Lehrbuch der Erziehung und des Unterrichtes

Ohler, Aloys K.

Mainz, 1863

B. Die Form des Rechenunterrichtes oder die Methode

urn:nbn:de:hbz:466:1-62615

B. Die Form des Rechenunterrichtes oder die Methode. §. 339.

Das Wissenswertheste hierüber läßt sich in folgende zwei Fragen zusammenfassen:

1. Welches sind die Grundsätze, die eine gute Methode im Rechenunterrichte besonders zu beachten hat?

2. Welche unter den bekannten Rechen-Methoden entsprechen den aufgestellten Grundsätzen?

I. Welches sind die Grundsätze, die eine gute Methode im Rechenunterrichte besonders zu berücksichtigen hat?

Es sind folgende:

Erster Grundsatz: Alles Rechnen muß auf Verständniß gegründet sein und zum Nachdenken auffordern. §. 340.

Vorbemerkung.

1.

Rechnen heißt — aus gegebenen Zahlen — abgesehen davon, ob ganz frei oder mit Benützung verstandener Regeln, ob ohne oder mit Ziffern, — andere finden; es ist also ein absichtliches Denken über Zahlen und Verhältnisse von Zahlen. Ein solches muß das Rechnen auf jeder Alters- und Unterrichtsstufe sein, wenn der Zweck desselben in vollem Maße erreicht werden soll.

Das verständige Rechnen beruht erstens auf dem richtigen Erkennen und Beurtheilen der in einer Aufgabe enthaltenen Sach- und Zahlverhältnisse, woraus sich die Art der Abhängigkeit der gesuchten Zahlen von den gegebenen ergibt, und woraus erkannt wird, durch welche Operationen an und mit den gegebenen Zahlen die gesuchten gefunden werden.

Ohne dieses richtige Erkennen und diese besonnene Beurtheilung ist gar kein bildendes Rechnen möglich. Letztere, welche ohne ersteres eine Unmöglichkeit ist, macht die Hauptsache beim Rechnen aus und muß jeder anzustellenden Operation vorhergehen und diese als nothwendiges Resultat erzeugen. Um die Art der Ausrechnung muß man sich daher zu Anfang gar nicht bekümmern, sondern nur nüchtern und ruhig die gegebenen Verhältnisse betrachten. Schlecht unterrichtete Schüler und Erwachsene fragen immer gleich und mit Unruhe und Aengstlichkeit darnach, wie man die Aufgabe ausrechnet (oder wie man sie ansetzt). Das findet sich aber ganz von selbst, sobald man die Aufgabe versteht. Versteht man sie nicht, so liegt das entweder an der Nichtkenntniß der Sach-, oder an dem Mangel der Erkenntniß der Zahlverhältnisse. Ist daher ein Schüler unfähig, eine Aufgabe aufzulösen; so muß der Lehrer, um die Hindernisse aus dem Wege zu schaffen, untersuchen, worin dieses Unvermögen seinen Grund hat, ob in dem Einen oder in dem Anderen oder in Beidem. Die anschauliche

Durchsichtigkeit der Aufgabe und die Lösung derselben muß aber stets der Ausrechnung vorhergehen, weil sich Jenes zu Diesem, wie Grund und Folge, Ursache und Wirkung verhält.

Es beruht zweitens das verständige Rechnen auf vollkommener, mündlicher Darstellung, nicht auf Uebereinstimmung des gefundenen Resultates mit dem im Buche angegebenen Facit und nicht auf dem Bestehen einer sogenannten Probe.

Wie anders will man sonst erfahren, daß der Schüler richtig gedacht hat, und auf welche andere Weise will man den Schüler nöthigen, richtig zu denken? — Erst dann, wenn er diese Anforderung befriedigt hat, läßt man ihn an die Ausrechnung gehen. Hat man in dieser Beziehung verbildete Schüler vor sich, die überall nach dem Facit haschen; so läßt man sie, um sie aus dieser falschen Richtung herauszunöthigen, viele Aufgaben beurtheilen und lösen, ohne die Ausrechnung beizufügen. Dadurch ergreifen sie thatsächlich das Wesen der Sache, welches nicht in der Ausrechnung, sondern in der verständigen Beurtheilung liegt. In ihr ruht das Bildende des Rechenunterrichtes und das Vergnügen an der Beschäftigung mit demselben.

Der Lehrer lasse darum im Rechenunterrichte seine Kinder nie Etwas thun, was sie nicht vorher verstanden haben; bei Allem müssen sie nachdenken und der Gründe bewußt sein oder werden, warum sie es thun. Nie dürfen die Kinder bewußtlos rechnen; denn ein bewußtloses Rechnen ist blinder Mechanismus.

Als Regel muß gelten:

1) Der Schüler darf so lang nicht zur Auflösung und zum Ausrechnen zugelassen werden, bis er die Sach- und Zahlverhältnisse der Aufgabe erkannt hat.

2) Der Ausrechnung muß, sobald der Lehrer nur im Mindesten zweifelt, ob der Schüler bei all seinem Nachdenken die Verhältnisse für sich allein herausfinden könne, eine in jeder Beziehung genügende mündliche Darstellung vorhergehen.

In allen Fällen muß dieselbe mündlich so gegeben werden, daß nicht die geringste Unbestimmtheit vorkommt und zwar überall mit scharfer Betonung, mit Hervorhebung der Wörter, in welchen die neue Vorstellung liegt, aus welcher die Art der zu wählenden Operation hervorgeht.

2.

In der Sache gibt es nur ein Rechnen, nämlich ein Rechnen mit Ueberlegung, mit Nachdenken, mit Einsicht und Bewußtsein, d. i. mit Verständniß. Geschieht dasselbe ohne Gebrauch äußerer Mittel, so nennt man es Kopfrechnen; gebraucht man dabei auch äußere

Zeichen, namentlich Ziffern, so heißt es Ziffer- oder schriftliches, auch Tafelrechnen.

Im Wesen des elementarischen Rechnens gibt es also keinen Unterschied zwischen Kopf- und Tafelrechnen; denn beides ist Kopf- und nicht Handarbeit. Der Unterschied besteht nur darin:

1) Daß man bei Letzterem um der bequemen schriftlichen Darstellung willen oder um dem Gedächtnisse zu Hilfe zu kommen oder behufs der Fertigkeit in den Operationen (bei größeren Zahlen und verwickelteren Aufgaben) die Ziffern anwendet und damit der aus unserem Zahlensystem hervorgehenden Art, die Zahl zu schreiben, sammt gewissen daran sich knüpfenden Regeln zu folgen genöthigt ist.

2) Daß man beim Kopfrechnen nur an die Zahlen, resp. Zahlvorstellungen und an gar keine Zeichen, also auch durchaus an keine Ziffern denkt und leichtere Aufgaben mit nicht allzugroßen Zahlen, frisch und rasch weg, ohne Griffel und Feder rc. rc. löst.

3) Daß man sich beim Nichtgebrauche der Ziffern viel freier bewegt.

Das Tafelrechnen geschieht oft oder meistens um Anderer willen, welchen man vollzogene Rechnungen vorlegen will. Des allgemeinen Verständnisses wegen hat man darum bestimmte Darstellungsweisen, Ansätze, Regeln rc. rc. angenommen, von welchen man sich im Gewöhnlichen deßhalb nicht entfernt, weil sie durchgehends in scharfsinniger Weise einen möglichst kurzen, leicht zu übersehenden Weg einschlagen. In dieser Beziehung herrscht beim Tafelrechnen eine Gebundenheit. Beim Kopfrechnen dagegen herrscht viel mehr Freiheit, welche eigene Bewegung, Auswahl und Belieben zuläßt. Wohl verstandene, aber auch nur dann erlaubte Abkürzungen, Vortheile rc. rc. führen hier oft überraschend schnell zum Ziele. Darum lieben geistig bewegliche Kinder so sehr das Kopfrechnen. Es gefällt ihnen, eine Aufgabe in mehrfacher Art, auf ihre Weise, zu behandeln und zu lösen. Diese Seite des Kopfrechnens ist außerordentlich bildend, weil sie am meisten geeignet ist, eine Aufgabe verschieden lösen zu lassen und den Scharfsinn der Kinder vielfach zu üben. Strebe darum jeder Lehrer, die Kopfrechenaufgaben durch möglichst mannigfaltige Auflösungsweisen vollziehen zu lassen; denn es ist besser, **ein Exempel auf zehnerlei Weise, als zehn Exempel auf einerlei Weise zu rechnen!**

1. Einige Regeln für das Kopfrechnen. §. 341.

Erste Regel.

Das Kopfrechnen ist immer in Verbindung mit dem Tafelrechnen, jedoch so zu lehren, daß es letzterem in der Uebung überall voran geht.

1) Schon im Leben steht das Kopfrechnen dem Tafelrechnen voran; denn den Kopf nimmt man überall mit hin, Tafel, Papier, Kreide, Bleistift rc. rc. hat man aber nicht überall bei sich. Es kommt deßhalb ein guter Kopfrechner viel weniger in Verlegenheit, als ein nur im Tafelrechnen Geübter.

2) Durch das Kopfrechnen wird auch das Tafelrechnen am allerbesten vorbereitet. Die Zahlvorstellungen und Zahlverhältnisse müssen im Kopfrechnen an kleinen Zahlen recht verstanden und erfaßt werden; erst dann ist es möglich, das Erfaßte mit Verständniß auf größere Zahlen beim Tafelrechnen anzuwenden. **Daraus folgt, daß Kopf- und Tafelrechnen immer in engster Verbindung**

mit einander zu lehren sind, und daß bezüglich des Stoffes in beiden Rechnungsweisen stets Dasselbe zu nehmen ist.

Aus beiden Gründen wünschen wir, daß das Kopfrechnen bei den Kindern als unmittelbare Uebung auftritt, ohne aber dem Tafelrechnen Eintrag zu thun. Es ist dies ganz gut möglich, da Letzteres in der Schule auch als ein Mittel zur stillen Beschäftigung benützt und zu Hause ein Gegenstand der Uebung sein wird.

Zweite Regel.

Beim Kopfrechnen sehe man nur auf den inneren Werth der Zahl, nicht auf ihre äußere Darstellung in Ziffern.

Es gibt zwar Menschen, die beim Kopfrechnen nicht an die Zahlen denken, sondern nur die Ziffern dafür vor sich sehen, die einzelnen Stellen nach ihrem dekatischen Werthe behandeln, also in der Regel sehr viel Einzelnes zu behalten haben und dennoch mit Fertigkeit und Sicherheit rechnen; aber dies sind nur seltene Fälle. Ein solches Verfahren ist ein reiner Mechanismus und für die Meisten eine wahre Quälerei, weil der Verstand dabei fast gar nicht, das Gedächtniß dagegen in sehr hohem Grade in Anspruch genommen wird. — Die eigentlichen Vortheile des Kopfrechnens gehen dadurch verloren, und es hält außerordentlich schwer, solche falsche Gewöhnung wieder zu vertilgen. Im Allgemeinen wird Derjenige, der sich statt der Zahlen die Ziffern denkt, nie sicher, leicht und schnell im Kopfe rechnen lernen. Man beuge darum dieser verkehrten Richtung durch den ganzen Gang des Unterrichtes sorgfältig vor; insbesondere lehre man die Ziffern nie früher, als die Zahlen kennen.

Dritte Regel.

Man übe mit den Schülern solche Operationen und Resultate, welche sehr häufig vorkommen, ganz fest ein und suche eine Mehrheit von Operationen auf möglichst wenige, eine Reihe von Zahlen auf eine kleinere Anzahl und große auf kleinere zurückzuführen.

Unsere Kinder sollen Vieles und oft Schweres lernen. Der Lehrer erleichtere ihnen darum, was jedem Erwachsenen schon schwer fällt, wo und wie er es kann. Dadurch entsteht Lust am Unterrichte.

Hat man z. B. eine Reihe von Summanden zu behalten, so bringe man sie in eine Summe, weil es leichter ist, eine Zahl zu behalten, als mehrere. Hat man mit großen Zahlen zu operiren, so thue man dieses nicht immer unmittelbar, sondern suche dieselben in kleinere zu zerlegen und aus der großen Aufgabe mehrere kleine zu machen, um eine nach der anderen aufzulösen, das Resultat sich im Gedächtnisse zurecht, gleichsam zurück zu legen, nachher mit dem zweiten zu verbinden u. s. w. Freilich kommt es dabei auf die Natur der Aufgabe an, ob dadurch wirklich eine Erleichterung entsteht oder das Gegentheil. Jedenfalls aber trachte man darnach, daß man im Verlauf der Aufgabe, wo möglich, immer nur eine Zahl, als Resultat des bisherigen Ganzen, zu behalten hat; sonst entsteht leicht Ermüdung, Verwechselung und Verwirrung.

Vierte Regel.

Man schließe die Reihenfolge der vorzunehmenden Operationen genau an den sprachlichen Ausdruck an und komme dem Gedächtnisse durch mündliche Wiederholung der bereits gewonnenen Resultate zu Hilfe.

Soll man z. B. eine complexe oder Collectiv-Zahl, etwa 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth., mit einer Zahl, z. B. mit 8 multipliciren; so beginnt man die Multiplication mit den Zentnern, schreitet dann zu den Pfunden fort ɪc. ɪc., weil wir die Gewichte in dieser Ordnung, von den höheren zu den niederen Einheiten, zu nennen **gewöhnt** sind. — Hätte man zu 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth. noch 10 Zntr. 12 Pfd. 2 Lth. hinzuzufügen, so spreche man nicht: 10 Zntr. zu 5 Zntr. = 15 Zntr., sondern: 10 Zntr. zu 5 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth. = 15 Zntr. 58 Pfd. 7 Lth.; dazu noch 12 Pfd. gibt 15 Zntr. 70 Pfd. 7 Lth.; dazu noch 2 Lth. gibt 15 Zntr. 70 Pf. 9 Lth. Der wiederholte Ausdruck hindert das Vergessen oder Verwechseln.

Fünfte Regel.

Man spreche jede Aufgabe nur einmal, aber langsam, laut, deutlich und ohne Einschaltung oder erläuternde Bemerkungen vor, betone aber die wichtigeren Wörter besonders und scharf.

Wissen die Schüler, daß man eine Aufgabe mehr als einmal nennt, so ist ihre Aufmerksamkeit nicht gespannt genug, und es ist keine Grenze mehr vorhanden, wo man aufhören soll; denn spricht man eine Aufgabe um eines Schülers willen zweimal, warum soll man sie um eines noch weniger aufmerksamen Schülers willen nicht zum dritten Male sagen? u. s. w. Eine Ausnahme der Regel ist nur da zu gestatten, wo es die Natur der Sache selbst fordert; deßhalb spreche man in jeder Aufgabe alles Wichtige, die Zahlwörter besonders, mit scharfen Accenten. Dadurch erleichtert man den Schülern die Sache außerordentlich und gewöhnt sie von selbst zu präcisem Sprechen.

Sechste Regel.

Man mache die Kinder auf einzelne Kunstgriffe und sogenannte Vortheile, die sich oft im Fortschritte des Rechnens von selbst ergeben, aufmerksam.

So kann man statt einer Zahl eine bequemere, runde wählen, und nachher den Fehler verbessern. Z. B. statt 98 zu addiren oder damit zu multipliciren, nimmt man 98 = 100 — 2; statt 148 von 312 abzuzählen, zählt man 148 von 300 ab und fügt zu dem Reste 12 hinzu ɪc. ɪc. — Man verwechsele bei der Multiplication die Factoren mit einander, wenn dadurch eine Erleichterung entsteht; z. B. statt 100 mal 97 Pfd. setzt man 97 mal 100 Pfd. = 97 Zntr.; u. s. w.

Auf solche Vortheile und Kunstgriffe kommen die Schüler größtentheils von selbst. Die Anwendung derselben ist jedoch nur dann zu empfehlen, besser gesagt, zu erlauben, wenn die Schüler sie ganz verstehen und die Gründe des Verfahrens einsehen. Nur so haben sie einen praktischen Werth, und nur so beruht auf ihrer Anwendung zum großen Theile die Fertigkeit und Festigkeit im Kopfrechnen. Ein bloßes Abrichten nach denselben ist nicht nur ohne Werth, sondern tödtet durch Förderung des mechanischen Rechnens alle wahre Geistesthätigkeit.

Da es solcher Kunstgriffe zahllose gibt, so wähle man nur die aus, die am häufigsten benützt werden können und vergesse dabei nicht, daß diejenigen, welche nicht verstanden oder Gegenstand steter Uebung sind, im Leben gar bald wieder vergessen werden.

Besonders hüte man sich vor einem Haschen nach denselben und vor einem Rechnenwollen nach lauter Kunstgriffen, vor einem sogenannten Kunststückrechnen. So nützlich Vortheile und Kunstgriffe, zur rechten Zeit und am rechten Orte angewendet, sind, so würden sie bei überhäufter Anwendung nur ein Zeugniß wider den Lehrer sein, trotzdem daß sie dem Unkundigen oft Staunen abnöthigen.

Man wende darum nur praktische Vortheile an und nie solche, die nur Spielerei 2c. 2c. sind. Wo das Regelrechnen oder das Rechnen nach Vortheilen ebenso viel Zeit in Anspruch nimmt, als das gewöhnliche, da lasse man den Vortheil; er ist keiner.

Siebente Regel.

Man gewöhne die Schüler an Ruhe und Besonnenheit, sehe bei der Lösung und bei der Rechtfertigung der Lösung auf Erzielung einer sprachlichen Gewandtheit und eines glatten Ausdruckes und dulde kein Stottern oder zwei-, drei- bis mehrmaliges Wiederholen eines Ausdruckes, Satzes oder Satzanfanges.

Schnelligkeit und Raschheit im Fragen und Antworten bezeichnen den eifrigen Lehrer und die ihm ähnlich gewordenen Schüler; aber die Besonnenheit und Ruhe des Geistes dürfen, zumal beim Kopfrechnen, nicht fehlen. Verwickelt sich ein Schüler, so lasse man ihn ruhig die Entwickelung wieder von vornen anfangen, und setze seiner Unruhe feste, männliche Haltung entgegen. Die Rücksicht auf die Erzielung einer sprachlichen Gewandtheit und eines glatten Ausdruckes, so wie das Unterdrücken alles Stotterns ist eine wesentliche Stütze zum besseren Gedeihen aller übrigen Lehrgegenstände, insbesondere zur sprachlichen Bildung.

§. 342. 2. Einige Regeln für das Tafelrechnen.

Erste Regel.

Die Rechenaufgaben, welche gegeben werden, dürfen die Schüler nie zuerst in einem Ansatze niederschreiben.

Zweite Regel.

Die Schüler haben die zu berechnenden Aufgaben immer zunächst nach ihrer Auffassung und Ueberlegung unter Benützung möglichst einfacher Formen und ganz aus eigener Kraft zu lösen.

Es versteht sich hierbei von selbst, daß der Schüler zur Lösung der betreffenden Aufgaben stets genugsam vorbereitet ist. Soll dieselbe nicht aus eigener Kraft gelingen, so muß der Lehrer daraus erkennen, daß die Vorbereitung noch nicht genügend war, und er hat zu ergänzen, was noch fehlt. Man hüte sich hier insbesondere vor Uebereilung oder gar vor ungerechten Zumuthungen.

Dritte Regel.

Was der Schüler schreibt, muß er rein und richtig schreiben und zu rechtfertigen wissen.

Vierte Regel.

Die gelösten Aufgaben müssen immer genau controlirt werden; dabei ist stets darauf zu sehen, ob dieselben auch allseitig und richtig verstanden sind.

Es ist keineswegs unwichtig, in welcher Art die schriftlichen Rechnungen von den Kindern ausgeführt werden. Ihre Wichtigkeit leuchtet ein, wenn man berücksichtigt, daß im wirklichen Leben, insbesondere, wo es sich um Wichtiges, um einen Verlust 2c. 2c. handelt, der größeren Sicherheit wegen am häufigsten vom schriftlichen Rechnen Gebrauch gemacht wird. Soll es aber praktischen Werth haben, so muß es in einfachen Formen gelehrt werden, die leicht vom Auge gefaßt, vom Gedächtnisse festgehalten werden können und vor allen Dingen vor der Anwendung derselben von den Kindern verstanden sind.

Zweiter Grundsatz: Nur durch Anschauung gibt es klare Vorstellungen von der Zahl, den Zahlverhältnissen und den Zahloperationen. §. 343.

Vorbemerkung.

Hauptgrundsatz, wie für jeden Zweig des Elementarunterrichtes, so ganz besonders für die Methode des elementarischen Rechenunterrichtes, ist die Anschaulichkeit; denn nicht nur die ersten Zahlvorstellungen werden aus sinnlicher, durch äußere Mittel veranlaßter Anschauung gewonnen, sondern alle Zahlverhältnisse und alle Operationen an und mit der Zahl müssen auf ursprünglich rein anschauliche Erkenntniß zurückgeführt werden. Regeln und Ziffern können dafür nie als Veranschaulichungsmittel benützt werden.

Allgemeine Begriffe, positive Vorschriften und Regeln im elementaren Rechenunterrichte an die Spitze stellen wollen, um davon auszugehen, ist durchaus unstatthaft. Es ist nicht nothwendig, daß die Schüler die einzelnen Fälle unter allgemeine Regeln bringen; denn sie tragen Nichts zur klaren Auffassung und Behandlung derselben bei. Doch sind sie für den Unterricht deßhalb nicht zu verwerfen oder von demselben auszuschließen, weil sie zu rechter Zeit, am rechten Orte und in der rechten Weise angebracht, viel nützen. Wir erwähnen hier nur des Einen, daß sie bei vorausgegangener klarer Auffassung und Behandlung die Rückerinnerung an das Gelernte und den Gebrauch desselben wesentlich erleichtern. Hauptsächlich aus diesem Grunde und als weitere Uebung wird von vielen Pädagogen die Aufstellung von Regeln und deren Aufzeichnung mit beigefügten Beispielen in besondere Hefte vielfach empfohlen. Es hat Dies gewiß sein unläugbares Gute sowohl in der Schule zur Wiederholung, als nach der Schule, um das Erlernte vor Vergessenheit zu bewahren, oder wenn sie eintrat, dasselbe auf's Neue sich in's Gedächtniß zurück zu rufen. In diesem Sinne empfehlen auch wir deren rechte Anwendung. Dabei ist jedoch nicht zu vergessen, daß die Regeln bei Schülern, welche zur Denkscheu und zum mechanischen Verfahren Neigung haben, das tiefere Eingehen in das Verständniß hindern. Der Schüler soll immer zuerst nur Einzelheiten, Spezielles kennen, beurtheilen und behandeln lernen; er soll die Operation und die einfachsten Wege zur Lösung von Aufgaben wohl unter Leitung, aber selbst finden, sehen und anschauen und sich zu dem Allgemeinen hinaufschwingen, damit er im Gebiete der Regeln und Begriffe überall auf dem festen Boden der Anschauung stehe. Wenn daher im guten, geistbildenden Rechenunterrichte auch von Ansätzen und von Rechenregeln die Rede ist, so treten sie immer erst nach vollkommen erlangter Einsicht der Sache auf.

Das Prinzip der Anschaulichkeit soll also den ganzen elementaren Rechenunterricht beherrschen. Aber worin besteht die Anschaulichkeit der Zahlvorstellungen? — Durchaus nicht darin, daß man sich der Striche, Punkte, Würfel rc. rc. bedient, sondern darin, daß man sich bei allen Zahlen die Menge der Einheit deutlich vorstellt, die sie enthalten. Darum müssen dieselben auf die Grundvorstellung Eins und (späterhin) auf die Einheiten höherer Ordnung zurückgeführt werden. Nur in diesem Sinne bedient man sich der verschiedenen Anschauungsmittel, der Punkte, Striche, Würfel rc. rc., durchaus nicht der Ziffern; denn diese hindern die Schüler Anfangs zu sehr an der klaren Auffassung der Zahl. Also zuerst rechnet man mit Zahlen (Zahlenvorstellungen, Veranschaulichung derselben und der mit ihnen vorzunehmenden Operationen durch Striche, Würfel, Stäbchen rc. rc.), dann kommt der Mitgebrauch von Ziffern hinzu; erst die Sache mit Versinnlichungsmitteln ohne Ziffern, dann das sichtbare Zeichen, d. h. die Ziffern.

Zur Erleichterung für jüngere Lehrer geben wir in Nachfolgendem eine Besprechung der im Rechenunterrichte am meisten gebräuchlichen Veranschaulichungsmittel.

§. 344. 1. Die im Rechenunterrichte gebräuchlichen Veranschaulichungsmittel.

Zu den gewöhnlichsten Veranschaulichungsmitteln der Zahlen im Zahlenraume von 1 bis 10 gehören Striche, Punkte, die 10 Finger, sowohl die des Kindes, wie die des Lehrers, Bohnen, Würfel, Steine, Klicker, Nüsse, Aepfel, Birnen, Tafeln, Bücher, Griffel, Lineale, Stäbchen u. s. w. Neben diesen Dingen gebrauchen viele Lehrer die Einertabelle von Pestalozzi mit gutem Erfolge.

Es würde die Abstraction unmöglich machen, wenn man sich in den ersten Anfängen als Anschauungsmittel nur eines oder zweier Dinge bedienen wollte. Wir gehen deßhalb von dem Grundsatze aus, alle Dinge, welche die Sache deutlich veranschaulichen, für sich bestehen und dem kindlichen Leben bekannt sind oder doch nahe liegen, sowie leicht in ihrer Zahl unterscheidbare Theile und Eigenschaften derselben, ebenso ihre Thätigkeiten z. B. Schritte, kurze Schläge und andere Bewegungen mit der Hand rc. rc. zur Erreichung unseres Zieles zu benützen.

Ueberhaupt sei man hier nicht zu ängstlich oder zu sparsam; je mannigfaltiger die Gegenstände sind, um das zu Erklärende zu veranschaulichen, desto klarer wird sich die Vorstellung von dem Erklärten in dem Kinde feststellen, und desto lebendiger wird der Unterricht.

Die von Einigen gemachte Warnung, zur Veranschaulichung von Zahlen und Zahloperationen nur nicht solche Dinge zu wählen, welche den Kindern leicht zu zerstreuenden Nebenvorstellungen und Spielereien Anlaß geben oder in ihnen ungewohnte und darum auffallende, possierliche oder appetiterregende Gedanken erwecken, als Geldstücke, Rechenpfennige, Knöpfe, Bohnen, Kirschen, Aepfel ꝛc. ꝛc., beruht auf sehr schwachen und einseitigen Gründen. Die Hauptsache ist hier, die rechte Behandlungsweise nie aus dem Auge zu verlieren, indem es überall gilt, die Kinder zum Bewußtsein der Eigenschaften zu bringen, welche zur abstracten Zahl gehören; deßhalb muß man die Eigenschaften, welche den Dingen als solchen angehören, zurücktreten lassen, damit diese als bloße Einheiten erscheinen.

Zur Veranschaulichung größerer Zahlen benützt man ebenfalls Stäbchen, die man in Bündel zu zehn, um die Zehner, zu hundert ꝛc. ꝛc., um die Hunderter ꝛc. ꝛc. darzustellen, binden kann, Tafeln mit Strichen, wie die erweiterte Pestalozzi'sche Einheitstabelle oder die Denzel'sche Leiter, die Tillich'sche Rechenmaschine, das russische Rechenbrett, die Nummerirmaschine von Adolph Coßmann, die Rechenmaschine von Mühlpfordt u. s. w.

Mehrere der angeführten Veranschaulichungsmittel leisten wesentliche Dienste bei Erklärung des Zehnersystemes.

Zur Veranschaulichung der Brüche bedient man sich am Besten der vor den Augen der Kinder durch sie selbst oder durch den Lehrer vorgenommenen Theilung von ihnen ganz bekannten Dingen in gleiche Theile oder Stücke, z. B. von Aepfeln, Birnen, Wecken, gleich großen und gleich dicken Stäbchen, gleich großen Bogen Papier, Stückchen Schnur, Band, Kortel, Linien ꝛc. ꝛc. oder in Verbindung damit auch der sehr praktisch eingerichteten Rechenmaschine von Mühlpfordt, so wie auch der Pestalozzi'schen Bruchtabelle.

Beim Gebrauche der Veranschaulichungsmittel gelte die Regel: Einmal oder einigemal vor den Augen der Kinder mit einem oder einigen Veranschaulichungsmitteln lebendig zu operiren oder sie selbstthätig operiren zu lassen, nützt mehr, als hunderterlei Veranschaulichungsmittel mit todter Manier vor die Kinder zu bringen.

Im letzteren Falle begaffen sie nur die neuen Dinge; Das, was sie aber verstehen, auffassen und abstrahiren sollen, geht nutz- und spurlos an ihnen vorüber. Der Lehrer benütze darum die ihm zu Gebote stehenden Veranschaulichungsmittel nur immer auf die rechte Weise. (Siehe die Muster zur praktischen Behandlungsweise des Rechenstoffes.) — Sie sind jedoch nie länger beizubehalten, als sie zu einer verständigen Auffassung bei den Kindern nöthig sind; bei schwächeren Kindern demnach länger, als bei geweckten.

Die für den Rechenunterricht eigens eingerichteten Veranschaulichungsapparate sind wohl alle, wenn der Lehrer seine zufällige Umgebung gehörig zu benützen weiß, keineswegs unbedingt nothwendig; doch gewähren sie oft große Vortheile. Für angehende Lehrer ist es darum gewiß von Interesse, dieselben näher kennen zu lernen. Wir lassen deßwegen von den Wichtigeren eine Zeichnung oder eine Beschreibung, oder wo wir es für nöthig erachten, beides in Verbindung mit einander hier unten folgen. Darnach wird es nicht schwer sein, sich dieselben selbst anzufertigen oder anfertigen zu lassen.

§. 345. 2. Beschreibung einiger für den Rechenunterricht speziell eingerichteter Veranschaulichungsmittel.

a) Die Einertabelle von Pestalozzi.

Statt der Beschreibung geben wir hier die schon für sich allein verständliche Zeichnung.

```
|
||
|||
||||
|||||
||||||
|||||||
||||||||
|||||||||
||||||||||
```

b) Die erweiterte Einertabelle von Pestalozzi.

Die erweiterte Pestalozzi'sche Einertabelle stellt die Zahlen nicht in Ziffern dar, sondern deutet die Menge der Einheiten durch einzelne Striche an.

Sie ist durch größere und dickere Linien in zehn wagrechte und in zehn senkrechte Reihen getheilt. Jede wagrechte und jede senkrechte Reihe enthält zehn Vierecke. Das Ganze ist also in zehnmal zehn Vierecke eingetheilt.

In jedem Vierecke der 1. wagrechten Reihe steht 1 Strich;
" " " " 2. " " stehen 2 Striche;
" " " " 3. " " " 3 "
" " " " 4. " " " 4 "
| | |
" " " " 10. " " " 10 Striche.

In der 1. wagrechten Reihe stehen also 10 mal 1 Strich;
" " 2. " " " " " 2 Striche;
" " 3. " " " " " 3 "
" " 4. " " " " " 4 "
| |
" " 10. " " " " " 10 "

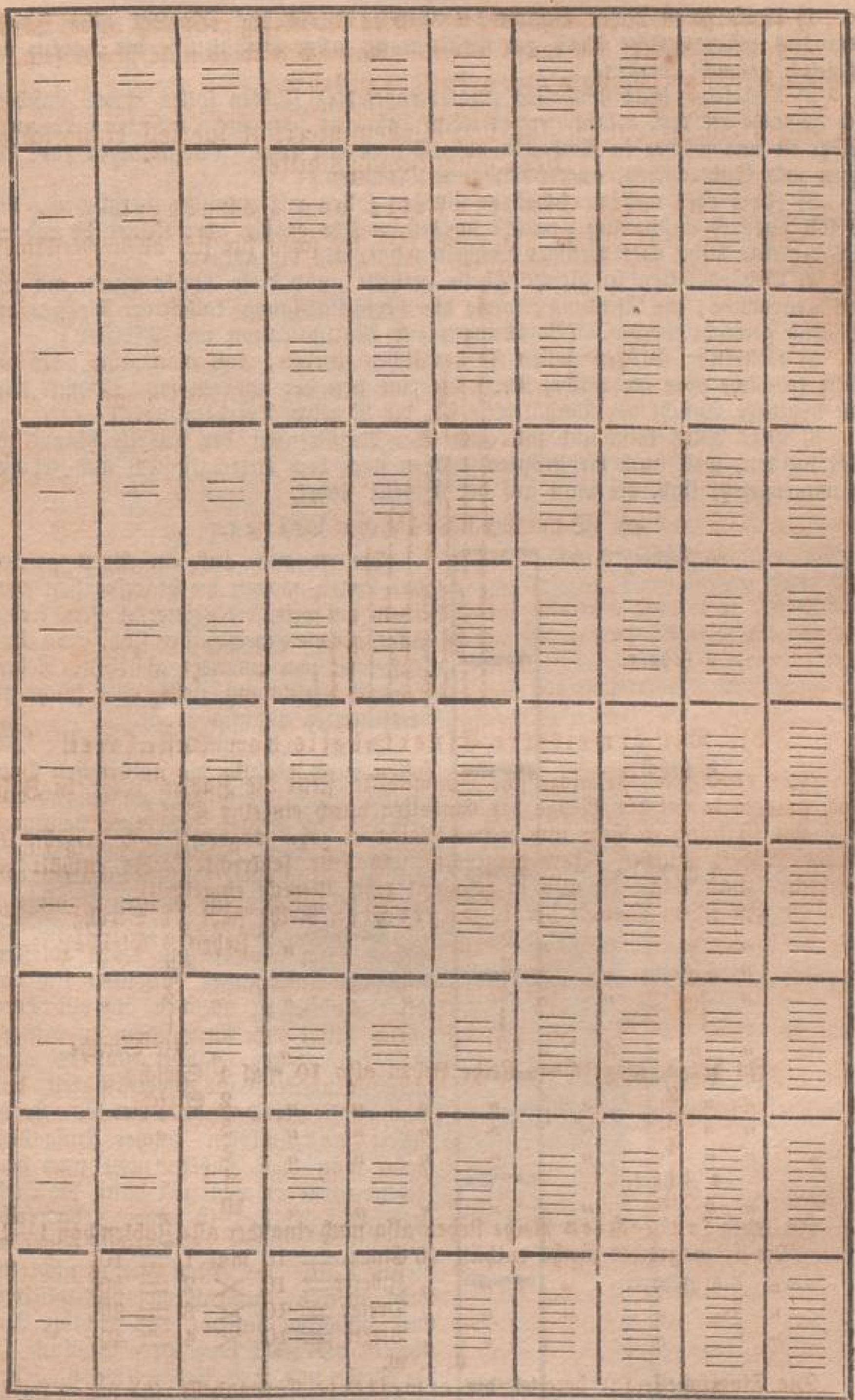
In jeder senkrechten Reihe stehen also nach einander alle Zahlen von 1—10.

Die 1. wagrechte Reihe enthält 10 Einer = 10 mal 1 = 10;
" 2. " " " " Zweier = 10 × 2 = 20;
" 3. " " " " Dreier = 10 × 3 = 30;
" 4. " " " " Vierer = 10 × 4 = 40;
u. s. w.

Die Einertabelle (a) bereitet die erweiterte Einertabelle (b) vor. Hauptsache ist, die Erstere, wie die Letztere im lebendigen Unterrichte vor den Augen der Kinder entstehen zu lassen. Zur Abwechselung kann man sich dabei nicht nur der Striche, sondern auch der Punkte, Quadrate, Kreise u. s. w. bedienen. Auf diese Weise läßt sie sich bei jeder Rechenmethode gleich gut anwenden.

Wir lassen hier eine solche im verjüngten Maßstabe und zwar in Strichen ausgeführt, folgen.

Die erweiterte Einertabelle von Pestalozzi.



Nach dieser Zeichnung läßt sich leicht eine andere Tabelle im vergrößerten Maßstabe anfertigen. — Beim Vervielfachen und Messen, d. i. beim „Ein-mal-Eins“ und bei dem sogenannten „Eins-in-Eins“, sowie bei der Verwandlung von Einheiten niederer Ordnung zu solchen von höherer Ordnung und umgekehrt, wird die fertige Tabelle ihre guten Dienste thun. Ihr Werth tritt da am deutlichsten hervor, wo die Zahlen nach und nach größer und der Dinge, welche dieselben veranschaulichen sollen, so viele werden, daß dann nur noch schwer mit ihnen zu operiren ist. Was den Zweck und Nutzen derselben betrifft, so soll

1) durch jeden dieser Striche die **Einheit** als das Element aller Zahlen oder das ursprüngliche Maß zur Bestimmung aller Verhältnisse der Zahlen anschaulich gemacht werden.

2) Kollektive (aus Einheiten zusammengesetzte) Zahlen sollen ebenso anschaulich gemacht werden, indem gezeigt wird, daß eine jede aus Einheiten zusammengesetzt ist und wieder in Einheiten aufgelöst werden kann. (Vorübungen zum Addiren und Subtrahiren, auch schon zum Dividiren.)

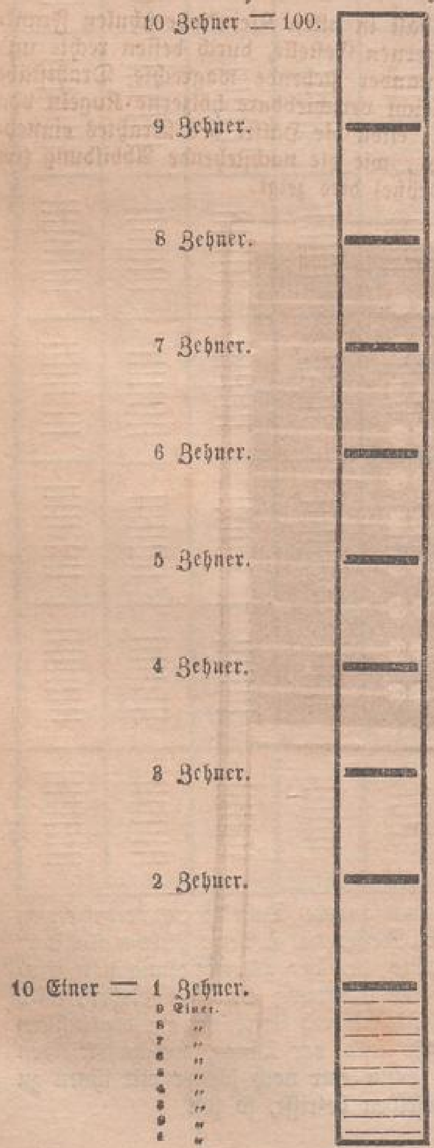
3) Zwei oder mehrere kollektive Größen sollen mit einander verglichen, und es soll dadurch anschaulich gemacht werden, welche größer oder kleiner ist und wie viel die eine mehr oder weniger Einheiten hat, als die andere.

4) Größen sollen in gleiche Theile getheilt, und diese Theile öfter, als einmal genommen, die Theilung, sowie die Vervielfältigung kollektiver Größen anschaulich gemacht werden. (Vorübungen zur Multiplication und Division)

5) Kollektive Größen sollen so verglichen werden, daß man zeigt, der wie vielte (einfache oder mehrfache) Theil die eine von der anderen sei. (Damit wird eine deutliche Ansicht der Verhältnisse für die Regel-de-Tri begründet.)

6) Dies Alles kann und soll auch über die Grenzen der Tabelle hinaus gezeigt werden, weil auch die größten Größen nach dem Decimalsystem aus Zehnern zusammengesetzt sind, die man auf der Tabelle findet.

c) Die Denzel'sche Leiter.



Sie ist eine auf ein Brett gezeichnete Leiter, wovon die Einersprossen etwa einen Zoll weit, die Zehnersprossen, welche dicker, als die Einersprossen sind, etwa einen Fuß weit von einander abstehen. Nebenstehende Zeichnung stellt eine solche im verkleinerten Maßstabe vor.

Denzel sagt von dieser Leiter: „Es sollen durch dieselbe die natürlichen Haltpunkte des Zehnersystems anschaulich dargestellt, und jeder Zahl ihre bestimmte Stelle in dem Zehnersystem bezeichnet werden. Auf einer solchen Localkenntniß der Zahl beruhen die meisten Kunstgriffe im Rechnen, und aus ihr läßt sich der Grund ihrer Anwendung leicht ableiten. Aus der Anschauung entwickelt sich von selbst ein Gesetz, welches als durchherrschend leicht zum Bewußtsein zu bringen ist. Bei großen Zahlen gibt es ohne diese Haltpunkte keine Zuverlässigkeit, daß man richtig gerechnet habe und keine Leichtigkeit im Auflösen solcher Aufgaben, wenn man diese Zahlen nicht nach dem Zehnergesetze zerlegen und dann die Stellung jedes Theiles in seiner Zehnerreihe aufzufassen vermag. Man will daher in diesem Theile des ersten Cursus nicht sowohl addiren, subtrahiren, multipliciren oder dividiren lassen; das richtige Anschauen der Zahl nach ihrer Stellung in der Reihe und ihrer Progression nach der verhältnißmäßig angenommenen Stufenweite ist die Hauptsache."

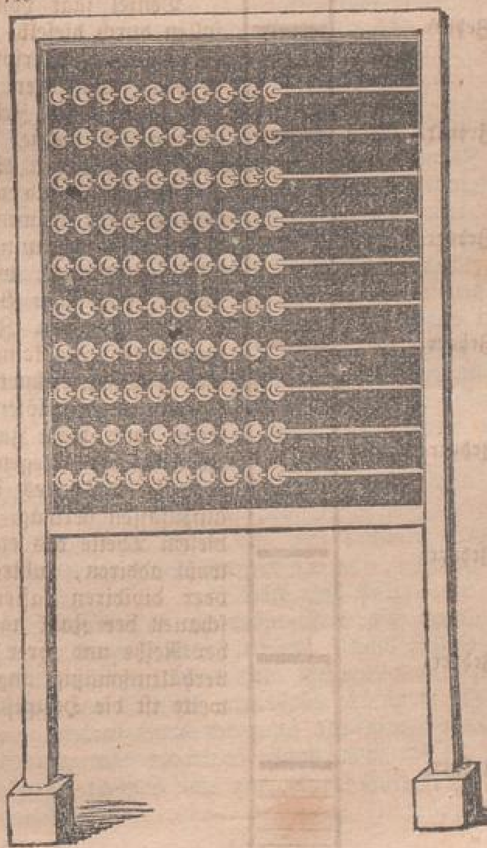
d) Die Tillich'sche Rechenmaschine.

Tillich selbst beschreibt sie auf folgende Weise: „Diese einfache Rechenmaschine besteht aus hundert Stäben für alle einfachen Zahlen von 1 bis 100. Die Einer (von denen des öfteren Gebrauches wegen gewöhnlich 20 bis 30 vorhanden sind,) sind Würfel von der Größe eines Zolles. Alle übrigen Zahlen sind, nach dem Verhältnisse der Mehrheit, länger. Die Zwei hat also die Länge von zwei, die Drei die Länge von drei Zollen u. s. f. Die Breite und Dicke bleibt aber nur ein Zoll.

Alle diese Stäbe finden sich in einem für sie eingerichteten Kasten, der in 10 Gefächer eingetheilt ist, wovon ein jedes zehn Stäbe enthält. Das erste Gefach enthält darnach die Stäbe, welche die Zahlen von 1 bis 10, das zweite die, welche die Zahlen von 10 bis 20, das dritte die, welche die Zahlen von 20 bis 30 darstellen u. s w. Natürlich richtet sich die Größe eines jeden Gefaches nach der Länge der Stäbe. Dieser Kasten ist mit einem Deckel versehen, der wiederum so eingerichtet ist, daß die Zollstäbe auf demselben aufgestellt, auf verschiedene Weise zusammengesetzt und getrennt werden können. Die Maschine ist eine verkörperte Darstellung aller Zahlen von 1 bis 100. An ihr läßt sich jedes Zahlenverhältniß nachweisen, und es ist die Absicht, dadurch zu bewirken, daß dieses sich auch ebenso rein und fest im Inneren des Schülers abdrücke. Die rechte Behandlung ist die Hauptsache."

e) Die russische Rechenmaschine.

Die russische Rechenmaschine, wie sie fast in allen Kleinkinderschulen Frankreichs eingeführt ist, besteht aus einem hölzernen Gestelle, durch dessen rechte und linke Seitenwand zehn gleichweit von einander stehende wagrechte Drahtstäbe laufen. Auf diesen befinden sich je zehn leicht verschiebbare hölzerne Kugeln von solcher Breite, daß sie, zusammengeschoben, etwa die Hälfte des Drahtes einnehmen. Die Rechenmaschine sieht dann aus, wie die nachstehende Abbildung (im Maßstabe von etwa $^1/_{15}$ der natürlichen Größe) dies zeigt.



Jede Kugel gilt hier für einen Einer, jeder Kugeldraht mit zehn Kugeln für einen Zehner, sowie die ganze Rechenmaschine voll von 100 Einern oder von zehn Zehnern für ein Hundert oder einen Hunderter. An dieser so eingerichteten Rechenmaschine können alle Uebungen der Zahlenbildung, des Zusammenzählens, Abzählens, Vervielfachens und Messens im Zahlenraume von 1 bis 100 anschaulich ausgeführt werden; auch geht hier das Zahlenschreiben der Einer, Zehner, der Zehner und Einer nach bloßer Anschauung so gut, wie kaum bei einem anderen Veranschaulichungsmittel. Dabei hat diese Rechenmaschine den großen Vortheil, den jeder mit der Taktik des Unterrichtes vertraute Lehrer zu schätzen weiß, daß er hinter derselben sitzt oder steht, Alles sieht, was auch die Kinder, aber nur von einer anderen Seite her, sehen, und daß die Augen aller Kinder, so lange sie aufmerksam bleiben, auf die Rechenmaschine und zugleich auf ihn gerichtet sein müssen.

f) Die Nummerirmaschine von Coßmann.

Wir geben hier die Beschreibung dieser Nummerirmaschine, wie sie uns vom Erfinder selbst vorliegt. Er sagt:

„Die Einheiten stelle ich dem Kinde in kleinen Hölzchen dar, in Größe und Form der jetzt allgemein bekannten Zünd- und Streichhölzchen. Deren zehn zusammengebunden bilden ein Zehnerpaquetchen oder einen Zehner, von welchen wieder zehn zusammengebunden ein Hundertpaquetchen oder einen Hunderter, und zehn Stück hiervon ein Tausendpaquet oder einen Tausender ausmachen.

Wie sehr schon durch das Zusammen- und Aufbinden dieser Paquetchen der schwachen Kraft des kleinen Schülers entgegen gekommen ist, leuchtet ein; aber noch wirksamer ist nun die Vorrichtung, die dem kleinen Rechner veranschaulicht, warum es so ist, daß man jedesmal höchstens nur neun Einheiten von jeder Sorte haben und brauchen kann; denn zehn Einheiten von einer und derselben Sorte nimmt die Maschine nicht auf.

Es besteht dieselbe aus einem 26 Zoll langen, 7 Zoll breiten und 2 Zoll dicken Brette (rhein. Maß), in welchem von oben nach unten drei Reihen Löcher, je neun, eingebohrt sind. Die erste Reihe rechts, für die Einer bestimmt, enthält neun Löcher von solcher Größe, daß nur ein einzelnes Hölzchen hineingesteckt werden kann. Die neun Löcher in der zweiten Reihe sind so groß, daß jedes derselben gerade von einem Zehnerpaquetchen ausgefüllt wird, und die neun Löcher der dritten Reihe sind gerade für die Hunderterpaquetchen groß genug.

Habe ich nun zehn bis neunzehn Einzelne, so ist es eine Unmöglichkeit, diese alle in die Einerreihe anzustecken. Ich sehe mich daher genöthigt, von zehn Einzelnen ein Paquetchen zu binden und dieses in die Zehnerreihe zu stecken; die noch übrigen Einzelnen aber kommen in Löcher der Einerreihe ꝛc. ꝛc. Auf diese Weise also wird den Schülern gezeigt, wie die Zehnerpaquetchen aus Einzelnen und die Hundertpaquetchen aus Zehnerpaquetchen entstehen.

Es ist dem kindlichen Verstande sehr zuträglich, wenn auch noch einige Tausendpaquete und wenigstens ein Zehntausendpaquet aus ihren nächst niederen Sortenpaqueten gebildet werde, damit die Ansicht noch weiter gewährt werde, wie sehr der Werth der Zahl steigt, je mehr sie Stellen zur Rechten hat. Man könnte auch wohl an der Wand in der Schulstube noch die Größe für ein Hunderttausendpaquet abzeichnen, indem man die Größe des Zehntausendpaquetes in der Runde zehnmal um und neben einander abzeichnete; indeß ist dies eben nicht nothwendig, da der Begriff des Zehnersystemes bis zum Zehntausendpaquete schon hinlänglich begründet ist.

Als Regel steht indeß fest, daß außer den Zehnerpaquetchen nie ein anderes nur aus Einzelnen gebildet wird, sondern jedes Paquet aus zehn Einheiten der nächst niederen Sorte zusammengesetzt und dann zu einer Einheit gebunden wird.

Zweckmäßig ist es, wenn die Einheiten, woraus ein Paquet gebildet werden soll, an dem einen Ende wenigstens in verschiedene Farben getaucht werden, damit der Anblick eines solchen schon daran erinnert, wie zehn Einheiten der nächst niederen Sorte dazu erforderlich waren, um eine Einheit der nächst größeren Sorte zu bekommen.

Daß die Hölzchen all' von einer Länge sind, ist nicht wesentlich, aber doch für's Auge angenehm.

Unter den drei Reihen Löchern ist noch ein Raum an dem Brette, um die angesteckten Zahlen unter die betreffenden Löcher anschreiben und darnach aussprechen, und nach ihrem Werthe zerlegen und bestimmen zu lassen.

Unten an dem Brette ist noch ein Kästchen mit drei Gefächern anzubringen für die Einzelnen, Zehner- und Hundertpaquetchen, welches letztere natürlich den größten Raum umfassen muß. Dieses Kästchen kann auf beiden Seiten des Brettes etwas überstehen, damit es eine hinlängliche Anzahl seines Vorrathes fassen kann.

Die Löcher, welche in das Brett gebohrt werden, müssen nicht eben horizontal sein, sondern sich eher nach hinten etwas tiefer neigen, damit die Hölzchen und Paquetchen sicher stecken und nicht leicht heraus fallen können. Querüber stehen sie auch in der Reihe.

Das Brett wird mit einem großen Nagel an der Wand in solcher Höhe befestigt, daß die Kinder bequem daran manöveriren und doch auch die Zuschauenden ihren Blick ungehindert darauf werfen können.

Wie beim Rechnen überhaupt der wechselseitige Unterricht am besten anzuwenden ist, so gibt auch die Nummerirmaschine eine passende Gelegenheit, vorzüglich den schwächeren Schülern durch Nachhilfe eines größeren Mitschülers in der Einsicht vom Werthe der Zahl zu befestigen und durch öfteres Wiederholen, wozu der Lehrer nicht immer die nöthige Zeit gewinnen kann, das Erlernte und Erkannte auf's Neue in's Gedächtniß zurückzurufen."

Herr Lehrer Ludwig Schwarz von Sondershausen sagt über diese Nummerirmaschine: „Ich mache seit 1835 von einem ähnlichen Rechenapparate Gebrauch; doch habe ich seiner Anwendung ein größeres Feld eingeräumt, indem ich durch denselben nicht blos das Nummeriren, sondern auch das Addiren und Subtrahiren versinnliche; ja, sein Gebrauch läßt sich auch noch zum Multipliciren und Dividiren ausdehnen. Ich habe zu jenen Operationen nämlich (anstatt der Nummerirmaschine von Coßmann) eine Tafel, welche drei Fuß hoch und fünf Fuß breit und mit sieben horizontalen Leisten versehen ist, und diese sind durch fünf vertikal laufende in vier Fächer für die vier ersten Zahlenstufen getheilt. In den Querleisten finden sich in jedem Fache 9 Löcher, in welche jene Stäbchen und Bündchen eingesetzt werden. Eins dieser Stäbchen in den letzteren ist etwas länger und stärker und dient zu jenem Zwecke als Stiel.

Der Nutzen dieser Tafel hat sich vielfach bewährt. Sie befördert das richtige Zahlenschreiben, erleichtert das Zusammenzählen, führt die Kleinen zur deutlichen Einsicht, daß die zusammenzuzählenden oder von einander abzuzählenden Zahlen gleichartige Namen haben müssen; ferner wird ihnen das Borgen bei der nächsten Stelle, vorzüglich aber das Ueberborgen über Nullen hinweg und deren dadurch bewirkte Verwandlung von 0 in 9, was den meisten Kindern schwer begreiflich zu machen ist, durch diese Bündchen deutlich veranschaulicht. Und so lassen sich dieselben auch bei den noch übrigen beiden Grundrechnungen mit vielem Nutzen anwenden."

g) Die Rechenmaschine von C. Mühlpfordt, eingerichtet zur Veranschaulichung des Rechnens mit ganzen und gebrochenen Zahlen.

Diese Rechenmaschine ist von dem Erfinder in einem eigenen Werkchen, betitelt: „Neue Rechenmaschine 2c. 2c. von C. Mühlpfordt. Mit einem Vorworte von E. Hentschel. Bei C. A. Schwetschke und Sohn in Halle. Zweite Auflage" auf das speziellste beschrieben, durch zwei Zeichnungen veranschaulicht und zugleich mit einer Anleitung zum rechten Gebrauche derselben versehen. Wir geben daraus zur besonderen Empfehlung dieses höchst brauchbaren Veranschaulichungsapparates die „Allgemeine Darlegung der Einrichtung" desselben. Der Verfasser spricht sich darin auf folgende Weise aus:

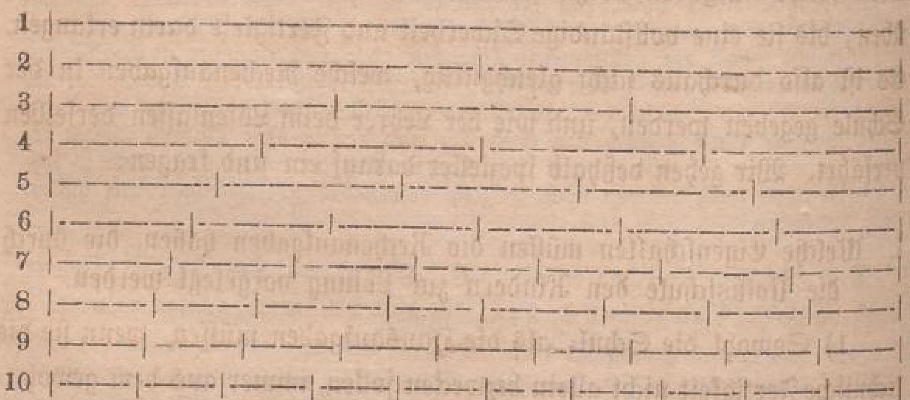
„Die erwähnte Rechenmaschine ist, ihrer Anordnung nach, sehr einfach. Sie besteht aus einem großen Holzrahmen, wie man ihn schon bei der sogenannten russischen Rechenmaschine kennt. In demselben befinden sich 10 starke Eisendrähte, auf denen cylinder- oder walzenförmige, zum Theil in, zum Theil außer ihrer Mitte durchbohrte Körper, die verschieden getheilt wurden, aufgereihet sind. Der erste (oberste) Stab enthält 10 ungetheilte Walzen. Damit nun auch aus der Entfernung das Auge die einzelnen derselben besser unterscheiden könne, wechseln regelmäßig in der Mitte durchbohrte Körper mit solchen, die außerhalb derselben eine zum Aufreihen nöthige Oeffnung haben. Ebenso hat auch die Abkantung der einzelnen Körper nur den vorerwähnten Zweck. Auf jedem der neun folgenden Stäbe sind gleichfalls 10 solche Walzen aufgereihet. Hieraus ergibt sich, daß die ganze Maschine 100 Walzen enthalten muß, die in Folge eines hinreichend langen Spielraumes, der sich auf jedem der 10 Eisendrähte vorfindet, wie es durch die vielfachsten Operationen bedingt ist, bequem durch Schieben gesondert werden können. Auf dem ersten Stabe sind dieselben ungetheilt, auf dem zweiten in 2, auf dem dritten in 3 u. s. w., auf dem zehnten in 10 gleiche Theile getheilt. Die Gesammtzahl aller einzelnen Körper der vollständigen Maschine beträgt darnach 550. Da die Drahtstäbe so eingerichtet sind, daß sie ein bequemes Herausnehmen gestatten, so können auch nach Erforderniß einzelne Körper entfernt oder aufgereihet werden. Noch verdient der Maschinen- und Trennungsstab hier erwähnt zu werden. Er ist einem großen, breiten Lineal ähnlich. Seine zwei ziemlich scharfen Kanten machen ihn sehr wohl dazu geeignet, ganz bequem und schnell die einzelnen Reihen der Walzen von oben nach unten zu trennen. Damit er sich zugleich selbst festhalte, sind in den Entfernungen der 10 Drahtstäbe ebenso viele Einschnitte angebracht." Dies ist das Wesentlichste über die Construktion; bezüglich der genauen Beschreibung der einzelnen Haupttheile, sowie der genau detaillirten Zeichnung davon verweisen wir auf das Eingangs erwähnte Werkchen selbst.

b) Die Bruchtabellen von Pestalozzi.

Die nachstehenden Tabellen sind ohne Beschreibung verständlich genug; wir geben sie deßhalb ohne dieselbe.

Zur Entstehung der Brüche.

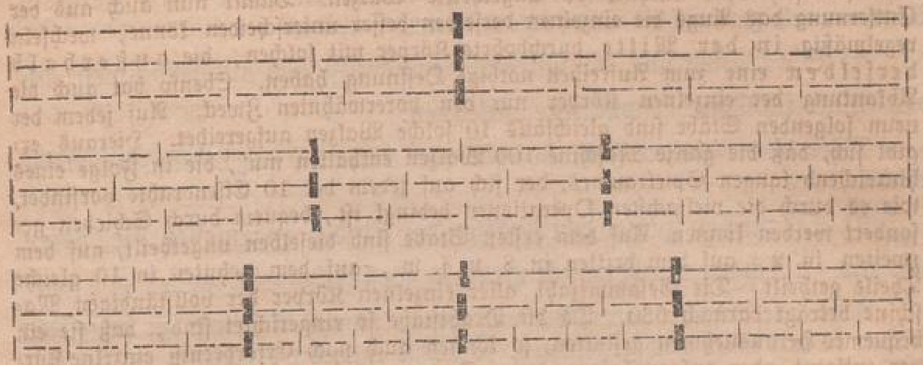
Tabelle 1.



Auf eine den Kindern sehr zusagende Weise werden die Entstehung und der gegenseitige Werth der einzelnen Brüche versinnlicht durch das Nebeneinanderstellen gleich großer Quadrate, von welchen das eine in zwei, das andere in drei, das dritte in vier u. s. w. gleiche Theile getheilt ist und durch das Vergleichen dieser Theile miteinander. — Auch die Theilung gleich großer Kreise in zwei, drei und mehrere gleiche Theile läßt sich zur Erreichung des erwähnten Zweckes sehr empfehlen. Eine „Bruchtabelle" letzterer Art mit 5" Durchmesser ließ Ph. Chr. Pulch, Lehrer an der höheren Töchterschule in Wiesbaden, im Selbstverlage erscheinen.

Zum Erweitern der Brüche.

Tabelle 1.



u. s. w.

Auch hierzu empfiehlt sich die entsprechende Theilung von Quadraten.

Dritter Grundsatz: Der Rechenunterricht muß auf allen Stufen praktisch sein und Praktisches bezwecken. §. 346.

Vorbemerkung.

Das Leben stellt bezüglich des Rechnens nur Aufgaben an den Menschen, von deren rascher, sicherer und richtiger Lösung dessen Vortheil oder Nachtheil bedingt ist. Soll darum der Rechenunterricht selbst praktisch sein und Praktisches bezwecken; so hat er den Schülern vorzugsweise solche Aufgaben vorzulegen und sie im Lösen derselben so lang zu üben, bis sie eine vollständige Sicherheit und Fertigkeit darin erlangen. Es ist also durchaus nicht gleichgültig, welche Rechenaufgaben in der Schule gegeben werden, und wie der Lehrer beim Lösenlassen derselben verfährt. Wir gehen deßhalb spezieller darauf ein und fragen:

I. Welche Eigenschaften müssen die Rechenaufgaben haben, die durch die Volksschule den Kindern zur Lösung vorgelegt werden. §. 347.

1) Sowohl die Schul- als die Hausaufgaben müssen, wenn sie die technische Fertigkeit nicht allein bezwecken sollen, immer aus dem gewöhnlichen Leben genommen und dabei dem Anschauungskreise der Kinder nicht zu fremd sein.

Damit sei aber keineswegs gesagt, daß im Rechenunterrichte kein Wort, keine Sache, kein Verhältniß, überhaupt Nichts vorkommen dürfe, was das Kind nicht im Voraus schon wisse. Im Gegentheile soll es durch den Unterricht selbst gehoben und befähigt werden, sich nach und nach in all' denjenigen Fällen frei zu bewegen, welche den Erwachsenen gewöhnlich vorkommen. Nur dürfen nicht Verhältnisse in die Aufgaben eingekleidet werden, die jetzt noch dem Kinde zu fern liegen und in die es sich seinem Alter nach gar nicht versetzen kann.

2) Sie müssen sich, die Wiederholungsaufgaben ausgenommen, an das mündlich Durchgenommene anlehnen.

Wäre dies nicht der Fall, so fehlte dem Kinde die zur Lösung so nöthige Vorbereitung.

3) Sie müssen immer den Kräften der Kinder angemessen, sie dürfen also nie zu schwer, aber auch niemals zu leicht sein.

Nicht alle Schüler haben Verstand genug, schwere Aufgaben zu begreifen; würden sie mit ihnen doch genommen, so müßte entweder der Lehrer zu viel Zeit aufwenden, oder es bliebe beim mechanischen Ausrechnen. Besser ist es darum, man nimmt sie nicht. Der Zweck des Rechenunterrichtes kann auch eben so gut, ja noch besser, an kleinen Zahlen und einfachen Verhältnissen, als an großen, schweren und verwickelten Aufgaben erreicht werden.

4) Sie müssen kurz, klar und bestimmt sein.

Zu lange Aufgaben ermüden selbst den eifrigsten Schüler, die verwickelten kosten zu viel Zeit und Kraft, und die unbestimmten geben zu falschen Vorstellungen von Dingen und ihrem Werthe Veranlassung oder machen mindestens die Thätigkeit des Schülers unsicher. Ueberdieß stellt das gewöhnliche Leben dem Menschen nur einfache d. i. kurze, klare und bestimmte Aufgaben. Man begreift deßhalb nicht, warum manche Lehrer und Lehrbücher ihre Virtuosität in Aufstellung unendlicher Rechenexempel suchen. Gerade sie sind zum Theil Schuld daran, daß der Mechanismus noch so häufig nicht aus dem Rechenunterrichte verschwunden ist.

5) Sie dürfen nie in der Form eines Ansatzes gegeben werden.

Aufgaben im Kopf- oder Tafelrechnen in der Form eines Ansatzes geben, heißt nichts Anderes, als die Kinder offenbar absichtlich und fast planmäßig zum Mechanismus hinführen; denn von einem den Geist anregenden Beurtheilen und Auffassen derselben ist dann nur in den seltensten Fällen die Rede.

Im Allgemeinen sei hier noch bemerkt, daß es sehr gut ist, die Schüler auf allen Stufen anzuleiten, einschlägige Aufgaben selbst zu bilden. Will dann der Lehrer einmal zu einer anderen Klasse zurücktreten und doch die mündliche Uebung fortgehen lassen, so kann er in diesem Fall zur Einübung des bereits vollständig Begriffenen Helfer gebrauchen, jedoch nur zur Erhöhung der Fertigkeit, weil er die Entwicklung der Sache immer sich selbst vorbehalten muß.

§. 348. 2. Welches ist die Thätigkeit des Lehrers und der Schüler beim Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben.

1. Wenn die Kinder die Aufgaben vollständig verstehen, so läßt sie der Lehrer dieselben still lösen und sich alsdann

etwa durch Aufheben eines Fingers zu erkennen geben, wer, wenn es Kopfrechnen ist, mit der Lösung der Einen, wenn es Aufgaben zur stillen Beschäftigung sind, mit der Lösung sämmtlicher Aufgaben zu Ende ist; das Resultat jedoch läßt er sich erst dann sagen, wenn die Mehrzahl oder alle fertig sind [1]). Beim Kopfrechnen können die Kinder das Resultat auch geheim auf die Tafel schreiben und dieselbe umwenden. Ist das Resultat von mehreren Schülern angegeben worden, so wird die Lösung, wenn es Kopfrechnen war, nur mündlich, wenn es Tafelrechnen war, schriftlich an der großen Schultafel mit mündlicher Erklärung, oder im Anschluß an die auf der Schiefertafel vorgenommene Auflösung auch mündlich ausgeführt. Oftmals läßt man auch ein Kind gleich, nachdem die Aufgabe gegeben ist, die Lösung (beim Kopfrechnen) mündlich oder (beim Tafelrechnen) schriftlich mit mündlicher Erklärung beginnen und mit der nöthigen Rechtfertigung ausführen.

Immer müssen sich die Kinder fragen: „Was ist hier gegeben oder bekannt? — Was wird zu finden verlangt? — Wie finde ich das Verlangte aus dem Gegebenen? — Was muß zuerst gesucht und ausgerechnet werden? — — Was darauf? — u. s. w. Welches in der Aufgabe ist der Bedingungssatz? Welches ist der Fragesatz?

2. **Verstehen die Kinder die Aufgaben nicht vollständig oder gar nicht**, so suche der Lehrer nach dem Grunde; alsdann führe er die Kinder mit Berücksichtigung des gefundenen Grundes in das vollständige Verständniß ein, lenke ihre Aufmerksamkeit auf einen Weg zur sicheren Lösung und veranlasse die Ausrechnung.

Hier ist also das Erste, daß der Lehrer sich still die Frage vorlegt, welches die Ursachen sein mögen, warum der Schüler — vorausgesetzt, daß die Aufgabe seinem Standpunkte angemessen ist — dieselbe nicht von selbst auflösen kann. Die Ursachen können wesentlich zwei sein:

1) Der Schüler versteht die Aufgabe ihrem **Sachgehalte** nach nicht;

2) er kann die **Beziehungen** der zu suchenden Größe mit der gegebenen **nicht auffinden**.

Daraus erwächst dem Lehrer ein zweifaches Geschäft: **zuerst** leitet er den Schüler zum sachlichen Verständnisse der Aufgabe, und **dann** lehrt er ihn die Beziehungen erkennen.

Das Nichtverstehen der Aufgabe von Seiten des Schülers rührt **gewöhnlich** entweder von der Unklarheit eines Wortes oder von der Unkenntniß des praktischen Sachverhältnisses her. Hier müssen also Wort- und Sacherklärungen eintreten. Diese sind noch keineswegs mathematischer Art, sondern es sind meist Aufklärungen über Lebensverhältnisse, es betrifft Sachkenntnisse. Z. B. In der

---

1) Schüler, die beim Tafelrechnen sehr früh fertig sind, können, wenn sie eine Aufgabensammlung in Händen haben, zum Weiterrechnen aufgefordert werden.

Aufgabe: „Wenn ein Schüler monatlich 18 Kreuzer Schulgeld bezahlt, außerdem monatlich 1 Kreuzer für Dinte und für den Winter 45 Kreuzer Holzgeld gibt; wie viel macht dies zusammen im Jahre?" könnte es dem Schüler möglich erscheinen, daß in jedem halben Jahre Holzgeld bezahlt werden müßte. Dieser Irrthum würde ihn zu einer falschen Auflösung veranlassen; derselbe muß also beseitigt werden. Ebenso muß der Lehrer, wenn in einer Aufgabe von Zins, Rabatt, oder von anderen dem Schüler nicht klaren Begriffen oder Lebensverhältnissen die Rede ist, diese Unklarheit hinwegräumen. Sein erstes Geschäft besteht daher in einer **sachlichen** Zergliederung der Aufgabe, der einzelnen Wörter und Sätze. Sie ist logisch-grammatischer Art.

Das Zweite betrifft die Erkenntniß der Beziehungen der Aufgabe, insbesondere die Erkenntniß des Verhältnisses der zu suchenden Größe zu der gegebenen. Aus diesem Verhältnisse entwickelt sich unmittelbar die Auffassung der zu machenden Operationen oder die Auflösung der Aufgabe. Diese Beziehungen liegen in dem angeführten Beispiele in den Wörtern: monatlich und jährlich oder im Jahr.

Ohne Auffassung dieser Beziehung und der daraus hervorgehenden Erinnerung, daß ein Jahr = 12 Monate, wird der Schüler nicht zu den Vorstellungen gelangen, wie das jährliche Schul- und Dintengeld aus dem monatlichen, und daß jenes aus diesem durch ein zwölfmaliges Setzen desselben gefunden werden kann. Diese Erkenntniß ist durch Fragen herbeizuführen. Hier geht dem Schüler gewöhnlich schon das rechte Licht auf, wenn der Lehrer nur die Beziehungswörter scharf betont, damit die Beziehungsbegriffe dadurch hervortreten. Z. B.:

Lehrer: Wie viel bezahlt der Schüler monatlich?
Schüler: 18 Kreuzer Schul- und 1 Kreuzer Dintengeld.
L. Wann (wie oft) bezahlt der Schüler dieses?
Sch. Monatlich.
L. Das heißt?
Sch. Jeden Monat.
L. Was will man wissen?
Sch. Was im Jahre (in einem ganzen Jahre) bezahlt wird. —
Dies wird schon hinreichen. Wo nicht, so wird fortgefahren:
L. Wie viel Monate hat ein Jahr? u. s. w.

Hier kommt es also hauptsächlich auf die Erkennung der Abhängigkeit der Zahlverhältnisse an. Die Thätigkeit des Lehrers ist dabei arithmetischer Art. Sonach können wir sagen:

Die ganze Thätigkeit des Lehrers bei der Auflösung der Rechenaufgaben besteht erstens in der **sachlichen** oder **logisch-grammatischen** und zweitens in der **arithmetischen** Zergliederung.

Ob der Schüler gleich von Anfang, nach einmaligem Hören oder Lesen der Aufgabe, diese Zahlverhältnisse richtig erkenne, kann man daraus ersehen, wenn man ihn selbst die Aufgabe nochmals und zwar laut sprechen oder vorlesen läßt. Hebt er alsdann die Beziehungswörter durch den Accent hervor, so weiß man, daß ihm die richtige Einsicht geworden, und man kann ihn gewähren lassen. Obige Aufgabe würde er so zu lesen haben: „Wenn ein Schüler monatlich 18 Kreuzer Schulgeld bezahlt, außerdem monatlich 1 Kreuzer für Dinte und für den Winter 45 Kreuzer Holzgeld gibt; wie viel macht dies zusammen im Jahre?

Ein solches accentuirte Lesen und Sprechen ist, wie im ganzen Unterrichte, so in dem der Zahlenlehre, von der bedeutendsten Förderung der Sache und gibt ein fast durchgehendes sicheres Kennzeichen ab, daß der Schüler die arithmetischen Beziehungen des Gegebenen und des Gesuchten erkannt habe.

Die Thätigkeit des Schülers beim Ausrechnen der Rechen-Aufgaben besteht erstens in der Erörterung der Beziehungen, in welchen die zu suchende Größe zu den gegebenen steht und der daraus folgenden Vorstellungen. Es ist dies die auflösende Thätigkeit des Schülers, das Räsonnement, die Auflösung.

In Bezug auf obiges Beispiel spricht er: Da der Knabe monatlich 18 Kreuzer Schul- und einen Kreuzer Dintengeld, also zusammen 19 Kreuzer, bezahlt, und ein Jahr aus zwölf Monaten besteht; so bezahlt er im ganzen Jahre zwölfmal 19 Kreuzer" u. s. w.

Das Zweite, was der Schüler zu thun hat, ist die Ausrechnung.

In dem erwähnten Beispiele würde er etwa auf folgende Weise verfahren und sprechen: 12mal 19 Kreuzer = 12mal 20 weniger 12mal 1 Kreuzer = 240 — 12 = 228 Kreuzer. 60 Kreuzer = 1 Gulden; 228 Kreuzer sind also = $\frac{228}{60}$ = 3 Gulden 48 Kreuzer. 3 Gulden 48 Kreuzer + 45 Kreuzer = 3 Gulden + 1 Gulden + 33 Kreuzer = 4 Gulden 33 Kreuzer. Also bezahlt er in einem Jahre 4 Gulden 33 Kreuzer.

3. Wie gelangen die Schüler zur Sicherheit und Fertigkeit im Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben. §. 349.

Zur Sicherheit im Auflösen und Ausrechnen der Rechenaufgaben gelangen die Schüler, wenn sie mit besonderer Rücksicht auf die Regeln, die für den Gesammt-Unterricht gelten, und auf die drei für den Rechenunterricht eigens aufgestellten Grundsätze stets verfahren müssen.

Die für das Leben nöthige Fertigkeit im Rechnen gewinnen sie nur durch allseitige und unermüdliche Uebung des bereits einmal Gelernten und durch stets wiederkehrende Wiederholungen desselben in Verbindung mit immer neuer Uebung.

Von großem Nutzen ist es, wenn die Kinder außer den Aufgaben, die sie in der Schule lösen, öfters auch Hausaufgaben erhalten.

II. Welche unter den bekannten Rechenmethoden entsprechen den aufgestellten Grundsätzen? §. 350.

Vorbemerkung.

Das Rechnen ist ein Unterrichtsgegenstand, der es seiner Natur nach, wie kein anderer, erlaubt, daß sich die Methode seiner bemächtigt. Grundlagen dafür boten und bieten noch immer hauptsächlich die abstrakte und concrete Auffassung des Stoffes, ferner die Möglichkeit einer geistig anregenden, wie auch einer völlig mechanischen Behandlungsweise desselben, sowohl im Kopf-, wie im Tafelrechnen, verbunden mit der nur in diesem Gegenstande in so ausgedehntem Maße möglichen, mannigfaltigen, immer von einander verschiedenen äußerlichen Gliederung dieses Stoffes, wobei sich stets in lückenloser Reihenfolge Uebung an Uebung anschließt. Das Rechnen bot deßhalb dem weit über ein halbes Jahrhundert hinausragenden stets lebendigen Streben nach Methoden ein fügsames Feld und kein Zweig der pädagogischen Literatur ist darum in dieser Beziehung reicher an allerlei Früchten.

Grube schildert den Hauptentwickelungsgang vom Alten zum besseren Neuen auf folgende Weise:

„Als Begründer einer bildenden Methode des elementarischen Rechnens ist Pestalozzi zu betrachten. Es ergibt sich also für unseren Gegenstand ein Zeitraum vor Pestalozzi, seine Zeit und die neuesten Reformen seiner Schule.

Den ersten Zeitraum könnte man füglich den der einseitigen Objektivität nennen. Es ist bekanntlich der, wo man dem Schüler das Rechnen als eine abstracte, in sich abgeschlossene Wissenschaft vorführte, auf das Subjekt (das Kind) gar keine, auf das Objekt, den eigentlichen Gegenstand, allein Rücksicht nahm. Man hatte es hier eigentlich nur mit der Ziffer, als dem entsprechenden Zeichen für die abstracte Zahl, und mit der abstract wissenschaftlichen Operation zu thun; der Stoff war abgetheilt nicht nach dem Entwickelungsgesetze des kindlichen Geistes, vom Einzelnen zum Allgemeinen aufsteigend, sondern wie er dem reflektirenden Verstande des entwickelten wissenschaftlichen Geistes als fertig vorlag. Die reine und angewandte (benannte) Zahl standen in ausschließendem Gegensatze einander sehr oft gegenüber. Diese Periode, wo man das Rechnen damit begann: Es gibt fünf Spezies, nämlich das Nummeriren, Addiren 2c. 2c., dann das Nummeriren definirte und bis in die Billionen exerzirte, so überall mit Definitionen und Regeln begann und von Summanden und Summen sprach, ehe noch irgend einmal summirt war 2c. 2c. — diese Periode ist im Ganzen wohl vorüber, wenn auch hier und da gegenwärtig immer noch herrschend.

Den zweiten Zeitraum möchten wir den der einseitigen Subjektivität nennen. Er ist der Zeitraum, in dem man für die Methode den entgegengesetzten Weg einschlug, also zunächst und vor Allem das Subjekt ins Auge zu fassen, und nur dem psychologischen Gesetze gemäß das Unterrichtsobjekt dem Schüler vorzuführen suchte. Damit machte man den bedeutenden Fortschritt vom Zeichen zur Sache. Wenn früher die Ziffer Zweck und Ziel des ganzen Unterrichtes bildete, so war es jetzt die Zahl, die in ihrer ganzen Bedeutung für die formelle Bildung des Subjektes erfaßt und ausgebeutet wurde.

Wie aber der Uebergang von einem Extreme fast nothwendig in das andere führt, so wurde nun auch hier über dem Subjekte das Objekt vernachlässigt. Man hatte zwar den kindlichen Geist in seiner eigenthümlichen Natur ergriffen, aber den Rechenstoff in seinen abstracten und für den sich entwickelnden Geist todten Gegensätzen gelassen; darum mußte die Entwickelung des subjektiven Geistes eine abstracte, weil nicht mit dem Unterrichtsobjekte zu lebendiger Einheit verwachsene (concrete) Bildung erzeugen. Indem man jetzt nur dem Prinzipe des psychologischen Gesetzes huldigte, trat die formelle Bildung in ausschließenden Gegensatz zu der materiellen; die materielle Seite des Rechnens wurde nicht in ihrer selbstständigen Berechtigung als Zweck, und zwar in ihrer Einheit mit dem formellen Zwecke anerkannt, sondern nur als ein Mittel für denselben betrachtet, und darum auch nur in soweit gewürdigt, als sie eben Mittel war. Man trennte „reines" und „angewandtes" Rechnen von einander, um die „Lückenlosigkeit in dem Entwickelungsgange des kindlichen Geistes" nicht zu gefährden, und suchte von demselben Gesichtspunkte aus die Anwendungsfälle in ihrer Gesondertheit von der reinen Zahl systematisch zu ordnen." — Sonach charakterisiren sich die beiden Perioden auf folgende Weise:

Die erste Periode wußte blos von einem „Zifferrechnen", die zweite dagegen wollte nur das „Kopfrechnen" anerkennen und ihm dabei das erstere als Anhang schließlich zufügen.

Mit der Ausgleichung dieser Gegensätze hat die dritte Periode begonnen. Dieser liegt es ob, durch die organisch entwickelnde Methode die subjektive Seite des Unterrichtes mit der objektiven zu einem Ganzen, zu einer Einheit zu verschmelzen.

Die größten Verdienste zur Förderung dieser Ausgleichung erwarben sich, — außer einigen Anderen, von welchen wir Scholz, Diesterweg und Heuser namentlich anführen, — Grube und Hentschel.

Ueber die Rechenwerke von Scholz, Diesterweg und Heuser geben wir hier das von Grube ausgesprochene Urtheil: „Das Rechenwerk von Scholz gilt als der erste Versuch einer methodisch-vollständigen Anweisung, jene Gegensätze zu vermitteln. Unter der Menge nachher erschienener ist als die bewährteste Schrift die von Diesterweg und Heuser zu nennen.

In beiden Werken ist die Verbindung des Kopf- und Zifferrechnens, des reinen und angewandten Rechnens, des materiellen und formellen Zweckes angestrebt, aber die organische Durchdringung dieser beiden Gesichtspunkte in der Weise, daß die Entwickelung und der Fortschritt des Stoffes zusammenfällt mit der Entwickelung des kindlichen Geistes, daß für das Objekt, wie für das Subjekt jede folgende Stufe eine mit Nothwendigkeit aus der vorhergehenden sich entfaltende, und ebenso immer die nothwendige Entwickelungsbasis für die ihr folgende darstellt, ist — nach unserer Ansicht — in beiden nicht erreicht."

Wir gehen deßhalb auf dieselben nicht näher ein; erwähnen ihrer [1]) jedoch

1) Diesterweg läßt auf der ersten Stufe die Zahlen von 1 bis 10 anschauen, benennen, mit denselben auf- und abwärtszählen, die Stelle jeder Zahl in der Reihe angeben; nachher lernen die Kinder die Ziffern dafür kennen und schreiben; darauf läßt er durch Hinzufügen von 1, nachher 2 u. s. w. zusammenzählen, alsdann die Grundzahlen in 2, nachher in 3 u. s. w. andere auflösen; als folgende Uebung die Zahlen von 1 bis 9 abzählen. — Auf der zweiten Stufe läßt er die Zahlen von 10 bis 100 entstehen, darnach in diesem Zahlenraume die Grundzahlen zuzählen und als weitere Uebung auch dieselben abziehen. — Auf der dritten Stufe lehrt er die Entstehung größerer Zahlen und darauf das Zusammenzählen und Abzählen größerer Zahlen. — Auf der vierten Stufe erst kömmt er zum Vervielfachen, zuerst mit kleineren und dann mit größeren Zahlen, woran sich als fünfte Stufe das Theilen gleichfalls zuerst mit kleinen, dann mit größeren Zahlen anschließt; dies jedoch immer in Verbindung mit angewandtem Rechnen. — Die folgenden Stufen bieten

weil sie selbst schon Besseres boten, und so wesentlich dazu beigetragen haben, daß die erwähnten extremen Verfahrungsweisen im Rechenunterrichte mehr und mehr verlassen und naturgemäßere an ihre Stelle gebracht wurden. Das Beste, was wir in dieser Beziehung, insbesondere für den elementaren Rechenunterricht, besitzen, haben wir von Grube. Ebenso hat sich Hentschel, wie bereits erwähnt, um die Einführung eines gediegenen Rechenunterrichtes großes Verdienst erworben. Wir gehen, um ihre Verfahrungsweise näher kennen zu lernen, specieller auf dieselben ein.

§. 351. I. Die Rechenmethode von Grube [1]).

Der Autor, den wir am besten hier selbst sprechen lassen, erörtert und begründet seine Ansichten und Grundsätze in einer größeren, gediegenen Abhandlung, betitelt: „Einleitung zur Methode des elementaren Rechenunterrichtes," indem er sagt:

„Wie das spätere Rechnen von dem abstracten Regelwerk der „einzelnen Rechnungsarten" loszumachen ist, so sind die elementaren Vorübungen von dem Formalismus der „Spezies" zu befreien. So lang die Eintheilung dieses elementaren Theiles vom Rechenunterrichte in die vier Spezies beibehalten wird, kann es auch nicht zu einer lebendigen Durchdringung der subjektiven und objektiven Methode kommen. Diese Zersplitterung des Stoffes ist noch ein Ueberbleibsel aus der ersten Periode des Rechenunterrichtes und hat nur für das Zifferrechnen Bedeutung, so lang dieses nämlich im Gegensatze zum Kopfrechnen festgehalten wird, welcher Gegensatz aber ein unwesentlicher und darum nicht maßgebender ist. Das elementare Rechnen nach den Spezies auseinanderfallen zu lassen, ist dasselbe, als im „Anschauungsunterrichte" dem Kinde die Gegenstände nach den Rubriken von Größe, Gestalt, Farbe 2c. 2c. vorzuführen, oder die Botanik mit dem Linné'schen Systeme zu beginnen. Wie aber das Kind den Gegenstand nicht kennen lernt, wenn es nach einem Merkmale verschiedene Gegenstände anschaut, sondern wenn es den reinen Gegenstand nach seinen verschiedenen Merkmalen betrachtet: so lernt der Schüler auch z. B. die Zahl 4 nicht kennen, nämlich mit wahrer Durchdringung des Objektes, wenn er heute $2 + 2 = 4$ lernt, und erst nach einigen Wochen, wenn das Subtrahiren an die Reihe kommt, $4 - 2 = 2$ 2c. 2c. Vielmehr hat er ja, wenn er weiß, daß $2 + 2 = 4$, damit auch zugleich die übrigen Anschauungen: $2 \times 2 = 4$, $4 - 2 = 2$, $2 : 4 = 2$, und die Methodik hat Unrecht, wenn sie diesen objektiven Zusammenhang „nach den Operationen" zerreißt. Eine solche Theilung stärkt nicht, sondern schwächt die Kraft der Anschauung, weil sie deren Concentration auf Einen Punkt und somit das „Beobachten im Anschauen" hindert.

Der Elementarschüler lerne die Zahlen nicht vereinzelt und abgerissen nach den Operationen des Addirens, Sub-

---

den weiteren Stoff (noch über die Volksschule hinaus) mit wenigen Ausnahmen in der üblichen Aufeinanderfolge, wie sie fast alle neueren Lehrbücher wiedergeben, jedoch mit dem Unterschiede, daß die innere Anordnung der Uebungen und das angegebene Verfahren oft mehr, oft weniger abweicht.

1) Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristischen Methode. Ein pädagogischer Versuch zur Lösung der Frage: „Wie wirkt der Unterricht sittliche Bildung?" Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Berlin, bei Th. Chr. Fr. Enslin.

trahirens, Multiplicirens und Dividirens, sondern **jede Zahl** (im Raume von 1 bis 100) **allseitig nach den Operationen in ihrer organischen Einheit** kennen und behandeln.

Da aber der Zahlenraum von 1 bis 100 gerade derjenige ist, welcher der Anschauung unmittelbar offen liegt und zugänglich ist und alles Rechnen mit größeren Zahlen nur durch Beziehung derselben auf das erste Hundert bewerkstelligt wird: so muß insbesondere in diesem Raume jede Zahl nach ihren verschiedenen Bestandtheilen klar vor der Seele des Schülers stehen; aus der allseitigen Anschauung der einzelnen Zahlen müssen die Operationen der Spezies von selbst hervorgehen und selbst die angewandten Aufgaben nur dazu dienen, um die Vorstellung der reinen Zahl desto mehr zu befestigen; dabei endlich müssen die einzelnen Stufen in einem solchen organischen Zusammenhange stehen, daß die eine sich in der anderen wieder und reicher entfaltet. Nur so wird der Grund gelegt für ein schnelles Kopfrechnen sowohl, wie für ein gründliches Denkrechnen. Der Schüler empfängt das nöthige Material, das er dann später zu jeder Operation gegenwärtig und bereit hat.

Was nun das Kopf= und Tafelrechnen betrifft, so darf für den Kursus der Anschauung durchaus gar kein wesentlicher Unterschied zwischen Kopf= und Tafelrechnen existiren, beides ist dasselbe Denkrechnen. Darum muß, wie die Vorstellung sich unmittelbar in dem äußeren Zeichen des Wortes ausprägt, auch für den ersten Kursus an die durch Striche und Stäbe 2c. 2c. anschaulich gemachte Zahl die Ziffer als ein entsprechendes Zeichen unmittelbar hinantreten, auf daß die Anschauung von Ziffer und Zahl um so fester sich amalgamire. Darum ist im Anfange jede Stunde zugleich eine Stunde des Kopf= und Tafelrechnens, und erst in einem folgenden Kurse (der Uebung) mag in einzelnen Fällen behufs der Fertigkeit das Zifferrechnen mit seiner eigenthümlichen Behandlung sich absondern.

Aehnlich, wie Kopf= und Tafelrechnen, fordert auch das reine und angewandte Rechnen die engste und innigste Verbindung. Es genügt nicht, daß die reine Zahl an irgend einem Orte überhaupt einmal zur Anwendung komme, sondern sie muß für ihre allseitige Anschauung sogleich zur Anwendung gebracht werden; erst dann ist sie gründlich angeschaut, wenn sie in ihrer Nacktheit und in dem Gewande ihrer Anwendung zugleich angeschaut ist. Das „Rechnen" besteht in der ungetrennten Einheit der beiden Thätigkeiten, des Erkennens der Zahlverhältnisse als solcher, und ihrer Verknüpfung mit der Praxis des Lebens. Wer blos die erstere Thätigkeit auszuüben versteht, mag er auch alle Zahlen nach allen Spezies noch so gut zu behandeln wissen, kann darum noch nicht rechnen. Sind z. B. bei der Zahl 6 die reinen Zahlenverhältnisse als 6×1, 3×2 2c. 2c. erfaßt, so genügt dieses noch nicht, sondern es reihet sich unmittelbar daran die Anwendung, d. h. die Verknüpfung dieser Anschauungen mit den in den Gesichtskreis des 6jährigen Kindes fallenden Beziehungen des Lebens, als z. B. Wenn 1 Weck 1 Kreuzer kostet, was kosten 6 Wecke? Wenn 6 Wecke einen Sechser (6 Kreuzer) kosten, wie theuer ist einer? Wenn 1 Loth Zucker 2 Kreuzer kostet, was gelten 3 Loth? Wenn 3 Loth Zucker 6 Kreuzer kosten, was kostet dann 1 Loth? 2c. 2c. Man verwechsele dieses eigentlich „angewandte" Rechnen nicht mit dem blos „benannten." Das elementarische Rechnen ist eigentlich immer benanntes, da die Zahl immer an gewissen Objekten angeschaut werden muß, seien dies nun Striche oder Stäbchen oder Lothe oder Pfennige. Damit das Kind sich die reine Zahlvorstellung abstrahiren lerne, wird mit den Benennungen gewechselt. Weil aber hierbei die Ausdrücke der Operation, als zähle hinzu, nimm weg, vervielfache ꝛc. ꝛc. beibehalten werden; so findet auch der eigenthümliche Prozeß der Anwendung noch nicht statt, welcher eben in der Erkenntniß der Nothwendigkeit des Zusammenhanges jener Operationen, des Hinzuthuns, Wegnehmens ꝛc. ꝛc. mit den Fällen des praktischen Lebens besteht. So muß der Schüler in dem concreten Falle: „Wenn 1 Loth Zucker 2 Kreuzer kostet, was kosten 3 Loth?" den allgemeinen Satz: „Wenn ich eine Waare 3mal nehme, so muß ich auch den Preis dafür 3mal hinlegen", abstrahiren, und als den Grund erkennen, die Operation 3 × 2 Kreuzer = 6 Kreuzer, als Lösung der Aufgabe vorzunehmen. Ist der Schüler in Beziehung auf eine Zahl (hier auf die Sechs) dahin gelangt, ihre reinen Verhältnisse in dem Gewande der Praxis zu erkennen, dann hat er sie allseitig und gründlich erkannt. Nun meinen wir aber, daß behufs dieser allseitigen Anschauung das Zahlobjekt fixirt werden muß, damit man die organische Einheit, in welcher alle jene Verhältnisse der reinen Zahl und der Anwendung ihren Mittelpunkt finden und um welche sie, wie um ihren Kern, sich herumzulegen haben, nicht störe. So wird der Schüler gleichsam von selbst darauf geführt, die Verhältnisse der vor seinen Augen stehenden Zahl aus der Kombination des Begriffes in ihrer Anwendung herauszuerkennen und dieses Mannigfaltige der Anschauung auf die Einheit der reinen Zahlanschauung zu beziehen. Damit ist dann zugleich ein organischer Fortschritt für die Reihenfolge der angewandten Aufgaben gegeben. Wie sich das reine Rechnen zu immer vielseitigeren und darum schwierigeren Kombinationen entfaltet, ebenso zugleich das angewandte; beide sind für das elementarische Rechnen eng verbunden.

Man glaube nicht, daß dies, wenn wir bei der Sechs schon Aufgaben aus der sogenannten Multiplications- und Divisionsregel-de-tri zur Anwendung bringen, zu schwer sei. Gerade diese unmittelbare Verknüpfung des reinen und angewandten Rechnens erleichtert dem Kinde den oben angeführten Prozeß. Wenn ich ihm die an der Tafel stehenden 6 Stäbchen in 3 × 2 Stücke zerlege, so wird es sich leicht unter diesen Zweiern die 2 Kreuzer denken, die es dem Kaufmanne 3mal für die 3 Loth Zucker hinzulegen hat. Indem es aber dasselbe Maß, das es mit der 2 an die 6 legt, auch auf das ihm vorgeführte Lebensverhältniß von Waare und Preis überträgt, wird es sich unmittelbar der Verwandtschaft beider bewußt. Die, welche die angewandten Aufgaben nach ihrem eigenthümlichen Charakter, abgesondert von den Uebungen des reinen Rechnens, zusammenstellen, weil die „Anwendungsfälle nach ihrem besonderen Wesen auch besonders entwickelt werden müssen," verkennen das Wesen der Anwendung. Dasselbe ist nicht der Raum, nicht die Zeit, nicht der Preis ꝛc. ꝛc. an sich, sondern das Wesen der Zahl in diesen Begriffen individualisirt. Die Zahl bleibt immer der wesentliche Inhalt, und von diesem ist auszugehen. Natürlich darf dann das zweite Geschäft, die Erläuterung des Anwendungsverhältnisses, nicht unterbleiben. Um das Verhältniß 12 × 12 auf das Größenverhältniß einer Fläche von 12 Fuß Länge und 12 Fuß Breite anzuwenden, muß auf das Wesen dieser eingegangen werden, um dem Schüler die Nothwendigkeit, in diesem Falle die Länge mit der Breite zu multipliciren, zum Bewußtsein zu bringen. Würde nun die „Flächenberechnung" zum Eintheilungsgrunde gewählt, so würde in dieser Exempelreihe der Schüler bei den ersten Beispielen denken, bei den folgenden aber rein mechanisch arbeiten. Diese Seite hat jedoch auch ihre Berechtigung, aber erst nach der Erkenntniß des Wesens der Zahlen. Darum.

im ersten Theile: Anschauen — Erkennen,
im zweiten Theile: Uebung — Können.

Für diesen zweiten Theil, wo auch das Zifferrechnen als solches sich geltend macht, kann man die bisherige Eintheilung in Spezies 2c. 2c. beibehalten, jedoch muß der eine Theil stets mit dem anderen durch die Anschauung so vermittelt werden, daß die Fertigkeit der Operation aus dem Bewußtsein der Anschauung hervorgeht."

Aus dem Gesagten ergibt sich:

Die Rechenmethode von Grube (welche hauptsächlich nur den Rechenunterricht für die vier ersten Schuljahre im Auge hat), charakterisirt sich vor anderen durch Folgendes:

a) Sie huldigt durch den ganzen Gang dem Grundsatze, daß alles Rechnen nur auf richtiges Erkennen, demnach auf Verständniß (nicht auf Regeln, Ziffern, Mechanismus) gegründet sein und zum Nachdenken auffordern muß; darum übt sie Kopf- und Tafelrechnen immer in engster Verbindung mit einander.

b) Dieses Verständniß bewirkt sie durch klare Anschauung der Zahl, der Zahlverhältnisse und der Zahloperationen; darum sucht sie alle ihr zu Gebot stehenden Veranschaulichungsmittel richtig und zu rechter Zeit zu gebrauchen.

c) Sie wendet das Erkannte sogleich auf das Leben an; darum kommt bei ihr benanntes, reines und angewandtes Rechnen stets in Verbindung.

d) Sie leitet jeden Schüler durch die Mannigfaltigkeit der Rechenoperationen, die er an jeder Zahl concentriren lernt, zum allseitigen Beobachten und Auffassen derselben an.

e) Sie gibt ihm durch die ganze Methode auf jeder Stufe ein selbstständiges Ganze; darum wird bei ihr eine Zahl, von der Eins an, nach der anderen betrachtet; alle Eigenschaften derselben werden aufgesucht; fast alle nur möglichen Uebungen (die 4 Spezies, unbenanntes, benanntes und angewandtes Rechnen, zuerst anschaulich (concret), dann abstract, Kopf- und Tafelrechnen, Alles in engster

Verbindung) werden zu ihrer allseitigen Erkenntniß an ihr angestellt; jede folgende Zahl wird mit allen vorhergehenden gemessen und verglichen, so daß auf jeder folgenden Stufe ein Fortschritt ist und ein immer größerer Reichthum von Uebungen und Anwendungen zur Erzielung größerer Fertigkeit sich entfaltet.

In die Methode selbst soll durch den Lehrgang und die praktischen Katechisationen, die wir in den nachfolgenden Paragraphen geben werden, speziell eingeführt werden.

„Für das **weitere Rechnen**," sagt Grube, „findet der Lehrer den Stoff in dem praktischen Rechenbuche von Diesterweg und Heuser so methodisch geordnet vor, daß es unnütz wäre, hier noch besondere Erörterungen hinzuzufügen."

§. 352. 2. Das Rechenwerk von Hentschel.

Einige Jahre später als das praktische Rechenbuch von Diesterweg und Heuser und ganz gleichzeitig mit dem Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule von Grube erschien ein die Beachtung nicht minder verdienendes Werk. Wir meinen hier das „Lehrbuch des Rechenunterrichtes in Volksschulen von Hentschel." Es behandelt allen Stoff, der in die Volksschule gehört. In einer Beurtheilung dieses Werkes sagt Diesterweg selbst von dem Verfasser: „Von einem Manne, der so bekannt ist, wie Herr Hentschel, erwartet man nichts Gewöhnliches. Er kann nichts Schlechtes liefern; denn er kennt die bisherigen besten Rechenbücher, hat eine ungeheuere Praxis und ist Methodiker. Den meisten Lehrern kann man daher den Rath geben, sich seiner Führung unbedingt zu überlassen; von Anfängern ist es zu fordern."

Den letzten Satz betonen wir besonders, weil wir nach spezieller Einsicht und Durchsicht dieses Werkes bekennen müssen, daß er aus unserer Seele gesprochen ist. Wohl ist der von Hentschel eingehaltene Lehrgang für den elementaren Rechenunterricht von dem Grube's, so weit dieser ihn gibt, in der speziellen Stufenfolge wesentlich verschieden, aber in den Hauptstufen und in den meisten Grundsätzen für die Behandlungsweise stimmt er mit ihm völlig überein. Er unterscheidet sich in dem speziellen Gange von Grube's Methode dadurch, daß er, nicht, wie dieser, im Zahlenraume von 1 bis 10 alle Operationen des Zusammenzählens, Abzählens, Vervielfachens und Messens zuerst an der Zahl 2, dann an 3, dann an 4 u. s. w. vollständig durchnimmt, sondern daß er, nachdem er zuerst alle Zahlen von 1 bis 10 anschauen, auffassen, benennen, schreiben, der Reihe nach zählen, dann die Stelle, welche jede Zahl in dieser Reihe einnimmt, auffassen läßt, und erst hiernach die Operationen des Zusammen- und des Abzählens in Verbindung an allen Zahlen von 1 bis 10 und zwar zuerst an 2, dann an 3 u. s. w. übt. Ist dieses zu Ende gebracht, so fängt er wieder an 2 an und nimmt an dieser und an den folgenden Zahlen bis 10 das Vervielfachen allein und dann in Verbindung mit dem Vorausgehenden, darauf das Theilen und Messen, von 2 anfangend, an allen Grundzahlen gleichfalls zuerst allein und dann wieder in Verbindung mit dem Vorausgehenden vor.

Dagegen stimmt er mit Grube darin überein, daß er auch in dem angegebenen Zahlenraume die 4 Spezies, wenn auch in anderer Ordnung, durchnimmt, und überall das Erkannte gleich auf's Leben anwenden läßt und in Beziehung darauf übt.

In dem Zahlenraume von 10 bis 100 verfährt Grube genau, wie in dem Zahlenraume von 1 bis 10. Nach 10 läßt er 11 entstehen und übt an dieser Zahl die Operationen der 4 Spezies, wobei er am Schlusse nie die Anwendung fehlen läßt; erst dann läßt er 12 entstehen und macht es ebenso u. s. f. bis 100. Hentschel dagegen läßt zuerst die Zehner bis 100 entstehen und mit den Grundzahlen vergleichen, dann läßt er durch Verbindung der Einer mit den Zehnern alle Zahlen, anfangs bis 20, dann bis 100 weiter bilden und die Kinder sich im Zusammenfassen, Auflösen, Lesen und Schreiben dieser Zahlen üben; nachdem dieses geschehen, geht er über zum Zusammenzählen, Abzählen, Vervielfachen und Messen, und zwar nimmt er diese Operationen nicht nebeneinander bei jeder Zahl, sondern nacheinanderfolgend im ganzen Zahlenraume, wobei er das Zusammenzählen zuerst ganz fertig übt und dann zum Abzählen übergeht u. s. w. Jede spezielle Stufe ist auch hier wieder von der Anwendung des Gelernten begleitet.

Aehnliche Unterschiede und Uebereinstimmungen treten in der Behandlungsweise der Zahlen über 100 und insbesondere bei der Vorbereitung zu den 4 Spezies mit den Brüchen auf.

Den weiteren der Volksschule zugehörigen Rechenstoff hat, wie bereits schon einmal bemerkt, Grube in sein Werkchen nicht mehr aufgenommen; Hentschel dagegen hat ihn mit großer Klarheit und Einfachheit bis zu Ende geführt, so daß er einem Jeden, der ihn benützt, ein sicherer Führer sein wird. In dem nachfolgenden Lehrgange ist auch sein methodisches Verfahren besonders berücksichtigt, weßhalb wir hiermit speziell auf denselben verweisen.