Lehrbuch der Erziehung und des Unterrichtes

Ohler, Aloys K.

Mainz, 1863

Muster, wie das Theilen zwei-, drei- und mehrstelliger Zahlen beim Tafelrechnen zu behandeln ist. (§. 375.)

So lassen sich alle Grundzahlen nach Andeutung des nachfolgenden Gesetzchens zu Additionsaufgaben — in gleicher Weise aber auch, indem man sie von 11 abzählt, zu Subtractionsaufgaben benützen.

$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=11$
$1+2+2+2+2+2=11$
$2+2+2+2+2+1=11$
$1+3+3+3+1=11$
$2+3+3+3=11$
$3+3+3+2=11$
$1+4+4+2=11$
$2+4+4+1=11$
$3+4+4=11$
$4+4+3=11$
$1+5+5=11$
$2+5+4=11$
$3+5+3=11$
$4+5+2=11$
$5+5+1=11$

u. s. w.

In dieser Weise wird nun jede folgende Zahl aus diesem Zahlenkreise behandelt; auch wird es leicht sein, unter Benützung des Leitfadens von Grube den Lehrgang selbst weiter zu führen.

§. 375. 3. Muster, wie die vier Grundrechnungsarten in größeren Zahlen zu behandeln sind.

Aus diesem Gebiete:

a. Muster, wie das Vervielfachen zwei-, drei- und mehrstelliger Zahlen mit zweistelligen Zahlen **beim Tafelrechnen** zu behandeln ist.

(Siehe den Lehrgang S. 589, vierte Stufe, II. III. und IV.)

(Wir denken uns in die Schule und wollen durch Lösung einiger Beispiele zeigen, wie wir hier verfahren.)

L. Heute will ich erfüllen, was ich euch in der letzten Rechenstunde versprochen habe. Ihr sollt also 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen vervielfachen lernen. Der Vervielfacher oder Multiplicator soll also zweistellig sein. Nennet mir einige zweistellige Zahlen?

Sch. (Nennen mehrere durcheinander und zwar solche, die nur Zehner und solche, die Zehner und Einer enthalten.)

L. Die 2stelligen Zahlen enthalten, wie ihr schon wißt, entweder nur Zehner, oder auch Zehner und Einer. Wir wollen deßhalb zuerst 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen, die nur reine Zehner und dann 2-, 3- und mehrstellige Zahlen mit zweistelligen Zahlen, die Zehner und Einer enthalten, vervielfachen lernen.

1. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit zweistelligen Zahlen.

a) Mit reinen Zehnern.

Es soll z. B. die Zahl 529 zehnmal, dann 20-, 30-, 40-, 50-, 60-, 70-, 80- und 90mal genommen werden; wie wird das gemacht? — Ihr wißt es also nicht. Gebt Acht, von den 9 Beispielen zeige und erkläre ich euch zwei, dann kennt ihr die anderen alle.

Ich rechne mit euch:

529×20

Welche von den beiden Zahlen soll vervielfacht werden?

Sch. —

L. Wie vielmal soll sie genommen werden?

Sch. —

L. Wenn wir die Zahl 529 aber nur 5mal oder 3mal oder 2mal nehmen, würden wir sie in diesem Falle zu viel oder zu wenig oder richtig nehmen?

Sch —

L. Wir nehmen aber wirklich die Zahl 529 statt 20mal, wie wir sollten, nur 2mal; also 529×2 und erhalten zum Produkte 1058.

$$\frac{529 \times 2}{1058}$$

Wie vielmal haben wir in diesem Falle die Zahl 529 zu wenig genommen?

Sch. (Vielleicht erfolgt keine Antwort oder vielleicht eine falsche z. B. wir haben die Zahl 18mal zu wenig genommen. Für diesen Fall fahren wir fort:)

L. Ihr wißt es also nicht! So sagt mir: 529 haben wir wie vielmal 2mal genommen?

Sch. Einmal 2mal haben wir sie genommen.

L. Aber wie viel mal 2mal sollen wir sie nehmen?

Sch. 10mal 2mal oder 20mal sollen wir sie nehmen.

L. Wenn wir diese Zahl 529 sonach nur 2mal nehmen, so haben wir sie wie vielmal zu wenig genommen?

Sch. Wir haben sie 10mal zu wenig genommen.

L. Ist demnach das Produkt 1058 zu groß, oder ist es zu klein, oder ist es richtig?

Sch. —

L. Wie vielmal aber ist das Produkt zu klein?

Sch. —

L. Das ist ja ganz natürlich, daß, wenn man eine Zahl 10mal zu wenig nimmt, das erhaltene Produkt auch 10mal zu klein wird. — Was wir also hier gemacht haben, das ist noch nicht richtig. Damit dieses aber richtig wird, so müssen wir das Produkt jetzt noch 10mal so groß machen. Wodurch geschieht dieses?

Sch. Dieses geschieht dadurch, daß man die 8 Einer, 5 Zehner, 0 Hunderter und 1 Tausender 10mal nimmt, also 10×8 Einer sind 80 Einer oder 8 Zehner; 10×5 Zehner sind 50 Zehner oder 5 Hunderter und 10mal 1 Tausender sind 10 Tausender, gleich 10580, oder es geschieht dadurch, daß man jede Ziffer des entstandenen Produktes eine Stelle links rückt, indem man an die Zahl rechts eine Null setzt.

L. Recht so! Ihr habt das früher bei der Bildung der Zahlenreihe schon eingesehen. (Es muß dies gut verstanden sein.) — Wer kann aber das Produkt sogleich, während es entsteht, schon 10mal so groß machen?

Sch. Ich. ꝛc. ꝛc.! Wir dürfen nur die Einer gleich in die Zehnerstelle, die Zehner in die Hunderterstelle, und die Hunderter in die Stelle der Tausender setzen.

L. Nun, und in die Einerstelle? —

Sch. In die Einerstelle wird eine Null gesetzt.

Einer der Schüler macht jetzt an der Wandtafel diese Aufgabe und spricht unter Anleitung des Lehrers, wie folgt:

$$\frac{529 \times 20}{}$$

Sch. Wir sollen 529 zwanzigmal oder 10mal 2mal nehmen. Nehmen wir, um uns die Sache leicht zu machen, 529 aber nur 2mal, so nehmen wir 529 10mal zu wenig; nehmen wir aber 529 10mal zu wenig, so wird das Produkt auch 10mal zu klein. Wir setzen deßhalb sogleich beim Entstehen des Produktes die Einer desselben in die Zehnerstelle, die Zehner in die Stelle der Hunderter u. s. w., und in die Einerstelle machen wir eine Null.

Die Sache gestaltet sich demnach so:

$$\frac{529 \times 20}{0}$$

L. Wir nehmen also wirklich die Zahl 529 nur 2mal, ergänzen aber augenblicklich das Fehlende im Produkte. Wir sagen:

Sch. 2mal 9 Einer sind 18 Einer, das sind 1 Zehner und 8 Einer. 1

Zehner wird fortgezählt zu den Zehnern und die 8 Einer schreiben wir in die Stelle der Zehner.

So: 529 × 20
80

2mal 2 Zehner sind 4 Zehner und den 1 Zehner dazu sind 5 Zehner. Diese 5 Zehner schreiben wir an die Stelle der Hunderter.

So: 529 × 20
580

2mal 5 Hunderter sind 10 Hunderter oder 1 Tausender und 0 Hunderter. Die 0 Hunderter werden in die Stelle der Tausender und der 1 Tausender in die Stelle der Zehntausender gesetzt.

So: 529 × 20
10580

Wir erhalten so das richtige Produkt 10580.

Ein anderer Schüler rechnet 529 × 90, wie folgt:

Sch. 529 sollen wir 90mal oder 10mal 9mal nehmen. Wir nehmen aber 529 nur 9mal, folglich 10mal zu wenig. Daraus folgt, daß das Produkt wieder 10mal zu klein wird, und wir müssen deßhalb, um es 10mal so groß zu machen, verfahren, wie vorhin, also jede Ziffer eine Stelle links rücken und in die Einerstelle eine Null machen. Wir sagen also: 9mal 9 Einer sind 81 Einer. Dies sind 8 Zehner und 1 Einer. Diesen 1 Einer setzen wir sogleich in die Stelle der Zehner, und die 8 Zehner zählen wir fort.

Die Sache macht sich so: 529 × 90
10

9mal 2 Zehner sind 18 Zehner und die hierzu zu zählenden 8 Zehner sind 26 Zehner = 2 Hunderter und 6 Zehner. Die 6 Zehner setzen wir in die Stelle der Hunderter, und die 2 Hunderter zählen wir fort zu den Hunderten, die wir noch durch das Vervielfachen der 5 Hunderter mit 9 erhalten.

Die Sache sieht jetzt so aus: 529 × 90
610

9mal 5 Hunderter sind 45 Hunderter und hierzu die 2 Hunderter geben 47 Hunderter. Dies sind 4 Tausender und 7 Hunderter. Die 7 Hunderter jedoch werden in die Tausenderstelle und die 4 Tausender in die Zehntausenderstelle geschrieben.

So: 529 × 90
47610

Das Produkt von 529 und 90 ist somit 47610.

b) Mit Zehnern und Einern.

L. Jetzt wollen wir auch eine Aufgabe mit einem 2stelligen Multiplicator, der Zehner und Einer hat, lösen lernen. — Das ist Eine.

608 × 75

Dieses Beispiel ist zuerst zu zerlegen in folgende 2 Aufgaben

608 × 5 und 608 × 70
3040 42560

Das Eine, wie das Andere ist den Kindern nach dem Vorausgegangenen verständlich.

Die Zahl 608 wird zuerst 5mal, dann 70mal genommen, wie bisher und das Produkt der Einer und das der Zehner zusammengezählt, um das Hauptprodukt zu erhalten. —

Die Kinder werden angeleitet, diesen Fall so darzustellen:

$$\begin{array}{r} 608 \times 75 \\ \hline 3040 \\ 42560 \\ \hline 45600 \end{array}$$

2. Das Vervielfachen 2-, 3- und mehrstelliger Zahlen mit dreistelligen Zahlen.

a) Mit reinen Hunderten.

Die Zahl 641 soll 100mal, 200-, 300-, 400-, 500-, 600-, 700-, 800- und 900mal genommen werden.

Wir nehmen ein Beispiel davon heraus, etwas $\underline{641 \times 700,}$ um zu zeigen, wie solche Aufgaben zu lösen sind.

Die Zahl 641 haben wir 700mal oder 100mal 7mal zu nehmen. Wenn wir 644 aber nur einmal 7mal nehmen, so nehmen wir 641 100mal zu wenig, und erhalten deßhalb das Produkt 100mal zu klein. Letzteres ist also wieder 100mal so groß zu machen, dadurch, daß man während des Vervielfachens, sogleich die Einer desselben in die Hunderterstelle und die Zehner in die Tausenderstelle 2c. 2c., also zwei Stellen links schreibt und in die Einer- und Zehnerstellen Nullen setzt.

So:

$$\begin{array}{r} 641 \times 700 \\ \hline 448700 \end{array}$$

(Daß die Ziffer zwei Stellen links gerückt, 100mal so viel gibt, ist ebenfalls bei der Bildung der Zahlenreihe vorgekommen, muß demnach vollständig klar sein.)

b) Mit Hunderten, Zehnern und Einern.

Nach dem Vorausgegangenen werden Aufgaben, wie: $\underline{641 \times 372}$ weiter keine Schwierigkeiten darbieten; sie sind jedoch immer noch, wie 641 × 372 in 641 × 2 und 641 × 70 und 641 × 300 zu zerlegen und so aufzulösen. Es ergibt sich dann von selbst folgende Auflösung:

$$\begin{array}{r} 641 \times 372 \\ \hline 1282 \\ 44870 \\ 192300 \\ \hline 238452 \end{array}$$

Hiernach ist die Erklärung für die Fälle, daß der Multiplicator vier- und mehrstellig ist, nicht mehr nothwendig. Bei den Kindern jedoch ist bei jedem Schritte vorwärts eine Erklärung des ersten oder einiger ersten Fälle oder Aufgaben noch immer, wenn vielleicht auch nicht mehr gerade nothwendig, so doch von Vortheil für dieselben, indem dadurch den Nachzüglern fortgeholfen wird und die Anderen in ihrer Arbeit sicherer werden und mehr Fertigkeit sich aneignen.

b. Muster, wie das Theilen zwei-, drei- und mehrstelliger Zahlen beim Tafelrechnen zu behandeln ist. §. 376.

(Siehe den Lehrgang Seite 589, fünfte Stufe, II.)

1. Der Divisor ist einstellig.

a) Das Theilen oder Messen **zweistelliger** Zahlen mit einem einstelligen Divisor, wiederholt als Vorbereitung zum Theilen dreistelliger Zahlen mit einem einstelligen Divisor.

L. Beim Theilen in dem Zahlenraume von 1 bis 100 haben wir im schriftlichen oder Tafelrechnen nicht immer alle Zahlen hingeschrieben, die als nothwendig sich dabei ergaben.

Wir haben z. B. gesagt: der 8te Theil von 25 ist 3 mit dem Reste 1;

oder der 9te Theil von 75 ist 8 mit dem Reste 3; dieses haben wir schriftlich so dargestellt:

$$8 : 25 = 3\ (1)$$
$$9 : 75 = 8\ (3)$$

Auf welche Weise aber sind wir zu den Quotienten (3 und 8) und zu dem Reste (1 und 3) gekommen, oder wie haben wir den 8ten Theil von 25 und den 9ten Theil von 75 gefunden?

Sch. Indem wir 8 von 25 und 9 von 75 so oft herausnahmen, als wir konnten und jedes Mal 1 auf jeden Theil legten.

L. Wie oft können wir 8 von 25 hinwegnehmen?

Sch. —

L. Warum?

Sch. Wir können 8 dreimal von 25 wegnehmen, weil 8 dreimal in 25 enthalten ist und noch 1 zum Reste läßt; oder weil 3mal 8 = 24 ist, welche 24 von 25 abgezählt, noch 1 zum Reste lassen.

L. So ist's Recht. Seht jetzt wollen wir beim schriftlichen Theilen dies noch anders darstellen oder schreiben lernen. — Wir wollen nämlich diese 24 jetzt unter die 25 schreiben, (was wir bisher nicht gethan haben) und dann abzählen, etwa in dieser Form:

$$\begin{array}{l} 8 : 25 = 3 \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$$

Das heißt also auch: 8 gemessen oder getheilt in 25 geht 3mal und läßt 1 zum Reste; denn das Theilen ist ja ganz das nämliche, wie wir es früher gelernt haben; nur besteht der Unterschied darin, daß wir es jetzt in etwas anderer Form aufschreiben.

Wir wollen so noch ein Beispiel miteinander rechnen und zwar das vorhin erwähnte: 9 : 75 = oder [75]. Nach diesen Ausdrücken sollen wir den 9ten Theil von 75 nehmen oder 75 in 9 gleiche Theile theilen und untersuchen, wie viel auf jeden dieser Theile kommt. Das erfährt man, indem man 9 von 75 hinwegnimmt und auf jeden der 9 Theile Eins legt, dieses Verfahren aber so lang fortsetzt, als möglich. Wie oft ist dies aber möglich, oder wie oft können wir 9 von 75 hinwegnehmen und austheilen, oder wie oft steckt 9 in 75?

Sch. —

L. Warum?

Sch. Weil 8mal 9 = 72 ist, welche von 75 abzuzählen sind, um einen Rest von 3 zu lassen.

L. Diese 72 werden nun unter die 75 geschrieben und abgezählt; also so:

$$\begin{array}{l} 9 : 75 = 8 \\ \underline{72} \\ 3 \end{array}$$

Was soll das heißen?

Sch. 9 gemessen oder getheilt in 75 geht 8mal und läßt 3 zum Reste.

L. Recht; in dieser Form könnt ihr jetzt ganz gewiß auch Alle theilen. Wer will mir gleich ein paar Aufgaben allein machen?

Sch. —

L. (Der Lehrer läßt noch einige Aufgaben von Einzelnen auf der großen Wandtafel lösen; und wann dies geschehen ist, gibt er der ganzen Klasse mehrere solcher Aufgaben. Sobald die Lösung mit Sicherheit geschieht, fährt er im Unterrichten weiter.)

---

b) Das Theilen oder Messen dreistelliger Zahlen mit einem einstelligen Divisor.

Ganz auf die nämliche Weise, wie ihr es eben gemacht habt, wird verfahren, auch wenn der Dividend mehr, als 2 Stellen, hat, z. B.:

$$
\begin{array}{l}
3 : 798 = 266 \\
\underline{6} \\
19 \\
\underline{18} \\
18 \\
\underline{18} \\
..
\end{array}
$$

Aus der Zahl 798 nehmen wir nacheinander von den Hunderten, Zehnern und Einern 3 Hunderter, 3 Zehner, 3 Einer heraus, so oft, als möglich, und theilen jedes Mal die 3 Hunderter, 3 Zehner, 3 Einer als Einheiten einer Ordnung oder Stelle aus.

(Die Erklärung kann etwa auf folgende Weise geschehen:)

Wir nehmen also zuerst von 7 Hundertern 3 Hunderter hinweg und legen auf jeden der 3 Theile 1 Hunderter; dann nehmen wir wieder 3 Hunderter hinweg und legen auf jeden Theil abermals 1 Hunderter u. s. f., so oft dieses geschehen kann. Von 7 Hundertern können wir nur 2×3 Hunderter hinwegnehmen und deßhalb auf jeden Theil 2 × 1 Hunderter = 2 Hunderter legen; denn die 7 sind nicht 7mal Eins oder 7 Einer, sondern 7mal 1 Hunderter, also 7 Einheiten einer höheren Ordnung oder Stelle, die wir auch als solche, ohne sie weiter zu zerlegen, auf die 3 Theile gleichmäßig vertheilen, so oft wir vorher 3 mal 1 Hundert oder 3 Hundert aus 7mal 1 Hundert oder 7 Hundert hinwegnehmen.

Die 2mal 3 Hundert sind gleich 6 Hundert, diese 6 Hundert von 7 Hundert abgezählt, lassen einen Rest von 1 Hundert. Der 1 Hunderter wird in Zehner verwandelt, und die in der Zahl 798 sich befindlichen 9 Zehner werden dazu genommen, = 19 Zehner.

Wir nehmen weiter von 19 Zehnern 3 Zehner hinweg und legen auf jeden Theil 1 Zehner, dann wieder 3 Zehner hinweg und auf jeden Theil 1 Zehner u. s. f., so oft dieses geschehen kann. Von 19 Zehnern können wir 3 Zehner 6mal hinwegnehmen und deßhalb auf jeden Theil 6mal 1 Zehner, das ist 6 Zehner legen. Somit haben wir von 19 Zehnern 3×6 Zehner, d. i. 18 Zehner hinweggenommen, und es bleibt sonach noch 1 Zehner Rest. Dieser 1 Zehner ist gleich 10 Einern; die 8 Einer dazu sind dann 18 Einer. Von 18 Einern lassen sich 3 Einer 6mal hinwegnehmen, weil 6 × 3 = 18 sind, und folglich 6mal 1 Einer austheilen. Es kommen also im Ganzen auf jeden Theil 2 Hunderter, 6 Zehner und 6 Einer, also wie oben die Darstellung zeigt = 266.

c) Das Theilen und Messen 4= **und mehrstelliger** Zahlen durch einen einstelligen Divisor.

Die zu lösende Aufgabe sei:

5 : 8634 = oder 5|8634|

8634 soll in 5 gleiche Theile getheilt werden. So oft 5 in 8634 enthalten ist, oder so oft wir 5 aus 8634 herausnehmen können, so oft legen wir auf jeden der 5 Theile 1.

Wären die 8 Tausender keine Tausender, sondern 8 Einer; so könnten wir 5 × 1 von 8 × 1 oder 5 von 8 1mal herausnehmen. Da es aber keine 8 Einer, sondern 8 Tausender sind, und die Tausender 1000mal so groß sind, als die Einer, so können wir auch die 5 aus einer 1000mal so großen Zahl, aus 1000 × 8 oder 8 Tausend, 1000mal so oft herausnehmen, als aus einer 1000 mal so kleinen Zahl, aus 8. Wir können also 5 von 8 Tausend nicht nur 1mal, sondern 1000mal 1mal oder 1 tausendmal hinwegnehmen

T.
5 : 8634 = 1, weil 1 tausendmal 5 = 5 Tausend sind; diese 5 Tausend ab von 8 Tausend, bleibt 3 Tausend Rest. Dies wird schriftlich so dargestellt:

$$
\begin{array}{l}
\qquad\quad \text{T.} \\
5 : 8634 = 1 \\
\underline{5} \\
3
\end{array}
$$

Diese 3 Tausend sind 30 Hundert und hierzu die 6 Hundert, sind 36 Hundert.

Wären diese 36 Hundert ebenso viele Einer, so würden wir 5 $\times$ 1 von 36 $\times$ 1 oder 5 von 36 7mal hinwegnehmen können. Es sind aber keine Einer, sondern Hunderter; die Hunderter aber sind 100mal so groß, als die Einer; folglich können wir auch die 5 aus einer 100mal so großen Zahl 100mal so oft herausnehmen, sonach nicht 7mal, sondern 100mal 7mal = 700mal =

T.H.
5 : 8634 = 1 7, weil 7 hundertmal 5 = 35 Hundert sind; diese 35 Hundert ab von 36 Hundert bleibt 1 Hundert =

T.H.
5 : 8634 = 1 7
5
36
35
1

(Die Schüler werden aufgefordert, den Quotienten auszusprechen. Schwächere werden 17, die Uebrigen 1700 lesen. Hier ist, wo das vollständige Verständniß noch nicht erzielt ist, nachzuhelfen, bis es geht. Das Ueberschreiben der einzelnen Stellen soll jedoch nur für die ersten Beispiele gelten und nicht fortgeführt werden. Das Kind muß nach und nach angeleitet werden und zwar schon in den ersten Stunden, den Stellenwerth jeder Ziffer des Quotienten, den es ja in seinen Theilen verstanden haben muß, auch im Gedächtniß zu behalten. Das Verständniß ist dabei dem Gedächtnisse die wesentlichste Stütze.)

Der Rest, bestehend aus 1 Hunderter, wird in Zehner verwandelt und die 3 Zehner werden dazu gezählt; das sind zusammen 13 Zehner.

Wären dies 13 Einer, so würden 5 $\times$ 1 in 13 $\times$ 1 oder 5 in 13 2mal enthalten sein; es sind aber nicht 13 Einer, sondern 13 Zehner, und da die Zehner 10mal so groß sind, als die Einer, so sind auch in dieser 10mal so großen Zahl, in 13 Zehner, die 5 10mal so oft, also nicht 2mal, sondern 10mal 2mal oder 20mal enthalten =

T.H.Z.
5 : 8634 = 1 7 2, weil
5
36
35
13

2 Zehner oder 20mal 5 = 10 Zehner oder 100 sind. Zählt man diese 10 Zehner von 13 Zehnern ab, so bleiben noch 3 Zehner, und die Division stellt sich jetzt so dar:

T.H.Z.
5 : 8634 = 1 7 2
5
36
35
13
10
3

Die 3 Zehner werden zu 30 Einer zerlegt und die in der Zahl 8634 vorkommenden 4 Einer dazu gezählt = 34. 5 können wir von 34 6mal hinwegnehmen =

T.H.Z.E.
5 : 8634 = 1 7 2 6, weil
5
36
35
13
10
34

6 $\times$ 5 = 30 sind; diese von 34 abgezählt = 4. Dies wird so dargestellt:

```
       T.H.Z.E.
5 : 8634 = 1 7 2 6
    5
    36
    35
    =13
     10
     =34
      30
      =4
```

Die Schüler sind anzuleiten, daß sie jedesmal das Produkt aus dem Quotienten und dem Divisor mit der Zahl, von welcher es abzuzählen ist, vorher vergleichen, ob man den Quotienten nicht zu groß genommen hat (warum darf man ihn nicht zu groß nehmen?), ebenso den Rest zu vergleichen mit dem Divisor, da die Einheiten des Restes (einerlei, ob niederer oder höherer Ordnung) weniger sein müssen, als die des Divisors. (Warum? Diese Fragen unterlasse man im Anfange ja nicht, sie dürfen eher zu oft, als zu selten wiederkehren.)

Ganz auf dieselbe Weise, wie das Theilen 2 und 3 stelliger Zahlen im Zahlenraume von 10 bis 100, auf das wir nochmals zurückverweisen, und hier das Theilen 4stelliger Zahlen durch einen einstelligen Divisor gezeigt wurde, ist auch das Theilen 5= und mehrstelliger Zahlen durch einen einstelligen Divisor zu behandeln.

2. Der Theiler oder Divisor ist zweistellig.

Einleitung.

L. Wir kommen jetzt an das Theilen 2=, 3= und mehrstelliger Zahlen durch 2stellige Zahlen. Vorerst wollen wir jedoch noch ein kleines Beispiel wählen, um an dem Divisor und Dividenden einige Veränderungen vorzunehmen; dabei wollen wir insbesondere einmal recht auf den Quotienten achten. Das Beispiel heiße:

4 : 8.

Nun sagt mir gleich: 4 ist in 8 wie vielmal enthalten?
Sch. —
L. Wie heißt sonach der Quotient?
Sch. —
L. An diesem Beispiel (4 : 8 =?) wollen wir zuerst den Dividenden 2=, 3=, 4=, 5= 2c. 2c. mal so groß machen und sehen, was für eine Veränderung sich am Quotienten zeigt. Mache also an dem gegebenen Beispiel den Dividenden 2mal so groß!
Sch. —
L. Wie heißt das Beispiel jetzt?
Sch. —
L. 4 ist aber in 16 oder in 2×8 wie vielmal enthalten?
Sch .—
L. Wie vielmal 2mal ist das?
Sch. —
L. Wie vielmal 2mal kann ich demnach denselben Divisor aus dem 2mal so großen Dividenden herausnehmen?
Sch. —
L. Was sehen wir also an diesem Beispiele?
Sch. Wenn man den Dividenden 2mal so groß macht, so wird auch der Quotient 2mal so groß.
L. Mache jetzt an dem gegebenen Beispiele (4 : 8=?) den Dividenden 3=mal (nachher 4=, 5= 2c. 2c. mal) so groß! (u. s. w.)
Sch. —
L. Wie heißt das Beispiel nun? u. s. w. (Wie dies in den 6 vorausgehenden Fragen gezeigt wurde.)
Sch.—

L. 4 ist aber in 24 oder in 3 × 8 wie vielmal enthalten?
Sch. —
L. Wie vielmal 3mal ist das?
Sch. —
L. Wie vielmal 3mal kann ich demnach den Divisor 4 aus dem 3mal so großen Dividenden herausnehmen?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Wenn also der Dividend vergrößert wird und der Divisor derselbe bleibt, in welchem Verhältniß wird dann der Quotient größer?
Sch. Der Quotient wird in demselben Verhältniß größer, in welchem der Dividend größer gemacht wird.
L. Nun wollen wir sehen, wie es ist, wenn der Divisor vergrößert wird und der Dividend derselbe bleibt. Machet darum an dem gegebenen Beispiele (4 : 8 = ?) den Divisor 2mal so groß!
Sch. —
L. Wie heißt es jetzt?
Sch. —
L. Wie wird hier der Quotient?
Sch. —
L. Warum?
Sch. —
L. Wenn man also den Divisor vergrößert und der Dividend derselbe bleibt, wie wird da der Quotient?
Sch. —
L. In welchem Verhältniß wird dann jedesmal der Quotient kleiner?
Sch. Der Quotient wird in demselben Verhältniß kleiner, in welchem der Divisor größer gemacht wird.
L. Jetzt wollen wir an dem schon einigemal veränderten Beispiele (4 : 8 = ?) noch eine Veränderung vornehmen. Wir wollen nämlich den Divisor und den Dividenden gleich vielmal so groß machen und dabei wieder auf den Quotienten achten. — Wie heißt der Quotient in dem Beispiele 4 : 8?
Sch. —
L. Machet jetzt den Divisor und den Dividenden 3mal so groß? (= 12 : 24 = 2.)
Sch. —
L. Wie heißt das Beispiel jetzt?
Sch. —
L. 12 getheilt in 24 gibt welche Zahl zum Quotienten?
Sch. —
L. Machet nun, anstatt, wie eben, 3mal, den Divisor und den Dividenden 5mal so groß, und stellet es auf der Tafel dar! (20 : 40 = 2)
(Die Zwischenfragen sind bei dieser und den folgenden Vergrößerungen dieselben, wie die im Vorhergehenden.) — Machet jeden, Divisor und Dividenden, 10mal so groß! (40 : 80 = 2). —
Machet den Divisor und den Dividenden gleich vielmal, etwa 100mal so groß, und stellet es dar! (400 : 800 = 2). —
Machet den Divisor (4) und den Dividenden (8), jeden 2mal so klein! (2 : 4 = 2). —
Machet Divisor und Dividend 4mal so klein 2c. 2c.! (1 : 2 = 2). —
Wie oft ist also der Divisor in diesen Fällen, die alle aus dem ersten Beispiele (4 : 8) abgeleitet wurden, in seinem Dividenden enthalten?
Sch. —
L. 4 : 8 ist also ganz gleich 12 : 24 = 20 : 40 = 40 : 80 u. s. w. Warum aber ist 4 : 8 = 12 : 24 = 20 = 40 u. s. w.
Sch. —
L. Der Quotient ist hier also immer derselbe. Wenn demnach Divisor und Dividend, wie wir eben gethan, gleich vielmal so groß oder gleich vielmal so

klein gemacht werden, wie wird da der Quotient? (Die Entwicklung dafür geschieht sofort noch an anderen kleineren Beispielen.)

3 : 6 = oder 5 : 10 = rc. rc.

Sch. —

L. Gilt das von allen zusammengehörigen Divisoren und Dividenden oder nicht?

Sch. —

L. Es ist also das für alle zusammengehörige Divisoren und Dividenden etwas allgemein Gültiges. Was für eine Wahrheit oder Regel erkennt ihr daher aus den zuletzt abgeleiteten Beispielen, wenn ihr den Quotienten vergleicht?

Sch. Wenn man Divisor und Dividenden gleich vielmal so groß oder gleich vielmal so klein macht; so erhält man immer denselben Quotienten. (Diese Regel ist fest einzuprägen.)

a. Der Divisor und der Dividend bestehen aus reinen Zehnern.

L. Sagt mir noch einmal die gelernte Regel!

Sch. —

L. Und wie haben die Beispiele geheißen, an welchen wir sie kennen gelernt haben?

Sch. —

L. Wir wollen heute etwas größere Beispiele wählen. Ich schreibe sie euch da auf die Tafel:

10 : 90 = ?	60 : 90 = ?
20 : 90 = ?	70 : 90 = ?
30 : 90 = ?	80 : 90 = ?
40 : 90 = ?	90 : 90 = ?
50 : 90 = ?	

Von diesen Beispielen wollen wir das erste auch zuerst betrachten, und da sagt mir gleich: Wie oft können wir 10 aus 90 nehmen?

Sch. —

L. Das wissen also schon Viele von euch! Wer es aber nicht weiß, der kann sich die Lösung dieser Aufgabe leichter machen. Man denkt sich nämlich nach der gelernten Regel den Divisor und den Dividenden gleich vielmal und zwar hier 10mal so klein [1]). Wie könnt ihr das ganz leicht?

Sch. Wir denken uns die Einerstellen, hier die Nullen, weg.

L. Dies ist recht; aber warum?

Sch. (Die Regel.)

L. 10 10mal so klein gemacht, ist wie viel?

Sch. —

L. Und 90 10mal so klein gemacht, ist wie viel?

Sch. —

L. 1 muß also nach unserer aufgefundenen Regel eben so oft in 9 enthalten sein, als 10 in 90. Vorhin hörten wir, 10 sei in 90 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Und 1 ist in 9 wie vielmal enthalten?

Sch. —

L. Wer es sich also hierin, wenn Zehner durch Zehner getheilt werden sollen, leicht machen will, der sagt nicht 10 : 90, sondern 1 in die 9, man erhält ja doch denselben Quotienten.

Das Nämliche lasse jetzt der Lehrer die Kinder noch an den anderen Beispielen sehen und üben, und zwar so lang, bis Alles erfaßt und klar ist und sicher geht.

b. Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus Zehnern und Einern.

Beispiele, wie:	10 : 79 = ?	40 : 74 = ?
	20 : 89 = ?	u. s. w.
	30 : 69 = ?	

1) Dies thut man, so oft der Divisor 2stellig ist.

sind jetzt einer betrachtenden Lösung zu unterwerfen. Die Erklärung ist jedoch nach den vorausgegangenen §§. nicht schwer. Es sei darum die Ausführung hier übergangen.

c. **Der Divisor besteht aus Zehnern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.**

Vorbemerkung. Da das Verfahren beim Theilen 3stelliger Zahlen durch reine Zehner in dem Nachweise des Verfahrens beim Theilen 4stelliger Zahlen durch reine Zehner ganz enthalten ist, und das Theilen 5= und mehrstelliger Zahlen durch reine Zehner sich aus dem 4stelliger Zahlen erkennen läßt; so geben wir für die hier möglichen Fälle die Lösung von nur einer Aufgabe.

Es soll z. B. 7564 in 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 gleiche Theile getheilt werden. Aus diesen verschiedenen Beispielen wollen wir herausnehmen:

60 : 7564 =

Wir theilen hier zuerst die Tausender, dann die Hunderter, Zehner und zuletzt die Einer, indem wir immer 60 dieser Einheiten höherer Ordnung herausnehmen, so oft dies geschehen kann und auf jeden Theil eine dieser Einheiten legen. (Das Gesagte muß den Kindern in dem Rechenunterrichte auf der untersten Stufe vollkommen klar geworden sein; dort wird ja aus dem Begriffe des Enthaltenseins schon der des Theilens gewonnen.) 60 können wir von 7 Tausender nicht so herausnehmen, daß auf jeden Theil ein Tausender kommt. Wir müßten ja sonst wenigstens 60 Tausender haben. Es sind deßhalb die 7 Tausender zu 70 Hunderter zu verwandeln und die in der Zahl 7564 vorkommenden 5 Hunderter dazu zu zählen. Wir theilen nun die 75 Hunderter aus. So oft wir 60 Hunderter austheilen können, so oft erhält jeder Theil einen Hunderter. Von 75 Hunderten können wir 60 Hunderter 1mal hinwegnehmen. Wir legen deßhalb auf jeden Theil 1 Hunderter. 60 Hunderter von 75 Hunderter bleiben noch 15 Hunderter; denn dem 60 : 75 entspricht nach der bereits kennen gelernten Regel das 6 : 7. 6 : 7 ist gleich 1. (Die kleine Differenz lassen wir im Augenblicke unbeachtet; wir kommen jedoch später darauf zurück.) Wissen wir aber das Kleine 6 : 7 = 1, so wissen wir auch das Große 60 : 75 = ? 60 : 75 ist auch gleich 1, und 75 — 60 = 15; also ganz, wie wir dies zuerst gefunden haben. (Es ist durchaus rathsam, die Schüler jedesmal nach dem Abzählen den Rest mit dem Divisor vergleichen zu lassen; da ersterer, wie schon bemerkt, stets kleiner sein muß, als der letztere. Warum?) Es wird sich also die Rechnung so darstellen

60 : 7564 = 1
60¦
15

Man fordert nun die Schüler auf, den Quotienten auszusprechen. Schwächere Kinder werden denselben für 1 (Eins) lesen; mittelmäßig befähigte haben jedoch nicht vergessen, daß wir die Hunderter gemessen und ausgetheilt haben, daß sonach auf jeden Theil 1 Hunderter kam und lesen deßhalb den Quotienten richtig: 100.

Wir fahren weiter: Die übrig gebliebenen 15 Hunderter werden in Zehner verwandelt; 15 Hunderter sind 150 Zehner und die 6 Zehner (aus der Zahl 7564) dazu gezählt, sind zusammen 156 Zehner.

Die Zehner werden nun auf dieselbe Weise getheilt, wie dies bei den Hundertern geschah. — 60 ist in 156 Zehnern wie vielmal enthalten? Oder: Wie oft können wir von 156 Zehner 60 Zehner hinwegnehmen oder hinwegmessen und auf jeden Theil 1 Zehner legen?

Denken wir uns wieder nach der aufgefundenen Regel den Divisor und den Dividenden 10mal so klein, so erhalten wir denselben Quotienten; also 60 : 156 = 6 : 15. (Die kleine Differenz lassen wir noch unbeachtet.)

Wissen wir das Kleine 6 : 15, so wissen wir auch wieder das Große, 60 : 156. 6 gemessen in 15 ist?

Sch. —

L. 60 gemessen in die 156 ist demnach auch wie viel?

Sch. —

L. Warum?

Sch. Weil man von 156 Zehnern 60 Zehner 2mal herausmessen oder herausnehmen kann.

L. Es kommen somit auf jeden der 60 gleichen Theile wie viel Zehner?

Sch. —

L. 2mal 60 Zehner sind aber wie viel Zehner?

Sch. —

L. 120 Zehner von 156 Zehner abgezählt, lassen noch wie viel zum Reste?

(Hier ist wieder zu bemerken: der Rest ist kleiner, als der Divisor.)

Die Aufgabe in ihrer weiteren Auflösung stellt sich demnach so dar:

$$\begin{array}{l} 60 : 7564 = 12 \\ \underline{60} \\ 156 \\ \underline{120} \\ 36 \end{array}$$

Die Schüler werden wiederholt aufgefordert, den Quotienten auszusprechen. Einige werden wieder 12, Andere aber 20 lesen. Wo es fehlt, ist nachzuhelfen.

Die Lösung der Aufgabe wird dann auf folgende Weise weiter geführt: Die 36 Zehner sind nun in 360 Einer zu verwandeln und die in der Zahl 7564 sich befindlichen 4 Einer sind dazu zu zählen = 364 Einer.

Wie oft können wir von 364 Einern 60 Einer hinwegnehmen? oder wie oft steckt 60 in 364 —?

Sch. —

L. Wir denken uns wieder den Divisor und den Dividenden 10mal so klein und lassen den Rest 4 resp. die 4 Einer fallen, und die Frage stellt sich dann so dar:

60 : 364 = ? = 6 : 36 = ?

Wer aber 6 : 36 weiß, versteht auch nach unserer Regel 60 : 364. — 6 : 36 geht wie vielmal?

Sch. —

L. Und 60 : 364 ist wie viel?

Von 364 Einer lassen sich demnach 60 Einer 6mal herausnehmen und sonach 6mal 1 Einer oder 6 Einer auf jeden der 60 gleiche Theile legen.

6×60 Einer = 360 Einer sind von den 364 Einern abzuzählen, woraus sich noch ein Rest von 4 Einern ergibt.

Die Auflösung dieses Beispiels ergänzt sich also, wie folgt:

$$\begin{array}{l} 60 : 7564 = 126 \\ \underline{60} \\ 156 \\ \underline{120} \\ 364 \\ \underline{360} \\ 4 \end{array}$$

d. **Der Divisor besteht aus Zehnern und Einern und der Dividend aus einer mehrstelligen Zahl.**

Die Zahl 7564 ist in 91, 81, 71, 61, 51 u. s. w. gleiche Theile zu theilen. Wir wollen wieder ein Beispiel herausgreifen:

$$\begin{array}{l} 91 : 7564 = 83 \\ \underline{728} \\ 284 \\ \underline{273} \\ 11 \end{array}$$

Und gehen gleich zur Ausführung.

7 Tausender lassen sich wohl in 91 gleiche Theile austheilen, aber nicht so, daß auf jeden Theil 1 Tausender kommt, dazu wären 91 Tausender nothwendig. Wir verwandeln deßhalb die 7 Tausender in 70 Hunderter und zählen die 5 Hunderter dazu.

Aber auch 75 Hunderter lassen sich nicht in 91 gleiche Theile so austheilen, daß auf jeden Theil 1 Hunderter kommt; denn wir müßten ja sonst 91 Hunderter statt 75 Hunderter auszutheilen haben. Es sind deßwegen die 75 Hunderter in 750 Zehner zu zerlegen und die 6 Zehner dazu zu zählen; dies gibt 756 Zehner. Die 4 Einer im Dividenden geben uns eben noch Nichts an; wir theilen nur die 756 Zehner. So oft wir nun von 756 Zehnern 91 Zehner herausnehmen können, so oft werden wir auf jeden der 91 gleichen Theile 1 Zehner legen können. Wollen wir aber wissen, wie oft 91 in 756 enthalten sind oder wie oft 91 in 756 steckt, so dürfen wir uns nur nach der bekannten Regel, Divisor und Dividend gleichviel mal, hier 10mal so klein denken, (weil der Divisor 2stellig ist) und wir erhalten denselben Quotienten. 91 : 756 = 9 : 75. (Den Rest 1 im Divisor und den im Dividenden 6 lassen wir immer noch unbeachtet, weil die Beispiele Anfangs so zu wählen resp. so gewählt sind, daß dies noch nicht gegen die Regel verstößt. Man nimmt nämlich für diesen Fall, der die Sache sehr erleichtert, immer 2stellige Divisoren mit einer sehr geringen Zahl von Einern, wie hier z. B. 91.) 9 : 75 = 8, 91 ist also in 756 8mal enthalten, und es kommen deßhalb 8×1 Zehner = 8 Zehner auf jeden Theil. 8mal 91 Zehner = 728 Zehner; diese von 756 Zehnern ab, bleiben 28 Zehner. Diese 28 Zehner sind in 280 Einer zu verwandeln, und die vier Einer sind dazu zu nehmen.

Die Rechnung stellt sich demnach so dar:

$$
\begin{array}{l}
91 : 7564 = 8 \\
\underline{728} \\
284
\end{array}
$$

Die 284 Einer sind ebenso in 91 gleiche Theile zu theilen. Indem wir wieder den Divisor und Dividenden 10mal so klein machen, erfahren wir, wie oft dies geschehen kann. Nämlich 91 : 284 = 9 : 28 (der kleine Rest im Divisor und im Dividenden fällt weg.)

91 steckt in 285 3mal oder von 284 Einern kann man 91 Einer 3mal herausnehmen und folglich 3×1 Einer = 3 Einer auf jeden Theil legen; denn 3×9 = 273. Diese von 284 ab, bleibt Rest 11, welcher kleiner ist, als der Divisor. Die Lösung schriftlich vollendet, wird demnach, wie Anfangs gezeigt wurde,

$$
\begin{array}{l}
91 : 7564 = 83 \\
\underline{728} \\
284 \\
\underline{273} \\
11
\end{array}
$$

Auf diese Weise werden aus den erstgenannten Beispielen noch einige gelöst; alsdann mögen sich die Schüler selbst versuchen.

Darauf wird eine beliebige Zahl getheilt mit 92, 82, 72, 62, 52, 42, 32 und 22; sodann mit 93, 83, 73, 63, 53, 43 u. s. w.; ferner mit 94, 84, 74, 64 u. s. f., daß die Einer stets um eine Einheit größer werden.

Vorher aber werden, um den Unterschied recht augenfällig zu machen und zu zeigen, daß allerdings der Rest im Divisor und Dividenden, den wir bis daher als zu klein fallen ließen, nunmehr bei zunehmenden Einern des Divisors in Anwendung unserer Regel seine Beachtung finden muß, etwa folgende oder ähnliche Beispiele mit einander verglichen.

91 : 7564 und 99 : 7564, oder
81 : 7564 und 89 : 7564, oder
71 : 7564 und 79 : 7564, oder
61 : 7564 und 69 : 7564 u. s. w.

Auflösung.

91 : 7564 = 83	99 : 7564 = 76
728	693
⸗284	⸗634
273	594
⸗11	⸗40

Die Auflösung links oben ist uns bekannt; was ist aber bei der Lösung der Aufgabe rechts oben von unserer Regel zu halten? Es entsteht die Frage: Wie oft können wir 99 von 756 hinwegnehmen? In dem Beispiele links oben sagen wir 91 : 756 = 9 : 75 (ohne daß wir den Rest des Divisors (1) und den Rest des Dividenden (6) berücksichtigen. Können wir aber eben so die Differenz (9) im Beispiel rechts oben unbeachtet lassen? Können wir setzen 99 : 756 = 9 : 75? Ist Eines dem Andern für die Anwendung unserer Regel gleich oder nicht gleich und warum? Sprich dich darüber aus!

Sch. —

Also weil hier der Rest im 10mal so klein gedachten Divisor 99 zu groß ist und sein Produkt in den Quotienten nicht abzuzählen ist. Wir vergleichen:

91 : 756 = 8 und	99 : 756 = 8
728	792
⸗28	?

Rechts sagen wir, indem wir mit dem Quotienten den Divisor vervielfachen: 8×9 Einer sind 72 Einer; 2 Einer werden hingeschrieben und 7 Zehner werden fort- d. i. zu den Zehnern gezählt. Links hingegen heißt es: 8×1 Einer sind 8 Einer, und folglich sind keine Zehner fort oder zu den Zehnern zu zählen.

Beim weiteren Vervielfachen links erhält man demnach nur 8×9 Zehner = 72 Zehner, während man rechts 8×9 Zehner und 7 Zehner = 79 Zehner erhält, die von 75 Zehnern nicht abzuzählen sind. Was folgt daraus, und was ist noch von unserer Regel zu halten?

Antwort: Enthält in einem zweistelligen Divisor die zweite Stelle von links nach rechts, also die Einerstelle ein Null, so findet unsere Regel immer Anwendung.

Enthält jedoch die Einerstelle im 2stelligen Divisor weniger oder ebenso viel oder gar mehr Einheiten, als die Zehnerstelle, so findet unsere Regel wiederum ihre Anwendung, jedoch mit der Ausnahme, daß man im I. Falle selten, im II. Falle öfters, im III. Falle fast immer den Quotienten um 1 (oder auch manchmal um 2 oder 3 rc. rc.) Einheiten weniger nimmt. Stehen also z. B. in der Stelle der höchsten Ordnung, in der ersten Stelle links im Divisor nur ein 1 oder ein 2, in der nebenfolgenden rechts 7, 8 oder gar 9, wie z. B. in 17, 18, 19, 29 rc., so sind wir nicht immer gleich im Stande, sagen zu können, wie oft der Divisor in seinen Dividenden enthalten ist und der beste Rechner muß dann probiren. Man muß also gerade auch solche Aufgaben recht viel üben und so lange, bis es recht gut geht.

Aufgaben, wie 19 : 7264, 18 : 7564, 17 : 7564 und gemessen mit 16, 15, 14, 13, 12, 11 sind deßhalb auch ungleich schwerer, als die obigen, trotzdem daß wir den Divisor dort viel größer genommen haben.

Eine beliebige Zahl messen mit 19, 17 und abwärts bis auf 12 und 11 lassen wir deßhalb für die Uebung mit zweistelligem Divisor auch als die letzte Stufe beim Theilen mit 2stelligen Zahlen folgen.

3. Der Theiler oder Divisor ist drei- oder mehrstellig.

Ist der Divisor drei oder mehrstellig, so wird dieser und der Dividend 100 mal oder 1000mal rc. rc. so klein gedacht und gerade so verfahren, wie dies beim zweistelligen Divisor gezeigt wurde.

Ein Beispiel noch soll dies zeigen, und wir wählen dazu eine Aufgabe mit 4stelligem Divisor, weil die Behandlungsweise eines solchen die des 3stelligen in sich begreift.

Die Aufgabe heiße:

$$9137 : 58982 = ?$$

Hier in diesem Beispiele soll die Zahl 58982 in 9137 gleiche Theile getheilt werden.

Wenn möglich, theilen wir zuerst die Zehntausender, dann die Tausender, Hunderter, Zehner und zuletzt die Einer, indem wir 9137 Einheiten von jeder Ordnung aus der gegebenen Zahl so oft hinwegnehmen, als dies geschehen kann und legen dann jedesmal eine dieser Einheiten auf jeden Theil.

Die Erklärung kann etwa auf folgende Weise geschehen:

Die Zehntausender sind in 9137 Theile nicht so auszutheilen, daß auf jeden Theil 1 Zehntausender kommt; es sind zu wenig Zehntausender. Wir verwandeln deßhalb die 5 Zehntausender in 50 Tausender und zählen die 8 Tausender dazu. Allein auch diese 58 Tausender sind nicht so auszutheilen, daß u. s. w. — ebenso die 589 Hunderter und die 5898 Zehner; denn 9137 lassen sich hiervon noch nicht einmal nur einmal hinwegnehmen.

Es sind demnach diese 5898 Zehner zu Einern zu machen und die 2 in der ersten Zahl noch dazu zu zählen.

Nun folgt die Frage: Wie oft sind 9137 in 58982 enthalten?

Die zweithöchste Stelle im Divisor enthält 1 Einheit, die höchste dagegen 9. Unsere Regel findet also Anwendung. Wir denken uns den Divisor und den Dividenden 1000mal so klein und sagen: Wir finden den Quotienten von 9137 : 58982 durch 9 : 58 = 6.

Die Division stellt sich demnach so dar:

$$\begin{array}{r} 9137 : 58982 = 6 \\ \underline{54822} \\ 4160 \end{array}$$

oder:

$$7081 : 639043 =$$

Die Zahl 639042 soll in 7081 gleiche Theile getheilt werden. Das geschieht wieder dadurch, daß wir den Divisor 7081 so oft aus dem Dividenden 639043 herausnehmen, als dies geschehen kann und jedesmal Eins auf einen Theil legen. 7081 läßt sich nicht aus 6 Hunderttausend, nicht aus 68 Zehntausend, nicht aus 639 Tausend, nicht aus 6390 Hundert so herausnehmen, daß eine Einheit dieser Ordnungen auf einen Theil zu legen wären. Wir verwandeln deshalb die 6370 Hundert in Zehner, zählen die 4 Zehner dazu und nehmen an, daß diese Zehner ebenso viel Einer seien und fragen uns nun: Wie oft können wir 7081 aus diesen angenommenen Einern hinweg- oder herausnehmen? Dies finden wir, indem wir den Divisor und den Dividend uns tausendmal so klein denken; also 7 aus 63 herausnehmen, so oft es geschehen kann. Es kann 9mal geschehen. Weiß man aber 7 : 63, so weiß man auch 7081 : 639043, denn

$$\begin{array}{r|r|l} 7081 & 639043 & 9 \\ & 63729 & \\ \hline & {:}{:}175 & \end{array}$$

Nun sind aber 63904 nicht, wie wir angenommen haben, Einer, sondern Zehner, also zehnmal so viel Einer, somit ist derselbe Divisor in dem zehnmal so großen Dividenden nicht nur einmal 9mal, wie oben, sondern 10mal 9mal oder 90mal enthalten. Die 175 Zehner, welche Rest geblieben sind, verwandelt man zu Einern, zählt die in dem Dividenden vorkommenden 3 Einer dazu, und verfährt, wie bekannt;

$$\begin{array}{r|r|l} 7081 & 639043 & 90 \\ & 63729 & \\ \hline & 1753 & \end{array}$$

u. s. w.