farben, die verschiedene Brechbarkeit zeigen, zerlegen. Dabei findet allemal folgende Ordnung statt: roth, orange, gelb, grün, blau,

blau, indigo, violet. Der rothe Strahl wird am wenigsten, der violette am meisten gebrochen, und daher können die Bilder, welche erhabene Gläser machen, nicht auf einem Puncte von allen Strahlen formirt seyn; der Bildpunct ist also eigentlich ein Bildraum, in welchem dasjenige Bild, das die rothen Strahlen machen, zunächst am Glase, und dasjenige, das die violetten Strahlen bilden, am entferntesten liegt; zwischen beiden liegen noch 5 andere Bilder, welche die übrigen 5 Farben machen. Alle 7 Bilder zusammen geben ein mehr oder weniger treues Bild vom Object, je nachdem die Glaslinse beschaffen ist, und die Bilder näher oder weiter von einander liegen. Hätten alle 7 Lichtstrahlen einerlei Brechbarkeit, so würden sie ein vollkommneres Bild hinter dem Glase geben.

Der Raum zwischen dem rothen und violetten Bilde heißt auch Diffusionsraum, und beträgt den 28sten Theil der Brennweite des Glases; also kann er bei 28 Fuß Brennweite 1 Fuß betragen.

§. 684. Dollond, ein englischer Künstler, verfertigte zuerst, von Euler darauf geleitet, Glaslinsen, welche die 7 Farbenbilder ziemlich genau in einen Punct zusammen bringen. Sie bestehen aus zweierlei Glase, aus dem harten Flintglase, und dem weichern Kronglase, wovon das erstere die Lichtstrahlen stärker bricht, als das letztere. Das Kronglas ist convex, und das Flintglas concav so in eineinander geschliffen, daß die Wirkung der einer erhabenen Linse gleich kommt. Das convexe spaltet nun die 7 Farben eines Lichtstrahls, aber das hohle Flintglas bricht sie in widriger Richtung, und so werden sie in einem Bilde vereinigt. Man nennt solche Gläser achromatische oder farbenlose; ihre Wirkung ist vortrefflich, aber ihre Verfertigung sehr schwer. Die deutschen Künstler, und unter diesen vorzüglich Frauenhofer, haben in der neuesten Zeit die vollkommensten Sehewerkzeuge mit achromatischen Glaslinsen zu Stande gebracht, und bewiesen, daß die Deutschen sowol im Erfinden, als Vervollkommnen, mit jeder Nation wetteifern, obgleich die Regierungen zu ihrer Aufmunterung wenig gethan haben.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

§. 685. Mit Hülfe der hohlen und erhabenen Gläser können kurzsichtige und weitsichtige Augen die für sie undeutlichen Objecte besser sehen. Ein Auge heißt kurzsichtig, myops, dessen Bau so beschaffen ist, daß die Bilder entfernter Gegenstände zu nahe hinter die Krystallinse (welche, wie ein erhabenes Glas, Bilder auf die Netzhaut wirft) fallen. Hält man vor ein solches Auge ein Hohlglas, so werden die von den Objecten kommenden Lichtstrahlen divergirend auf das Auge fallen, und so wirken, als kämen sie aus des Glases Zerstreuungspuncte, der dem Auge viel näher liegt, und darum werden auch die von der Krystallinse entstehenden Bilder weit genug hinter sie auf den Boden des Auges fallen, und deutlich seyn.

Ein weitsichtiges Auge (presbyt) ist flacher, seine Krystallinse hat eine zu große Brennweite, und die Bilder naher Gegenstände fallen hinter die Netzhaut. Daher wird es durch ein erhabenes Glas, welches die Lichtstrahlen mit der Axe parallel ins Auge sendet, nahe Gegenstände so wahrnehmen, als wären sie entfernt, folglich deutlich sehen.

Der Kurzsichtige sieht durch sein Hohlglas die Objecte kleiner; der Weitsichtige hingegen durch sein Converglas größer, als derjenige, welcher gesunde Augen hat. Beide Fehler werden dadurch vermehrt, daß man Gläser von zu kurzer Brennweite gebraucht.

Das Fehlerhafte in dem Auge besteht darin, daß es die zur Betrachtung naher und entfernter Gegenstände nöthige Veränderung nicht vornehmen kann, welche dem gesunden Auge nie schwer wird.

Die Brillen, welche fehlerhaften Augen das Sehen erleichtern, sind daher eine der schönsten Erfindungen. Gesunden Augen können sie, als Brillen, nur schädlich seyn, und thöricht ist der Glaube, daß es Conservationsbrillen gebe, oder einen Menschen wohl ziere, eine Brille auf der Nase zu haben, und sich halbblind zu stellen, wie es vor kurzer Zeit noch Mode war. —

§. 686. Die Größe der Deutlichkeit, mit der wir Gegenstände erblicken, hat ihre Gränzen. Zu ferne oder zu nahe Dinge können wir nicht genau erkennen.

Ein gutes Auge sieht in einer Entfernung von 6 bis 8 Zoll kleine Gegenstände am deutlichsten; allein dann ist der Sehewinkel immer nur sehr klein. Brächten wir sie dem Auge näher bis auf 1 Zoll, so wäre ihr Sehewinkel 8 mal größer, aber alsdann könnten wir vermöge des Baues unserer Augen sie gar nicht deutlich sehen. Es kommt also darauf an, diese Gegenstände in eine solche Lage zu bringen, daß ihr Sehewinkel groß, und ihre Entfernung doch in der Weite von etwa 8 Zoll bleibt. Dies geschieht durch

das Mikroscop oder Vergrößerungsglas. Es sey MN Fig. 240. ein erhabenes Glas von sehr kurzer Brennweite, etwa $\frac{1}{2}$ Zoll; und PO ein kleines Object innerhalb der Brennweite; in A das Auge. Das Glas MN bricht nun die Strahlen von PO so, daß es scheint, als kämen sie aus op, also viel weiter her. Der Sehewinkel PAO ist $= < pAO$; folglich sieht das Auge den Gegenstand so viel mal größer, als die Entfernung des Brennpuncts vom Glase in der Entfernung von 8 Zoll enthalten ist. (Hier $\frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$ mal, und die Oberfläche des kleinen Objects erscheint demnach $16 \cdot 16 = 256$ mal größer, als sie in der Entfernung von 8 Zollen dem unbewaffneten Auge erscheint). Diese Art Mikroscope nennt man einfach. Je kleiner die Brennweite, je stärker die Vergrößerung. Weil aber die von ihnen aufgefangene kleine Menge Licht in einen großen Raum ausgebreitet wird, so erscheint der durch sie besehene Gegenstand auch dunkel, und daher nicht ganz deutlich. Mit starker Beleuchtung hilft man dieser Unvollkommenheit ab.

§. 687. Weil das einfache Mikroscop die Unbequemlichkeit hat, daß man das Auge zu nahe an die Glaslinse legen muß, um alle Strahlen zu bekommen, so zieht man das zusammengesetzte Fig. 241, bei dem man zwischen das Auge A und das Glas MN noch zwei oder mehrere Gläser von größerer Brennweite setzt, mit Recht vor, weil dadurch das Bild vom Object PO in einer schicklichern Lage vor's Auge gebracht wird. Denn hier fallen die Strahlen von dem fast im Brennpunct der Linse

MN

MN liegenden Gegenstand divergirend auf dieselbe, werden durch die Brechung parallel und fallen so auf das Glas DE, welches sie in seinem Brennpunct f vereinigt. Ein drittes erhabenes Glas BC, welches um seine Brennweite von f absteht, sendet die Strahlen des Bildes f also dem Auge parallel zu. Es sind vielerlei Anordnungen der Gläser möglich, aber die Hauptsache ist bei allen, daß das letzte Glas (Augenglas) die Strahlen parallel macht. Ein Kurzsichtiger, welcher nur durch divergirende Strahlen deutlich sieht, muß die Gläser BC und DE, welche verschiebbar sind, der Glaslinse MN (Objectivlinse) etwas näher bringen.

Weil die Strahlen, die nicht nahe bei der Axe auf die Objectivlinse fallen, eine unregelmäßige Richtung nehmen, und das Bild verwirren, so bedeckt man sie fast ganz, und bringt auch da, wo ein Bild entsteht, in f eine schwarze Scheibe, worin ein kleines rundes Loch ist, die sogenannte Blende, an, um alle falsche Strahlen zu vernichten. Zur stärkern Beleuchtung des auf einer Glasscheibe liegenden kleinen Objects PO dient der Planspiegel S.

§. 688. Um entfernte Gegenstände unter einem größern Gesichtswinkel zu betrachten, dienen die Fernröhre, Sehröhre, Tubus oder Telescope.

Das sogenannte holländische Fernrohr Fig. 242 besteht aus einer erhabenen Objectivlinse P von großer, und einem Hohlglase Q von kurzer Brennweite, welche in einer verschiebbaren Röhre bevestigt sind.

Der sehr entfernte Gegenstand Ee sendet seine Strahlen EA und eA durch das Glas P, welche, weil sie durch die Axe des Glases gehen, keine Brechung leiden. Alle übrige Strahlen von Ee fallen in andern Puncten auf P und werden in seinem Brennpunct F vereinigt. Aber ehe sie dazu gelangen, treffen sie das Hohlglas Q, welches um seine Zerstreuungsweite von F absteht. Letzteres bricht sie parallel, und daher sieht ein Auge, das dicht an diesem Glase liegt, den Gegenstand aufrecht und zwar unter dem Winkel GBg, welcher durch die Linie mPg, die sich durch die Endpuncte der beiden Gläser ziehen läßt, bestimmt wird.

Die

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Vergrößerung giebt die Formel $\frac{B}{b}$, wo B die Brennweite des Objectivs, und b die des Oculars oder Augenglases Q bedeutet. Wenn z. B. B = 12 Zoll und b = 2 Zoll wäre, so müßte die Vergrößerung $\frac{12}{2} = 6$ mal betragen.

Gesichtsfeld nennt man den Kreis, den man mit dem vestliegenden Fernrohre mit eineamal übersehen kann. Er wird nach Graden bestimmt, und hängt bei diesem Instrument hauptsächlich mit von der Größe des Augapfels ab, welchen man nahe an das Hohlglas legen muß, wenn man viele Strahlen auffangen will. Nimmt man bm als die halbe Breite des Augapfels und zieht von m eine gerade Linie durch die Axe des Vorderglases, so hat man den Winkel bAm = ½ Gesichtskreis.

Begreiflich wird dieser Winkel immer kleiner, je größer die Brennweite des Vorderglases gegen die des Augenglases ist; d. h. je mehr das Werkzeug vergrößert, je kleiner ist das Gesichtsfeld. Überhaupt ist mit diesen Fernröhren, eben des kleinen Gesichtsfeldes wegen, nicht gut, eine 10malige Vergrößerung zu erhalten; und sie werden daher nur zu Taschenperspectiven gebraucht.

Die Länge (d. h. den Abstand der beiden Glaslinsen) giebt die

Formel: B — b, und sie ist = dem Unterschied der Brennweiten. Wenn B = 12 Zoll, b = 2 Zoll, so ist die Länge = 10 Zoll.

Anmerk. (Weil man die Brennweite eines Hohlglases nicht durch Versuche in Sonnenstrahlen, wie es bei dem erhabenen wol anging, bestimmen kann, so setze man das gegebene Hohlglas mit einem erhabenen so zusammen, daß entfernte Gegenstände deutlich erscheinen, ziehe nun den Abstand beider Gläser von der Brennweite des Objectivs ab, so erhält man die Brennweite des Hohlglases.)

§. 689. Das astronomische Fernrohr ist weit mehr zu starken Vergrößerungen geschickt, als das vorige

vorige, und besteht aus zwei erhabenen Gläsern, wovon das eine P Fig. 243. eine lange, und das andere MQ eine kurze Brennweite hat. Die beiden äußersten Strahlen des sehr entfernten Gegenstandes Ee, welche durch die Axe des Objectivglases P gehen, bestimmen die Größe des verkehrten Bildes Ff im Brennpunct desselben. Das Augenglas Q steht um seine Brennweite von F ab, und bricht daher die Strahlen des Bildes Ff so, daß sie parallel auf das Auge in O fallen, welches den Gegenstand nun unter dem Winkel fBF = < GBg, also sehr vergrößert, erblickt.

Formel: $\frac{B}{b}$ = der Vergrößerung, d. h. man dividirt die Brennweiten in einander. (Eine gerade Linie BF von der Mitte des Augenglases durch den äußersten Punct des Bildes bestimmt den < fBF, welcher so viel mal größer ist, als < fAF, so oft Bf in Af enthalten ist.)

Dies Seherohr stellt die Gegenstände verkehrt aber sehr deutlich dar.

Formel: B + b = der Länge desselben, oder dem Abstand der beiden Glaslinsen.

Der beste Platz für das Auge O wird da seyn, wo es die mehrsten Lichtstrahlen bekommt. Weil nun Ff kein Punct ist, so kommen viele Strahlen desselben erst in O, dem Abstande der Brennweite von QM, zur Axe, und das Auge muß also dort den schicklichsten Platz haben.

Formel: $\frac{BM}{BA}$ = Tang. des halben Gesichtsfeldes. Diese Größe ist bei diesem Seherohr sehr beträchtlich. Gerade Linien vom Mittelpunct des Glases P zu dem Mittelpunct des Glases Q und dessen Endpuncte M, bilden den Winkel MAB, welcher der Halbmesser des Gesichtsfeldes ist, und also von der Breite des Augenglases QM und seinem Abstande vom Objectiv P abhängt. Er wird gefunden durch BA : Sin. tot. = BM : Tang. MAB.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Klarheit oder Helligkeit, mit der die Dinge durch dies Fernrohr erscheinen, hängt von dem Strahlenbündel ab, welches das Augenglas auf das Auge wirft. Es ist gut, wenn dies wenigstens $\frac{1}{2}$ bis 1 ganze Linie dick ist, weil der Augenstern ungefähr diese Breite hat.

Formel: $Af : Bf = PP : QM$ oder nn, und nn

$$= \frac{PP \cdot Bf}{Af} \text{ oder } = \frac{PP \cdot b}{B} = \text{der Klarheit.}$$

Weil nun die Breite nn = 1 Linie, oder wenigstens $\frac{1}{2}$ Linie seyn muß, so wird die Öffnung des Objectivs wenigstens so viel halbe Linien betragen, als so vielmal das Werkzeug vergrößern soll. Z. B. bei einer 100maligen Vergrößerung muß die Öffnung des Objectivs auch 100 halbe Linien, oder 4 Zoll 2 Linien haben (allenfalls auch 3 Zoll, wie einige Theoretiker vestsetzen).

Anmerk. Zu ansehnlichen Vergrößerungen müssen also Gläser von großer Brennweite genommen werden, weil diese nur eine ziemliche Breite erhalten können. Gläser von kurzer Brennweite und großer Oeffnung (Breite) bringen wegen ihrer großen Convexität die Strahlen nicht nahe genug zusammen, wodurch Verwirrung entsteht; aber Gläser von großer Brennweite krümmen sich nur wenig, und die mehrsten Strahlen gehen nahe bei der Axe durch das Glas, wodurch die Verwirrung wegfällt. Man gestatte bei 100maliger Vergrößerung nicht viel über $\frac{1}{2}$ Grad Größe des Bogens, womit das Objectiv beschrieben ist Bei kleinen Vergrößerungen kann dieser Bogen wol 8 Grade haben.

§. 690. Eine starke Vergrößerung vermehrt den Diffusionsraum, darum sind kurze Fernröhre dieser Art nicht zu sehr ansehnlichen Vergrößerungen geschickt. Ist die Verwirrung zu groß, so bedeckt man das Objectivglas mit einem Pappedeckel, der in der Mitte ein Loch hat. Schon §. 684. ist erwähnt, daß mittelst zweier Gläser P und Q Fig. 244., die verschiedene Gestalt und Brechungsfähigkeit haben, der Diffusionsraum sehr vermindert werden kann. Nimmt man nun die Radien, womit die beiden Bogen eines erhabenen Glases beschrieben sind, verschieden, so findet sich in Hinsicht der Diffusion auch schon ein merklicher Unterschied. Euler beweist, daß ein erhabenes Glas, dessen vordere, dem Object zugekehrte, Seite mit einem Radius von 14 Zoll, und dessen hintere Seite mit dem Radius von 84 Zoll beschrieben ist, den kleinsten Diffusionsraum hat, folglich seinen Zweck am besten erfüllt. Die Brennweite dieses Glases wird 24 Zoll seyn. Will man also ein Objectiv von anderer Brennweite, so richte man es so ein, daß die Vorderfläche mit einem Radius, der sich zu dem der Hinterfläche, wie 14 : 84 oder 1 : 6 verhält, beschrieben werde.

Zusammengesetzte oder achromatische Objective vertragen eine starke Vergrößerung, große Öffnung, und sind eben so brauchbar, als einfache von 5 bis 8 mal größerer Brennweite, sogar in vielen Fällen den Spiegeltelescopen vorzuziehen.

§. 691. Das **Erdfernrohr** Fig. 245. besteht aus 2 astronomischen. Das Objectivglas A hat eine lange Brennweite, und bricht die parallelen Strahlen LL in seinem Brennpunct F zusammen, wo ein Bild entsteht. Das Glas B hat eine kurze Brennweite BF, und bricht die Strahlen des Bildes so, daß sie nach der Brechung parallel auf das 3te Glas C fallen, welches die Stelle des Auges vertritt, und in seinem Brennpunct f wieder ein Bild macht, dessen Strahlen von dem Glase D, das um seine Brennweite davon absteht, abermals parallel dem Auge in O zugeführt werden.

Die Länge des Erdfernrohrs beträgt wenigstens so viel, als die Brennweite des Objectivs = B, und die Brennweiten b, b′, b″ der 3 übrigen Gläser doppelt genommen.

Formel: $B + 2 . (b + b' + b'') =$ Länge.

Die Vergrößerung hängt von den beiden Paaren der Gläser A, B und C, D ab, wovon jedes Paar ein astronomisches Fernrohr bildet. A und B vergrößert so viel mal, als b in B, oder die kleine Brennweite in der großen enthalten ist. Die Gläser C und D thun für sich dasselbe. Folglich ist die gemeinschaftliche Vergrößerung das Product aus der des ersten und zweiten Paars.

Formel: $\frac{B}{b} \cdot \frac{b'}{b''} = \frac{B \cdot b'}{b \cdot b''}$ = Vergrößerung, wobei b = Brennweite vom Glase B, b′ = Brennweite vom Glase C, und b″ = Brennweite vom Glase D ist.

Z. B. Es sey die Brennweite

des Objectivs A = B = 20 Zoll	so ist $\frac{B \cdot b'}{b \cdot b''} = \frac{20 \cdot 2}{4 \cdot 1}$ = 10malige Vergrößerung.
des Glases B = b = 4 —	
des Glases C = b′ = 2 —	
des Glases D = b″ = 1 —	

Der Abstand der Gläser A und B, so wie C und D ist = der Summe ihrer Brennweiten, allein man findet das Gesichtsfeld am größten, wenn B und C etwas weiter, als die Summe ihrer Brennweiten absteht, weil das Glas C dann alle Lichtstrahlen auffängt.

Das Gesichtsfeld dieses Fernrohrs ist noch größer, als bei dem astronomischen, weil das Glas C mehr Lichtstrahlen auffangen kann, als ein Auge an seiner Stelle. — Es stellt die Gegenstände aufrecht vor, indem das 2te Paar Gläser C und D das vom ersten Paar gemachte verkehrte Bild wieder verkehret, also aufrichtet; allein weil die Gläser nie vollkommen durchsichtig sind, so gehen auch mehr Strahlen verloren, wenn mehr als 2 Gläser darin sind.

Man kann allerlei Anordnungen der Gläser erfinden; aber die gewöhnlichsten sind so, daß die 3 Gläser B, C, D von gleichen Brennweiten genommen sind, in welchem Fall die Vergrößerung durch die Division der Brennweiten der Gläser A und B gefunden wird, denn das andere Paar Gläser C und D richtet den Gegenstand nur auf. — Es giebt Erdfernröhre mit 4, 5 oder 6 Augengläsern, welche allemal in einer beweglichen Röhre verschiebbar sind. Da nahe Gegenstände ihr Bild nicht im Brennpunct des Objectivs formiren, so muß man bei Betrachtung derselben die Augenglasröhre etwas mehr herausziehen; Kurzsichtige hingegen werden sie weiter hinein schieben müssen.

§. 692. Zu den Vorsichtsmaßregeln, die Wirkung der Fernröhre zu vermehren, rechnet man:

1. Die Bedeckung oder Öffnung des Objectivs, welche von der Vergrößerung abhängt; man findet sie durch die

Formel: $\frac{36 \, . \, V}{100}$ = Öffnung, wobei V = Vergrößerung, und die Zahl 36 Linien bedeutet.

2. Das Anschwärzen der Röhren, worin die Gläser bevestigt sind, um alle schiefeinfallende Lichtstrahlen zu vertilgen.

3. Das geschickte Anbringen der Blenden, schwarzer in der Mitte offener Ringe. Sie können zur Deutlichkeit viel beitragen, und müssen da, wo die Lichtstrahlen am dichtesten sind, oder wo Bilder entstehen, ihren Platz haben, z. B. im Erdfernrohr Fig. 245. zwischen den Gläsern C und D im Brennpunct f, beim astronomischen nur in F. Zweckwidrig wäre eine Blende zwischen den Gläsern B und C. Die Größe der Öffnung in der Blende muß der des Bildes entsprechen. Zwar verengen die Blenden das Gesichtsfeld, allein zum Vortheil, denn sie halten alle falsche Lichtstrahlen ab und vermehren so die Deutlichkeit.

§. 693. In den Newtonschen oder Herschelschen Telescopen vertritt die Stelle des Objectivglases ein auf dem Grunde einer geschwärzten Röhre ACDB Fig. 250. liegender parabolisch gekrümmter Hohlspiegel SP. Der Lichtstrahl LR wird durch den Spiegel so zurückgeworfen, daß er in A an der obern Öffnung der Röhre ein convexes Glas von kurzer Brennweite trifft, welches um seine Brennweite von der des Hohlspiegels absteht, und als Augenglas dient. Weil solche Spiegel alle Lichtstrahlen genau in einem Puncte vereinigen, so sind sie zu sehr starken Vergrößerungen außerordentlich geschickt. Man findet die Vergrößerung durch die Division der Brennweiten des Hohlspiegels und des Augenglases in einander.

Dieses Instrument dient vornehmlich zur Betrachtung überirdischer Gegenstände, und ist einer großen Helligkeit und Deutlichkeit fähig, weil der Spiegel viele Lichtstrahlen in einem kleinen Raum vereinigt. Herschel erzählt,

zählt, daß, sobald ein Fixstern erster Größe, z. B. Wega, an das Gesichtsfeld des Telescops trete, diese Erscheinung einer prachtvollen Morgenröthe, und sein wirklicher Eintritt dem Aufgang unserer Sonne gleiche; so auch, daß er in einer ziemlich dunkeln Nacht mittelst seines 40 Fuß langen Telescops die Ziffern an einem 1 Meile weit entfernten Thurm erkennen konnte.

Das Gregorianische Telescop hat einen durchbrochenen Spiegel und mehrere Augengläser, stellt die Gegenstände dunkler vor, und ist daher wenig beliebt.

§. 694. Die dunkle Kammer oder Camera obscura kann in die vestſtehende und tragbare eingetheilt werden. Beide Arten sind an Einrichtung und Größe verschieden.

In der Decke des dunklen Behältnisses ABCP Fig. 246. befindet sich in G ein erhabenes (gewöhnlich planconvexes) Glas, dessen Brennpunct auf den mit weißem Papier überzogenen Tisch T fällt. SP ist ein beweglicher Planspiegel, der die Strahlen oq und br vom Object ob auf das Glas G wirft, welches in seinem Brennpunct (Bildpunct) auf dem Tische T ein Bild (in unnachahmlicher Treue und Schönheit) vom Object darstellt.

Man kann diesem dunklen Zimmer verschiedene Vollkommenheit geben, wozu unter andern gehört,

1. daß der Spiegel PS mittelst einer Vorrichtung unter allerlei Winkel gestellt werden kann, je nachdem man diese oder jene Gegenstände auffangen will;

2. daß der Tisch mit einer Kurbel k höher oder tiefer geschroben werden kann, weil die Bilder naher Gegenstände weiter vom Glase G fallen, als die der entfernten;

3. daß das Glas G eine ziemliche Größe habe, um viele Lichtstrahlen aufzufangen.

An solchen Orten, die eine schöne lebendige Aussicht gewähren, wird eine Camera obscura eine eben so angenehme, als nützliche Unterhaltung, und Zeichenmeistern unübertreffliche Muster geben.

§. 695.

§. 695. Die tragbare Camera obscura hat folgende Einrichtung:

In dem Kästchen PMSB Fig. 247. ist bei C eine Röhre, und in derselben eine andere runde Röhre verschiebbar mit einem erhabenen Glase G. In der Richtung SP liegt ein Planspiegel, welcher die von einem Object O herkommenden und vom Glase G gebrochenen Strahlen oA und Oa nach einem mattgeschliffenen Planglase MS, welches horizontal auf dem Kästchen liegt, reflectirt, und daselbst ein deutliches vollkommen treues Bild, gleich einem Gemälde, vorstellt.

Wenn die Strahlen parallel auf G fallen, so ist GA + Al der Brennweite des Glases gleich; liegt aber O nahe, so muß das Glas G mit seiner Röhre weiter herausgezogen werden.

Über SM ist eine schwarze Decke MD, die mehr oder weniger geöffnet werden kann, um alles fremde Licht von dem Bilde in L abzuhalten; in u ist das Auge. — Je größer der Durchmesser und die Brennweite der Glaslinse G ist, desto größer und deutlicher werden die Bilder.

Dies Werkzeug hat mancherlei Bequemlichkeiten für Maler und Zeichner, die ihre Zeichnungen von Personen oder Landschaften mit den unerreichbaren Mustern, welche es darstellt, vergleichen wollen.

Die Größe des Bildes in der Camera obscura, so wie hinter jedem convexen Glase, hängt von der Brennweite des letztern und dem Abstand des Objectes ab. Rückt dieses dem Glase näher, so wird das Bild größer, aber entfernter hinter demselben erscheinen. Bild und Object sind gleich groß, wenn der Abstand = der Brennweite ist; kommt das Object noch näher, als die Brennweite, so wird sein Bild vergrößert.

§. 696. Die Zauberlaterne oder laterna magica oder lucida dient dazu, kleine Gegenstände vergrößert abgebildet zu sehen. Das erhabene Glas MN Fig. 248. ist in der Röhre QR bevestigt. Bei JK ist das Kästchen durchbrochen, um die Objecte, Gemälde u. dgl. hinein zu schieben, welche durch Lampen stark erleuchtet werden. Da OP sich jetzt innerhalb der Brennweite des Glases MN befindet, so wird sein Bild vergrößert auf der

der weißen Wand WD, jedoch verkehrt erscheinen. Bringt man MN dem Object näher, so wird sein Bild op größer und entfernter. Je größer je dunkler; daher muß bei starken Vergrößerungen auch eine sehr starke Beleuchtung statt finden.

Will man kleine Insecten vergrößert sehen, so ist Lampenschein nicht hinreichend. Man trifft dann die Einrichtung so, daß die Sonne, deren Strahlen man wol noch mit einem erhabenen Glase verdichtet, die Objecte erleuchtet. In dieser Gestalt heißt dies Werkzeug ein Sonnenmikroscop.

§. 697. Der optische Kasten (sogenannte Kuckkasten) ist so eingerichtet, daß perspectivische Zeichnungen bei BL horizontal ausgebreitet, ihre Strahlen pq Fig. 249. auf den schiefgelegten Planspiegel PS werfen, welcher sie nach dem in der Öffnung MN bevestigten erhabenen Glase reflectirt. Da Nq + qp noch weniger, als die Brennweite des Glases MN beträgt, so sieht ein Auge O durch das Glas die Zeichnungen in vv vergrößert aufrecht, wodurch eine angenehme Täuschung hervorgebracht werden kann.

Im Schön-Seherohr, Kaleidoscop, Myriomorphoscop, liegen zwei Planspiegel unter einem spitzen Winkel gegen einander, welche die zwischen einem Plan- und mattgeschliffenen Objectiv-Glase befindlichen Körper vervielfältigt und in unbeschreiblicher Schönheit und Regelmäßigkeit dem durch eine kleine Öffnung sehenden Auge darstellen. Es hängt von der Neigung der Spiegel ab, wie vieleckig die Figuren erscheinen; sind die Spiegel z. B. 30° gegen einander geneigt, so erblicken wir ein ($\frac{360}{30} - 1 = 12 - 1 = 11$) Eilfeck (siehe §. 669.). Bei der kleinsten Bewegung verändert sich die Lage der Körperchen zwischen den Objectiven und mithin auch die erscheinende Figur, deren Verwandlungen in das Unendliche gehen. Für Maler, Kattundrucker und andere Zeuchfabrikanten giebt dies (vom Mechanikus Winkler zu Berlin für Deutschland erfundene) einfache Instrument unnachahmlich schöne Muster in unendlicher Menge.

VI. Grund-

VI. Grundsätze aus der Dynamik.

§. 698. Masse = M heißt die Menge des Materiellen in einem Volumen. Das Volumen = V begreift Masse und Zwischenräume unter sich; die Masse aber nur die Materie. Also ist das Volumen stets größer, als die Masse. Dicht ist ein Körper, der wenig Zwischenräume hat.

Formeln: $\frac{M}{V} = D =$ Dichtigkeit.

$D \cdot V = M =$ Masse.

$\frac{M}{D} = V =$ Volumen.

Die Vergleichung mehrerer Körper in Beziehung auf Dichtigkeit, Masse und Volumen ist leicht, denn

$$D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v},$$

wobei die d, m und v dieselben Eigenschaften an einem andern Körper bedeuten.

§. 699. Die Lockerheit (raritas) steht im geraden Verhältniß des Volumens und im umgekehrten der Masse.

Formeln: $\frac{V}{M} = R =$ Lockerheit; und zweier Körper

$R : r = \frac{V}{M} : \frac{v}{m}$, woraus jede Größe zu finden.

§. 700. Bewegung der Körper. Soll ein Körper von einem Orte nach einem andern gebracht werden, so wird dazu Zeit erfordert; denn er kann nicht an zwei Orten zugleich seyn. Aus der Vergleichung des Wegs und der darauf verwandten Zeit, entsteht der Begriff der Geschwindigkeit.

Formeln: $\frac{W}{Z} = G =$ Geschwindigkeit.

$Z.G = W =$ Wege.

W =

$$\frac{W}{G} = Z = \text{Zeit; für mehrere Körper:}$$

$$G : g = \frac{W}{Z} : \frac{w}{z},$$ wobei g, w, z dieselben Eigenschaften an einem andern Körper bedeuten.

§. 701. Man kann einen mit gleichmäßiger Bewegung durchlaufenen Raum durch ein Parallelogramm, dessen Höhe die Zeit, und dessen Grundlinie die Geschwindigkeit bedeutet, ausdrücken, s. Fig. 251., wo Seite C die Geschwindigkeit und Seite T die Zeit ist. Folglich werden in gleichen Zeiten, gleich große Räume durchlaufen; und die Räume verhalten sich, wie die Producte aus der Geschwindigkeit und Zeit.

Ein mit gleichmäßig beschleunigter Bewegung durchlaufener Raum kann durch einen Triangel abc, oder cdb Fig. 251., dessen Höhe die Endgeschwindigkeit, dessen Grundlinie die Zeit ist, vorgestellt werden. Also die

Formel: $\frac{G \cdot Z}{2} = R =$ Raum; $\frac{2R}{G} = Z =$ Zeit;

$$\frac{2R}{Z} = G = \text{Geschwindigkeit.}$$

Bei der gleichmäßig abnehmenden Bewegung ist die anfängliche Geschwindigkeit = der Höhe des Dreiecks.

§. 702. Die Größe der Bewegung, Quantität der Bewegung heißt die Gewalt, die ein bewegter Körper ausübt. Sie ist das Product der Menge seiner Theile und seiner Geschwindigkeit.

Formel: $M \cdot G = Q =$ Quantität der Bewegung.

$$\frac{Q}{M} = G = \text{Geschwindigkeit.}$$

$$\frac{Q}{G} = M = \text{Masse.}$$

Z. B. die Masse einer Kugel = 7, ihre Geschwindigkeit = 6, so ist die Größe ihrer Bewegung = 7 · 6 = 42.

Die Größe der Bewegung zweier Körper ergiebt sich aus der Proportion:

$$Q : q = M . G ; mg.$$

Anmerk. Läßt man Kugeln von verschiedener Schwere aus verschiedenen Höhen auf weichen Thon fallen, so kann man die Größe der Bewegung an den Einsenkungen, der Theorie gemäß, bestätigt finden. Die Fallhöh = der Geschwindigkeit; die Schwere = der Masse; die Einsenkung = der Wirkung.

§. 703. Vom Stoß der harten Körper. Der Stoß kann central, wenn der Schwerpunct senkrecht, oder excentrisch, wenn er schief getroffen wird, seyn.

Trifft ein bewegter Körper A einen ruhenden B, so leidet A eben so viel an seiner Bewegung, als B bedarf, um die Bewegung von A zu erhalten. Die allgemeine oder gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße findet man, wenn man die Größe der Bewegung addirt, und durch die Summe der Massen dividirt. Es sey Masse, Geschwindigkeit vor dem Stoße mit M und G; vom zweiten Körper die Masse mit m, die Geschwindigkeit mit g; und die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße mit x bezeichnet, so giebt das

Formular: $\frac{M.G + m.g}{M + m} = x$, die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße.

Beispiel 1. A habe Masse 2, Geschwindigk. 6 | B habe Masse 2, Geschwindigk. 0, ruhe also; und g = 0, so giebt die Formel

$$\frac{2.6 + 2.0}{2 + 2} = \frac{12}{4} = 3$$ Geschwindigkeit nach dem Stoße.

Beispiel 2. Es sey, wie vorher; aber B habe die Geschwindigkeit 3, so giebt die Formel

$$\frac{2.6 + 2.3}{2 + 2} = \frac{12 + 6}{4} = \frac{18}{4} = 4\tfrac{1}{2}$$ Geschwindigkeit nach dem Stoße.

Bei-

Beispiel 3. Wenn sich A und B gegen einander bewegen, so ist mg negativ, und die

Formel: $\frac{M.G - m.g}{M + m} = x.$

Es sey $\left.\begin{matrix} M = 2, & m = 3 \\ G = 6 & g = 2 \end{matrix}\right\}$ so ist $\frac{2.6 - 3.2}{2 + 3} = \frac{12 - 6}{5}$ $= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße.

§. 704. Wird ein Körper von 2 Kräften unter schiefer Richtung getrieben, so folgt er keiner, sondern geht nach der Richtung oder Diagonale des Parallelogramms, das sich aus beiden Kräften beschreiben läßt. Z. B. der Körper a Fig. 252. werde von der Kraft Q allein in 1″ durch den Raum ac; und von der Kraft q in gleicher Zeit durch ab getrieben, so geht er nach d in 1″.

Die Diagonale ad läßt sich durch Zeichnung und Rechnung finden (siehe Lehre vom Winkelhebel §. 606).

Wirken mehr, als zwei Kräfte auf den Körper a, so sucht man erst die Richtung der Diagonale, die er von 2 Kräften allein getrieben, durchlaufen wird; nimmt dann die Diagonale für eine, die 3te für die andere Kraft, woraus sich wieder ein Parallelogramm bilden läßt, u. s. f.

Je spitzer der $<$ Qaq, desto länger; je stumpfer er aber ist, desto kürzer wird die Diagonale seyn. Sie ist allezeit geradlinig, wenn die Seitenkräfte gleichmäßig wirken.

§. 705. Die Bewegung eines Körpers fällt krummlinicht aus, wenn ihn eine stetig wirkende Kraft jeden Augenblick von seiner Bahn abzieht. Eine krummlinichte Bewegung ist demnach eine zusammengesetzte, und entsteht aus der mitgetheilten Stoßbewegung nach der Tangente, Tangentialkraft; und aus einer nach dem Mittelpunct ziehenden Kraft, Centripetalkraft. Beide Kräfte heißen Centralkräfte, wenn sie zugleich wirken.

§. 706.

§. 706. Kreisförmig wird die Bewegung, wenn das Quadrat der Tangentialkraft der Centripetalkraft gleich ist (den Durchmesser gleich 1 gesetzt).

Formel: $T^2 = C =$ Centripetalkraft; $T =$ Tangentialkraft (denn $C : T = T : 1$).

Die Centripetalkraft steht daher im geraden Verhältniß des Quadrats der Geschwindigkeit G und im umgekehrten des Halbmessers R.

Formel: $\frac{G^2}{R} = C$.

Die periodische Umlaufszeit Z steht im Verhältnisse des Umfangs oder Halbmessers, dividirt durch die Geschwindigkeit G.

Formel: $\frac{R}{G} = Z$; $G = \frac{R}{Z}$.

Die Geschwindigkeit eines beweglichen durch Centralkräfte mit gleichförmiger Bewegung im Kreise herumgeführten Körpers ist gleich der Quadratwurzel aus der Centripetalkraft und dem Durchmesser des Kreises.

Formel: $\sqrt{C \cdot D} = G$.

Vector oder Radius vector nennt man diejenige Linie, die vom Kraftpunkte bis zu dem durch Centralkräfte bewegten Körper gezogen wird. Die vom Vector beschriebenen Räume verhalten sich, wie die dazu gebrauchten Zeiten.

§. 707. Ist die Geschwindigkeit, die ein Körper zuletzt erlangen würde, wenn er nach dem Kraftpuncte in gerader Linie hinfiele, größer, als die aus der Fliehkraft (Tangentialkraft) entstehende Geschwindigkeit in jedem gegebenen Puncte, so beschreibt der Körper eine Ellipse. Ist diese letztere aus der Fliehkraft entspringende Geschwindigkeit größer, als jene, so ist die Bahn eine Hyperbel; sind beide gleich, so ist die Bahn eine Parabel. Im Kreise beträgt die Tangentialkraft so viel, als der Körper beim freien Falle durch den 4ten Theil des Diameters verlangen würde.

For=

Formel: $T = \frac{D}{4}$, wobei T = Tangentialkraft; D = Diameter.

Beträgt die Tangentialkraft mehr als $\frac{D}{4}$, so bewegt sich der Körper in einer Parabel oder Hyperbel.

In der Ellipse ist die Flieh- oder Tangentialkraft im fernsten Abstande vom Kraftpuncte kleiner, als die Centripetalkraft, und daher die Bewegung überhaupt langsamer; im kleinsten Abstande aber größer, und daher die Bewegung schneller. Der Kraftpunct liegt in einem der beiden Brennpuncte. Der fernste Punct, wo die kleinste Geschwindigkeit ist, heißt die obere Abside; derjenige aber, wo die größte Geschwindigkeit statt findet, heißt die untere Abside.

§. 708. Die Gesetze der Centralbewegung sind im Sonnensystem in der vollkommensten Übereinstimmung.

Johann Kepler, geboren 1571, gest. 1630, entdeckte durch mühsames Forschen, daß die Bahnen aller Planeten um die Sonne Ellipsen sind, in deren einem, allen gemeinschaftlichen Brennpuncte die Sonne, als Kraftpunct, ruht.

In Fig. 253. sey S die Sonne; in E der andere Brennpunct. Der Planet bewegt sich von A durch LDPRM, ist in A am weitesten von der Sonne (im Aphelio oder in der obern Abside); in P aber in der Sonnennähe (im Perihelio oder in der untern Abside).

Je weiter der Planet von A nach D hinkommt, desto mehr wird er von der Sonne angezogen, desto schneller ist seine Bewegung; denn, von E aus betrachtet, durchläuft er in gleichen Zeiten gleich große Winkel, und daher wird der Bogen ML in derselben Zeit zurückgelegt, in welcher der Bogen DR, der doch viel größer ist, durchlaufen wird. $\angle LEM = \angle DER$, weil es Scheitelwinkel sind. Von P über R nach A hin nimmt seine Geschwindigkeit ab. In A ist die Bahn vollendet.

§. 709. **Die Quadrate der (siderischen) Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich gegen einander, wie die Cubikzahlen ihrer**

rer mittlern Entfernungen von der Sonne, die in m und n am Ende der kleinen Axe statt finden.

Formel: $U^2 : u^2 = E^3 : e^3$
oder $U : u = \sqrt{E^3} : \sqrt{e^3}$ } wobei U und u Umlaufszeiten, und E und e mittlere Entfernungen sind.

Z. B. es sey die Umlaufszeit der Erde = 365 Tage 6 Stunden = 8766 Stunden; ihr Abstand von der Sonne = 1000;

Umlaufszeit der Venus = 224 Tage 17 Stunden = 5393 Stunden; man sucht ihren mittlern Abstand von der Sonne = e.

$8766^2 : 5393^2 = 1000^3 : e^3$
oder $7684{,}2756 : 2908{,}4449 = 1000000000 : e^3$

$$\frac{2908000000}{7684} = 378450809 = e^3$$

hieraus $\sqrt[3]{\ }$ gezogen, giebt 723,33 solcher Theile für den Abstand der Venus, deren der Abstand der Erde 1000 hat.

Dieses zweite wichtige Keplerische Gesetz erstreckt sich auch auf die Nebenplaneten, deren Kraftpunct aber nicht die Sonne, sondern ihr Planet ist.

§. 710. Die Zeiten, die ein Planet anwendet, einen Theil seiner Bahn zu durchlaufen, verhalten sich zu einander, wie die Sectoren, oder Räume der elliptischen Ebene zwischen den zurückgelegten Bogen und dem Brennpuncte, den die Sonne einnimmt. Die elliptischen Räume DSRP und LSMA sind also gleich, wenn die Bogen DR und ML in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, siehe §. 708.

Auch dieses wichtige Gesetz, das in der Astronomie zur Bestimmung des Orts eines Planeten seine Anwendung findet, wurde von Kepler entdeckt.

Ge-

Gesetze der Schwere auf der Erdoberfläche.

§. 711. So wie die Sonne der allgemeine Kraftpunct in Hinsicht ihrer Planeten und Kometen ist, so ist es die Erde wieder für sich in Hinsicht des Mondes und alles dessen, was zur Erde gehört. Alles zeigt ein unerforschliches Bestreben, sich dem Mittelpunct der Erde zu nähern; oder der Mittelpunct der Erde zieht alles mit gleicher Liebe an. Wenn kein Hinderniß vorhanden, so fällt eine Feder eben so schnell zur Tiefe, als ein Stück Blei; jeder Körper fällt senkrecht auf die wahre Horizontallinie, und zwar nach folgendem Gesetz:

er fällt in der	1sten Sek.	15 Fuß;	durchgefallene Räume	1
— — — —	2ten	— 45 —	—	— 3
— — — —	3ten	— 75 —	—	— 5
— — — —	4ten	— 105 —	—	— 7
				u. s. w.

Größe des Falls nach der 4ten Sekunde = 240 Fuß, oder durch 16 Räume.

Nach der 3ten Sekunde war der Körper durch 9 Räume; nach der 2ten durch 4 Räume, jeden zu 15 Fuß, gefallen: also sind die Quadrate der Zeitsekunden der Anzahl der Räume gleich, durch die der Körper gefallen ist. Folglich läßt sich für die Fallhöhe eine allgemeine Formel geben.

Formel: $15 \cdot z^2 = h$ = Höhe oder Tiefe, welche ein Körper gefallen ist;

$\sqrt{\frac{h}{15}} = z$ = Zeit, die ein Körper zum Fallen gebraucht, in Sekunden angegeben.

Z. B. wie tief fällt ein Körper, wenn ihn nichts hindert, in 10''? Hier ist $z = 10$, und $15 \cdot 10^2 = 1500$ Fuß $= h =$ Tiefe.

Wie lange wird ein Körper durch einen Raum von 280 Fuß fallen? — Hier ist $\sqrt{\frac{280}{15}} = \sqrt{18,66\ldots} = 4,3$ Sekunden.

Anmerk. Der Raum, den ein Körper in der ersten Sekunde durchfällt, ist unter dem Aequator, wegen der grö-

größern Dicke der Erde, oder größern Fliehkraft, etwas geringer, als bei uns. Denn er beträgt

unter dem Aequator 15 Fuß 0 Zoll 7 Linien Pariser Maaß,
unter dies. Polhöhe 15 — 1′ — 2′′′ od. 15,6344 Fuß Preuß.
unter dem Pol . 15′ — 1′′ — 8′′.

Man nennt diesen Raum die Fallkraft, oder Fallhöhe in der ersten Sekunde.

§. 712. Durch Rechnung kann die Größe der Fallhöhe in der ersten Sekunde für jeden Ort gefunden werden. Denn das Quadrat vom Durchmesser eines Kreises verhält sich zum Quadrat der Peripherie desselben, wie die halbe Länge eines Sekundenpendels, zu der Länge, durch die ein Körper in der 1sten Sekunde fällt, d. h. $100^2 : 314^2 = 220{,}28$ Linien : 15′ 1′′ 2′′′ Pariser Maaß.

Allgemeine Formel: $D^2 : P^2 = \frac{1}{2} L : F$,

wobei $D = 100$; $P = 314$; $L =$ der Pendellänge; $F =$ Fallkraft.

§. 713. Die Schwere nimmt mit dem Quadrat der zunehmenden Entfernung vom Mittelpunct der Erde ab.

Demnach beträgt diese Abnahme auf dem Chimborasso, welcher 3357 franz. Klafter über der Meeresfläche erhaben ist, nur $\frac{1}{500}$. Denn wenn der Erdhalbmesser $= 3273300$ Klafter; der Gipfel des Berges aber 3276657 Klaftern vom Mittelpunct der Erde absteht, so ist

$3273300 : 3276657 = 100000 : 100098$ (der Radius $= 100000$)

und $100098^2 : 100000^2 =$ (abgekürzt) $100196 : 10000$

oder $1 : 0{,}998 = 1000 : 998$. Aber diese Zahlen sind nur um $\frac{2}{1000}$ oder $\frac{1}{500}$ verschieden.

Im Mittelpunct der Erde wird die Schwere aufhören, also auf der Oberfläche am stärksten seyn.

§. 714. Besäße die Erde die anziehende Kraft nicht, so würde ein auf der Oberfläche in Wurfbewegung gebrachter Körper ewig in der erhaltenen Richtung fortfliegen. Da aber die Centripetalkraft oder Schwere beständig auf ihn wirkt, so wird seine Bewegung krummlinicht, parabolisch werden. Könnte man aber in einer geringen Entfernung von der Erdoberfläche einem Körper in horizontaler Richtung die Geschwindigkeit von 18800 Fuß in $1''$ geben, so würde er nie wieder zur Erde kommen, sondern als Trabant um dieselbe laufen.

§. 715. Durch den Umschwung der Erde erhalten die Theile unter dem Äquator eine Fliehkraft, die $\frac{1}{289}$ der Centripetalkraft beträgt; also würde ein freifallender Körper daselbst, wenn die Erde ruhete, anstatt 15 Fuß 7 Linien = 2167 Linien in einer Sekunde zu fallen, etwas mehr, nämlich 2174,5 Linien franz. Maaß fallen.

Daß die Fliehkraft unter dem Äquator 289 mal geringer ist, als die Centripetalkraft, erfährt man aus dem Abstand und Umlauf des Mondes um die Erde. Z. B. Wenn sein Abstand = 60 Erdhalbmesser; sein Umlauf 656 Stunden; Erdhalbmesser = 1; ihre Umdrehungszeit = 24 Stunden, so giebt

$$\frac{60^3 \cdot 24^2}{1^3 \cdot 656^2} = 289.$$

§. 716. Die Kraft, welche ein Körper beim freien Falle durch die beschleunigte Bewegung erhält, findet man, wenn man das Quadrat der Zeit mit seiner Masse multiplicirt.

Formel: $Z^2 . M = K =$ der erhaltenen Kraft.

Z. B. ein Körper von 4 ℔ übt, wenn er 3 Sekunden lang fällt, eine Kraft von 3 . 3 . 4 = 36 ℔ aus.

Beim Steigen eines Körpers nimmt seine Geschwindigkeit und Kraft eben so ab, als sie beim Fallen zunimmt.

§. 717. Von der Wurfbewegung. Ein horizontal nach B Fig. 256. geworfener Körper A würde in gleichen Zeiten die Räume Aa, ab, bc, durchlaufen. Vermöge der anziehenden Kraft der Erde wird er aber jeden Augenblick nach M gezogen, und also während er Aa zurücklegt, um AC sinken; während Ab um AD sinken; während Ac aber um AE sinken. Seine Bewegung ist demnach aus 2 Kräften zusammengesetzt. Vermöge der Centripetalkraft sinkt er in der ersten Sekunde um um ap = AC; nach der zweiten um 4 solche Räume, um bq = AD; nach der dritten um 9 Räume, nämlich cr = AE; folglich verhalten sich die Abschnitte AC, AD, AE, wie die Quadrate der Zeiten Aa, Ab, Ac, oder Cp, Dq, Er, und der Körper beschreibt die krumme Linie Apqr, in welcher AM die Axe, AC, AD, AE Abscissen und Cp, Dq, Er Ordinaten sind. Aus dem Verhältniß der Ordinaten zu den Abscissen ergiebt sich, daß die krumme Linie eine Parabel ist. Nun ist, wenn Aa sehr klein genommen wird, die Ap die Diagonale im Rechteck AapC, wird also in derselben Zeit durchlaufen, als der Körper um AC frei fallen, oder um Aa horizontal sich fortbewegen würde; und da dies in jedem der Parallelogramme AbqD u. s. w. gilt, so muß der Körper in derselben Zeit den Bogen Ar zurücklegen, als er AE durchfallen, oder AC horizontal durchlaufen würde.

Wird der Körper mit der in r erhaltenen Geschwindigkeit aufwärts nach m geworfen, so nimmt er mit verzögerter Bewegung den Weg durch q, p nach A, dem Scheitel der Parabel, und geht nach S mit beschleunigter Bewegung wieder herunter in eben so viel Zeit, als er zum Steigen brauchte.

Diese Gesetze des freien Falles und der Wurfbewegung gelten nur im luftleeren Raume; denn der Widerstand der Luft, der nicht zu jeder Zeit gleich ist, macht hiebei beträchtliche Änderungen.

§. 718. Vom Pendel.

Eine Bleikugel an einem feinen seidenen Faden oder Haar, welches an einem Stift so bevestigt ist, daß die Kugel sich frei hin und her bewegen kann, kommt dem einfachen mathematischen Pendel sehr nahe. Dieses Pendel schwingt gleich schnell, es mag die Kugel größere oder kleine Bogen beschreiben, daher es zur genauen Abmessung kleiner Zeittheile dienen kann; nur die Reibung und der Widerstand der Luft sind Ursachen, daß es seine Bewegung nicht immer fortsetzt.

Hin- und Herschwung heißt ein ganzer Schwung. Der Punct, worin die ganze Schwere des Pendels vereinigt liegt, heißt der Schwingungspunct; der von ihm beschriebene Bogen Schwingungsbogen; der

Abstand des Schwingungspuncts vom Aufhängepunct — die Pendellänge.

Man läßt das einfache Pendel im luftleeren Raume schwingen, damit es weniger Hinderniß finde.

§. 719. Bei einem zusammengesetzten Pendel vertritt die Stelle des Haars ein Stab. Ist dieser von gleicher Dichtigkeit und gleichem Gewicht, so ist sein Schwingungspunct $\frac{2}{3}$ seiner Länge, vom Aufhängepuncte an gerechnet.

Soll ein zusammengesetztes Pendel gewisse Schwingungen in einer gegebenen Zeit machen, so muß es so lange verkürzt und verlängert werden, bis es mit einem einfachen Pendel, welches das Verlangte leistet, gleichschwingt.

§. 720. Ein Pendel, dessen Schwingungen Sekunden lang dauern, heißt ein Sekundenpendel. Seine Länge ist nicht aller Orten gleich,

z. B. am Äquator = 439 franz. Linien
unter der Polhöhe von 45° = 440,35
am Pol selbst = 441,59,

weil die stärkere Dicke der Erde unter dem Äquator eine Verminderung der Schwere zur Folge hat, die das Pendel in der Schwingung erhält. In den bewohntesten Ländern ist der Unterschied der Pendellängen also kaum $\frac{1}{400}$.

§. 721. Formeln zur Berechnung der Pendellänge für jeden Ort.

$440{,}392 \pm 1{,}2494 \,.\, \text{Cosin.}^2\, P$ = Länge des Sekundenpendels nach La Place's Theorie. Und

$440{,}3505 \pm 1{,}2448 \,.\, \text{Cosin.}^2\, P$ = Länge des Sekundenpendels nach Steinhäuser's Berechnung. P = Polhöhe.

Z. B. man sucht die Länge des Sekundenpendels unter der Polhöhe 52° 30′; so ist Cos. 52° 30′ = 0,6087; sein Quadrat = 0,3705.

Also $1{,}2448 \,.\, 0{,}3705 = 0{,}4611$
$+ 440{,}3505$
$= 440{,}8116$ Linien, d. h. 36 Zoll 8,8 Par. Linien für die Länge des Sekundenpendels.

§. 722.

§. 722. Zwei gleichlange Pendel schwingen gleichgeschwind, wenngleich ihre Gewichte verschieden sind. Ungleiche Pendel schwingen verschieden, das kürzere geschwinder, denn die Dauer der Schwingung hängt von der Länge des Pendels ab.

Die Längen L und l zweier Pendel verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate der Anzahl Schwingungen, die sie in einer gegebenen Zeit machen.

Formeln: $L : l = t^2 : T^2$, wo t und T = den Schwingungen.

$$\frac{l \cdot t^2}{T^2} = L = \text{der Länge des größern Pendels.}$$

$$\frac{L \cdot T^2}{t^2} = l = \text{der Länge des kleinern Pendels.}$$

$$\sqrt{\frac{L \cdot T^2}{l}} \text{ oder } T \sqrt{\frac{L}{l}} = t = \text{der Anzahl Schwingungen des kleinen Pendels.}$$

$$\sqrt{\frac{l \cdot t^2}{L}} \text{ oder } t \cdot \sqrt{\frac{l}{L}} = T = \text{der Anzahl Schwingungen des größern Pendels.}$$

Z. B. Es sey das größere Pendel 36 Zoll (= L) lang, und schlage in einer gegebenen Zeit 4 mal (= T); man wünscht die Länge eines andern Pendels (= l), das in derselben Zeit 8 Schwingungen macht, zu finden.

Die Formel für l giebt $\frac{36 \cdot 4^2}{8^2} = \frac{36 \cdot 16}{64} = \frac{36}{4} = 9$ Zoll.

§. 723. Bei einem einfachen Pendel liegt der Schwingungspunct um $\frac{2}{5}$ des Halbmessers der Kugel unterhalb des Mittelpuncts derselben, wenn die Kugel an ihrer Oberfläche aufgehängt ist. — Weil die Metallstangen durch die Wärme länger werden, so zieht man mit Recht Pendelstangen von lackirtem Kienenholz den metallnen vor.

Schlägt man einen Körper mit einer Stange so, daß er vom Schwingungspuncte derselben getroffen wird, so übt man auf ihn die größte Gewalt aus. Trifft ihn ein anderer Punct, so empfindet man eine unangenehme Prellung in der Hand.

§. 724.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

§. 724. Vom Fall auf der schiefen Ebene.

Der Körper Q Fig. 254. kann auf der gegen den Horizont geneigten Ebene cb nicht ruhen, weil sein Schwerpunct nicht senkrecht unterstützt ist: er wird, wenn er sich selbst überlassen bleibt, nach b hin mit einer geringern Kraft und Schnelligkeit fallen, als wenn er senkrecht fiele. Die Kraft, welche ihn auf cb herabtreibt, heißt sein relatives Gewicht, und hängt von der Neigung der Ebene ab. Absolutes Gewicht ist dasjenige, womit er auf eine horizontale Unterlage drückt. S. §. 614.

§. 725. Die Bewegung auf der schiefen Ebene ist, wie beim freien Falle, eine gleichmäßig beschleunigte, und die zurückgelegten Räume verhalten sich auch, wie die Quadrate der verflossenen Zeitsekunden. Aber der Fall in der ersten Sekunde ist weit geringer, und wird gefunden, wenn man die Höhe $= h$ der schiefen Ebene mit 15 Fuß (der Fallkraft beim freien Falle) multiplicirt, und das Product durch die Länge dividirt.

Formel: $\frac{h \cdot 15}{l} = f =$ der Fallkraft in der 1sten Sek.

Z. B. Es sey die Ebene 20 Fuß lang ($= l$) und 8 hoch ($= h$), wie weit fällt ein Körper auf derselben in der ersten Sekunde?

$$\frac{8 \cdot 15}{20} = 6 \text{ Fuß in der ersten Sekunde.}$$

Wie weit wird er nach 3 Sekunden gefallen seyn? Nach §. 711. wird er $15 \cdot 3^2$ (da hier anstatt 15 die 6 gilt), aber nur $3^2 \cdot 6 = 9 \cdot 6 = 54$ Fuß durchlaufen.

Die Kraft, welche ein Körper durch den Fall auf der schiefen Ebene am Ende ausübt, wird gefunden, wenn man das Quadrat der Zeitsekunden mit dem relativen Gewicht multiplicirt.

Formel; $z^2 \cdot g = k =$ der ausgeübten Gewalt.

§. 726. Die Geschwindigkeit des Körpers Q Fig. 254, der von c an nach b auf der schiefen Ebene fällt, ist in b eben so groß, als sie seyn würde, wenn er frei von c nach a fiele.

In

In der Figur 255. stellt die krumme Linie AMC einen Bogen von der Cycloide oder Radlinie (und zwar die Hälfte derselben) vor, welche krumme Linie die merkwürdige Eigenschaft hat, daß ein Körper, der in ihr herabgleitet, in derselben Zeit in c anlangt, er mag vom obersten Punct A, oder von irgend einem andern M auf derselben herabfallen. Auch erhält der Körper, der auf AMC herabrollt, in C dieselbe Geschwindigkeit, die er durch den senkrechten Fall nach AB bekommen würde. Jedoch sind nach der Figur des Weges die Zeiten verschieden. Der Körper gelangt nämlich nicht auf dem kürzesten Wege AnC am schnellsten nach C, sondern er wird am geschwindesten in C ankommen, wenn sein Weg den Bogen der Radlinie AMC beschreibt, in welcher AB der Durchmesser des Rades, und BC dem halben Umfange desselben gleich ist.

§. 727. Vom Stoße elastischer Körper. Elastische Körper erhalten durch den Stoß anfangs denselben Zuwachs an Bewegung, wie die unelastischen, allein durch ihre elastische Kraft wird die zusammengedrückte Masse alsobald den vorigen Raum wieder erfüllen, also eigentlich doppelt stoßen und gestoßen werden.

Es sey der eine elastische Körper A, seine Masse $= M$; Geschwindigkeit $= C$; der andere Körper $= B$; seine Masse $= m$; Geschwindigkeit $= c$; so ist in der allgemeinen

Formel: $\frac{MC + mc}{M + m} = G =$ gemeinschaftliche Geschwindigkeit durch die einfache Mittheilung.

A verliert nun $2\,(MC - GM)$ durch den doppelten Stoß, daher seine Geschwindigkeit nach dem Stoße $= \frac{(MC - GM)}{M}$.

B gewinnt $2\,(Gm - mc)$; daher seine Geschwindigkeit nach dem Stoße $= \frac{2\,(Gm - mc)}{m}$.

Z. B. Die elastische Kugel A habe Masse $= 8$ ℔; Geschwindigkeit $= 6$; die Kugel B habe Masse $= 4$; Ge-

Geschwindigkeit $= 0$, ruhe also; so ist $\frac{8.6+4.0}{8+4} = \frac{48}{12}$ $= 4 = G.$

A verliert nun $2.(8.6 - 4.8) = 2.(48-32) = 2.16 = 32$ durch den doppelten Stoß, daher ihre Geschwindigkeit nach dem Stoße $\frac{8.6-4.8}{8} = 6-4 = 2.$

B gewinnt $2.(4.4 - 4.0) = 2.16 = 32;$ ihre Geschwindigkeit ist daher $\frac{2.(4.4-4.0)}{4}$ $= \frac{32}{4} = 8.$

2tes Beispiel.

A hat Masse $= 8$, Geschwind. $= 6$; B hat Masse $= 4$, Geschw. $= 3$; und $\frac{8.6+4.3}{8+4}$ $= \frac{48+12}{12} = 5 = G.$

Nun verliert A $2(8.6 - 5.8) = 8.2 = 16$, behält also noch $8.6 - 16$, oder überhaupt 32 Grade der Bewegung, und eine Geschwindigkeit $= \frac{32}{8} = 4.$

Aber B gewinnt $2.(5.4.-4.3) = 2.(20-12) = 2.8 = 16$; hat also überhaupt $4.3 + 16 = 28$ Grade der Bewegung, und eine Geschwindigkeit $= \frac{28}{4} = 7.$

3tes Beispiel.

Wenn A Masse $= 2$, Geschwindigk. $= 16$ ($\overline{32}$) und B Masse $= 3$, Geschwindigk. $= 1$ ($\overline{3}$) hat, so ist $\frac{2.16+3.1}{2+3} = \frac{35}{5} = 7 = G.$

A verliert nun $2(2.16 - 7.2) = 2.18 = 36$ Grade. Sie hatte aber nur 32, folglich geht sie mit 4 Grad der Bewegung und $\frac{4}{2} = 2$ Geschwindigkeit zurück.

B gewinnt $2 . (7 . 3 - 3 . 1) = 2 . 18 = 36$ Grad, und da sie schon 3 Grad hatte, so hat sie nun 39, und eine Geschwindigkeit $= \frac{39}{3} = 13$.

4tes Beispiel. Wenn die Bewegungen entgegengesetzt sind.

$$\left.\begin{array}{l}\text{A habe Masse} = 3 \\ \text{Geschwindigk.} = 8\end{array}\right\} \underline{\quad 24 \quad} \quad \left.\begin{array}{l}\text{B Masse} = 2 \\ \text{Geschw.} = 7\end{array}\right\} \underline{\quad 14 \quad} \text{ so ist } \frac{24 - 14}{3 + 2}$$

$$= \frac{10}{5} = 2 = G.$$

A verliert $2 . (3 . 8 - 2 . 3) = 2 . 18 = 36$ Grade. Da sie nur 24 Grad hatte, so geht sie mit 12 Grad, und einer Geschwindigkeit von $\frac{12}{3} = 4$ zurück.

B gewinnt $2 . (2 . 2 + 2 . 7) = 2 . 18 = 36$ Grade; aber da sie 14 Grade entgegensetzt, so bleiben ihr nur 22 Grad und eine Geschwindigkeit $= 11$, rückwärts.

Gleiche elastische Kugeln, die einander begegnen, gehen mit verwechselten Geschwindigkeiten zurück.

Die verschiedenen Fälle, welche beim Stoß elastischer Kugeln vorkommen, sind wohl zu unterscheiden.

§. 728. Schief ist der Stoß, wenn das Centrum eines Körpers nicht senkrecht getroffen wird.

Z. B. es berühre die elastische Kugel B Fig. 257. auf ihrem Wege CB die ruhende A, so wird A nach der Richtung BD, welche durch die beiden Mittelpuncte geht, sich hinbewegen; B aber nicht nach H kommen, sondern nach BG abspringen, wenn sie mit A von gleicher Masse ist. Die Linie GB ist parallel FE, die senkrecht auf BD durch die Berührungspuncte geht.

Ist nun BH = der Geschwindigkeit der Kugel B, so ist das Parallogramm FHDE leicht zu zeichnen.

Anmerk. Klügel in seiner Encyclopädie S. 196. giebt folgende Regeln:

1. Die Summe der Producte aus den Massen in die Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße sind

sind gleich, wenn die Körper einerlei Richtung haben; der Unterschied jener Producte ist zu nehmen, wenn sie entgegengesetzte Richtung haben.

2. Die Summe der Producte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße sind gleich, die Körper mögen laufen, wie man will.

3. Die relative Geschwindigkeit vor und nach dem Stoße ist dieselbe, d. h. die Körper entfernen sich nach dem Stoße mit derselben Geschwindigkeit, mit der sie sich vorher näherten.

§. 729. Elastische Kugeln, die gegen eine vestste-hende Ebene geworfen werden, springen, gleich den Lichtstrahlen, unter gleichgroßen Winkeln zurück. Dies geschieht, wenn Ebene und Kugel, oder einer nur von beiden Körpern elastisch ist.

Die Gesetze vom Stoß elastischer Körper kommen beim Billard unaufhörlich in Anwendung.

Mathematische Berechnung der Töne.

§. 730. Theilt man eine Saite in zwei gleiche Theile, und läßt nur die eine Hälfte schwingen, so ist der Ton um 1 Octave höher, als der Ton der ganzen Saite; wird die Saite in 3 Theile getheilt, wovon nur 2 Theile tönen, so ist der Ton um eine Quinte höher, als der Ton der ganzen Saite. Die Töne einer vollen Octave haben daher zum Grundton ein Verhältniß, wie die Länge der schwingenden Saite zur Länge der Saite, welche den Grundton oder die 1 hören läßt. Grundton und Octave verhalten sich wie 2 : 1; oder die Octave ist $\frac{1}{2}$ Grundton; der Grundton verhält sich zur Quinte, wie 3 zu 2; oder die Quinte ist $\frac{2}{3}$. In der folgenden Tabelle ist das Verhältniß eines jeden Tones innerhalb einer Octave zum Grundton, den wir C nennen wollen, in einem Decimalbruch angegeben, wobei die Länge der Saite des Grundtons = 1 genommen ist.

Tabelle

Tabelle der Tonverhältnisse.

C : C Einklang = 1 : 1			. . . . .	1,0000
C : cis kleine Sekunde	25 :	24	. .	0,9600
C : des — —	16 :	15	. .	0,9375
C : d große Sekunde	9 :	8	. .	0,8889
C : dis übermäßige Sek.	75 :	64	. .	0,8533
C : es kleine Terz . .	6 :	5	. .	0,8333
C : e große Terz . .	5 .	4	. .	0,8000
C : eis übermäßige Terz	245 :	192	. .	0,7836
C : fes verminderte Quarte	32 :	25	. .	0,7812
C : f Quarte . . .	4 :	3	. .	0,7500
C : fis übermäßige Quarte	25 :	18	. .	0,7200
C : ges verminderte Quinte	36 :	25	. .	0,6944
C : g Quinte . . .	3 :	2	. .	0,6666
C : gis übermäßige Quinte	25 :	16	. .	0,6400
C : as kleine Sexte . .	8 :	5	. .	0,6250
C : a große Sexte . .	5 :	3	. .	0,6000
C : ais übermäßige Sexte	245 :	144	. .	0,5877
C : b kleine Septime	16 :	9	. .	0,5625
	(9 :	5)	. .	0,5555
C : h große Septime	15 :	8	. .	0,5333
C : ces verminderte Octave	48 :	28	. .	0,5208
C : c Octave . . .	2 :	1	. .	0,5000

§. 731. Es ist nicht möglich, die Töne in ihrer mathematischen Reinheit auszuüben, weil eine Fortschreitung in lauter reinen Verhältnissen zu weit vom Grundton abführen, und die Verbindung mit demselben endlich ganz aufheben würde. Überdies haben wir auf unsern Tasteninstrumenten für die freilich etwas verschiedenen Töne cis und des, dis und es, fis und ges u. s. w. nur eine Taste. Die dazu gehörige Saite muß nun so gestimmt werden, daß der Ton zwischen cis und des, fis und ges ꝛc. schwebt, um sowol als cis, als auch als des brauchbar zu seyn.

Diese nothwendige Unvollkommenheit hat die Folge, daß jedem Intervall etwas von seiner mathematischen Reinheit genommen wird. Man nennt dies Temperatur. Nur die Octaven bleiben vollkommen rein.

Von

Von den in voriger Tabelle angeführten 21 Tönen bleiben also nur folgende 12 übrig:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
c	cis des	d	dis es	e	f	fis ges	g	gis as	a	ais b	h	c

§. 732. Die gleichschwebende Temperatur ist dasjenige Verhältniß aller Töne innerhalb einer Octave, nach welchem die nothwendige Unvollkommenheit unter alle 12 Töne gleichmäßig vertheilt, folglich einem jeden etwas von seiner mathematischen Reinheit genommen wird. Die Töne verhalten sich umgekehrt, wie die Längen gleich dicker und gleich stark gespannter Saiten, oder gerade, wie die Geschwindigkeiten der Schwingungen. Heißt nun der Grundton 1 und die Octave 2, so lassen sich zwischen beide noch 11 Zahlen einschalten, die eine geometrische Progression bilden. Die erste Zahl ist die 12te Wurzel aus 2; die zweite ist das Quadrat dieses ersten Gliedes, die dritte der Kubus u. s. w.; die 12te ist die 12te Potenz, oder die 2 selbst, die Oberoctave. S. Klügel's Encyclop.

Mittelst der Logarithmen finden wir die zwölfte Wurzel aus 2 dadurch, daß wir ihren Logarithmen durch 12 dividiren, und dazu die Zahl suchen.

$$\begin{array}{l} \log. 2 = 0{,}3010300 \\ 12:)\overline{\phantom{0{,}3010300}} \\ \quad 0{,}0250858, \text{ wozu } 1{,}05946 \text{ gehört.} \end{array}$$

Die übrigen Zahlen findet man, wenn man den zwölften Theil des Logarithmen von 2 nach der Reihe mit 2, 3, 4 rc. multiplicirt, und die Zahlen dazu aufsucht, woraus folgende Tabelle für die gleichschwebende Temperatur entsteht.

	I.	II.	III
	Verhältnisse der Schwingungen,	der Saitenlängen.	Die ganze Saite = 2000, und die nicht schwingenden Theile gezählt.
c	1,00000 . .	1,00000 .	0
cis	1,05946 . .	0,94387 .	112,25
d	1,12246 . .	0,89090 .	218,20
dis	1,18921 . .	0,84090 .	318,21

I. Verhältniß der Schwingungen,		II. der Saitenlängen.	III. Die ganze Saite = 2000, und die nicht schwingenden Theile gezählt.
e	1,25992 . .	0,79370 .	412,60
f	1,33484 . .	0,74915 .	501,69
fis	1,41421 . .	0,70710 .	585,79
g	1,49831 . .	0,66742 .	665,16
gis	1,58740 . .	0,62996 .	740,08
a	1,68179 . .	0,59461 .	810,79
b	1,78180 . .	0,56123 .	877,54
h	1,88775 . .	0,52973 .	940,54
c	2,00000 . .	0,50000 .	1000,00

Das Verhältniß der Saitenlängen unter II. ergiebt sich, wenn man die unter I. gefundenen Zahlen halbirt, und umkehrt, d. h. h zu cis, b zu d macht u. s. w.

Die unter III. befindlichen Zahlen, welche die Länge des nicht schwingenden Theils einer Saite (die durch Stege verkürzt werden kann) angeben, findet man, wenn man die unter I. gegebenen Schwingungen von der Zahl 2000,00 abzieht und umkehrt. So giebt z. B. die Schwingung für h = 1887,75 von 2000,00 abgezogen, die Zahl 112,25 für cis in III.

Nach der letzten Berechnung unter III. werden die Monochorde abgetheilt.

§. 733. Eine vollkommen richtige gleichschwebende Temperatur auf dem Griffbrett einer Guitarre zu erhalten, verfahre man also:

Wenn das Instrument so weit fertig ist, daß Saiten darauf gezogen werden können, so beziehe man sie vorläufig mit Drathsaiten, und lasse sie einige Tage ruhig liegen, damit sich der Hals in die richtige Lage ziehe. Dann drücke man da die Saite mit einer Messerschneide nieder, wo sie die reine Octave angiebt. Weil Drathsaiten gleichförmiger, als Darmsaiten sind, so geben sie auch den Octavenpunct sicherer an. Dieser Punct wird nicht in der Mitte oder Hälfte der Saite liegen (weil dieselbe durch das Niederdrücken stärker ange-

spannt

spännt wird), sondern näher an das Ende der Saite fallen, wohin die Stege oder Bunde kommen, je höher dieselbe über dem Griffbrette schwebt. Er falle, wohin er wolle, so theile man allezeit seinen Abstand vom Halse (vom sogenannten Sattel) in 1000 Theile, und nehme davon für

E = 0	für H = 665,16
F = 112,25	C = 740,08
Fis = 218,20	Cis = 818,79
G = 318,21	D = 877,54
Gis = 412,60	Dis = 940,54
A = 501,69	E = 1000
B = 585,79	

solcher Theile. Soll die Theilung noch in die zweite Octave gehen, so nehme man von jeder Zahl die Hälfte, z. B. für f $\frac{112,25}{2} = 56,12$ und trage sie jenseit des Octavpuncts auf das Griffbrett. Auf diese Weise sind die Puncte, durch welche die elfenbeinernen Stege gelegt werden müssen, vollkommen genau bestimmt.

Daß man diese ganze Theilung sehr zart auf ein sauberes Lineal tragen, und bei allen eben so gearbeiteten Guitarren, die gleiche Saitenlänge und Neigung des Halses haben, wieder gebrauchen kann, sieht man ohne Erinnern.

Wohl verdient die Abtheilung der Stege die größte Aufmerksamkeit der Verfertiger, indem sich jede Nachläsigkeit durch Mißtöne rächt, die um so übler wirken, je ungleichförmiger die Saiten sind. Die in der Musikalischen Zeitung mitgetheilte Verfahrungsweise von H. Scheibler, so wie die mehrerer Künstler, ist mathematisch unrichtig, und nur erträglich zu nennen.

Vier-