Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

II. Decimalbruchrechnung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

II. Decimalbruchrechnung.

§. 42. Unter Decimalbrüchen versteht man solche Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000, 10000 2c., also Potenzen der 10 sind.

Nach unserm Zahlensystem gilt eine Zahl 10 mal weniger, wenn sie um eine Stelle (Klasse) weiter rechts gerückt wird. Schreibt man nun rechts neben der Klasse der Einer noch eine Zahl, so muß sie Zehntel der Einer gelten; eine zweite Zahl wird wieder Zehntel der vorigen, oder Hundertel der Einer gelten 2c. Da, wo die Einer aufhören, wird ein Komma gemacht. So heißt 2,5 so viel als 2 Ganze und $\frac{5}{10}$; 2,57 heißt: 2 Ganze 5 Zehntel 7 Einhundertel oder 2 Ganze $\frac{57}{100}$; 2,579 heißt: $2\frac{579}{1000}$; $25{,}79 = 25\frac{79}{100}$; $257{,}9 = 257\frac{9}{10}$; $0{,}2579 = \frac{2579}{10000}$, und die Null an dem Komma links zeigt an, daß hier keine Ganze vorhanden.

§. 43. Der Nenner eines Decimalbruchs wird nicht hingeschrieben, weil er allemal aus einer 1 mit so vielen Nullen, als der Decimalbruch Ziffern hat, besteht. Z. B. in dem Bruche 0,57 sind zwei Decimalbruchziffern (57), folglich ist ihr Nenner eine 1 mit 2 Nullen, also 100; und 3,14159 heißt $3\frac{14159}{100000}$.

§. 44. Die Decimalbrüche sind ihrer großen Bequemlichkeit wegen in allen mathematischen Schriften und Rechnungen gebräuchlich, und ihre Kenntniß daher jedem, der nur einigermaßen etwas darin leisten will, unentbehrlich. Welche wichtige Vortheile sie gewähren, wird man aus dem Folgenden ersehen.

§. 45. Man kann jeden Bruch in einen Decimalbruch verwandeln, indem man mit dem Nenner in den Zähler dividirt, und, um dies zu können, letzterem so oft eine Null anhängt, als noch ein Rest bleibt, oder (weil dieser bei manchen Brüchen immerfort bleibt), so lange, als man will.

1) Es sey z. B. $\frac{3}{4}$ in einen Decimalbruch zuverwandeln.

4) in 3 || 0,75 d. h. $\frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100}$

Rest 30
28

Rest 20
20

2) Wie

2) Wie steht der Bruch $\frac{4}{5}$ im Decimalbruch?

5) 4 || 0,8 d. h. $\frac{4}{5} = 0{,}8 = \frac{8}{10}$

Rest 40

40

3) Wie lautet der Bruch $\frac{7}{4}$ im Decimalbruch?

4) 7 || 1,75 $= \frac{7}{4}$ oder $1\frac{3}{4} = 1\frac{75}{100}$

4

Rest 30

28

20

20

§. 46. Aus den wenigen Beispielen wird man bemerken, daß bei jedem echten Bruch, der in einen Decimalbruch verwandelt wird, die erste Ziffer im Quotienten eine Null ist, ein Zeichen, daß kein Ganzes darinnen steckt; bei einem unechten Bruch ist die erste Ziffer im Quotienten wenigstens eine 1, weil er größer als 1 ist.

§. 47. Selbst wenn jede andere ganze Zahl in eine ganze Zahl zu dividiren ist, und endlich ein Rest bleibt, so hängt man demselben eine oder mehrere Nullen nach und nach an, macht im Quotienten ein Komma, und dividirt fort. Die alsdann noch kommenden Ziffern im Quotienten sind Decimalbrüche. Z. B. $\frac{46507}{8}$

8) 46507 || 5813,375 $= 5813\frac{375}{1000}$

40

65

64

10

8

27

24

3|0 mit angehängten Nullen,

24

60

56

40

40

§. 48. Oft geht die Division nie auf, wenn auch noch so viele Nullen angehängt würden. Dann ist der kommende Decimalbruch nur eine Annäherung, die mit jeder folgenden Decimalstelle 10 mal genauer wird. Z. B. 7 in 40, oder $\frac{40}{7}$ giebt 5,71428...., wobei das Fehlende noch kein $\frac{1}{100000}$ beträgt. Je mehr Decimalstellen, je genauer, und es hängt von dem Grade der geforderten Genauigkeit ab, ob man mit einigen oder mehrern zufrieden seyn kann. Fünf bis sieben Decimalstellen werden höchstens gebraucht, oft nur einige.

§. 49. Bei der **Addition** und **Subtraction** gilt als Regel:

> **Schreibe Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel u. s. w. so, daß das Komma stets unter dem Komma zu stehen kommt, und addire oder subtrahire, wie bei gemeinen Zahlen, von der Rechten zur Linken.** Z. B. 32,5 + 6,97 + 120 + 0,75 steht also

32,5	ferner	3,361
6,97		27,0001
120,		142,3
0,75		0,01
Summe 160,22		Summe 172,6711

In der Summe oder dem Rest steht das Komma unter den übrigen Komma's in einer senkrechten Reihe.

§. 50. Kommen entgegengesetzte Größen zu addiren vor, so werden sie, wie bei der Buchstabenrechnung behandelt, d. h. addirt, wenn sie gleiche Zeichen, oder mit einander ausgeglichen, wenn sie verschiedene Zeichen haben.

+ 4,5	− 3,29	+ 3,29	− 3,29	+ 52
+ 7,9	− 7,01	− 7,01	+ 7,01	− 6,42
+ 12,4	− 10,3	− 3,72	+ 3,72	+ 45,58

§. 51. Die **Subtraction der Decimalbrüche** geschieht wie bei der gemeinen Subtraction ganzer Zahlen. Nur vergesse man die §. 49 gegebene Regel nicht.

Von 78,31	Von 10,0001	Von 1230
ab 60,42	ab 5,5	ab 0,2
Rest 17,89	Rest 4,5001	Rest 1229,8

Wenn

Wenn, wie im 3ten Exempel, über einer Decimalstelle des Subtrahenden keine Decimalstelle des Minuenden ist, so denkt man sich eine Null hin und borgt linker Hand eine 1, wie gewöhnlich.

§. 52. Mit entgegengesetzten Größen wird hier eben so, wie in andern Rechnungen, subtrahirt.

Von $-$ 5,0321	Von $+$ 27,03	Von $-$ 27,03
ab $+$ 2,1432	ab $+$ 6,978	ab $+$ 6,978
$-$	$-$	$-$
Rest $-$ 7,1753	Rest $+$ 20,052	Rest $-$ 34,008

§. 53. Beim **Multipliciren** der Decimalbrüche gilt die allgemeine Regel:

Multiplicire beide Factoren, ohne dich um das Komma zu bekümmern, als wenn es gemeine Zahlen wären; vom Product streiche rechts so viel Zahlzeichen ab, als Decimalstellen in beiden Factoren, zusammen genommen, sind.

Z. B. 4,6 mal 6 ist = 4,6
6

Product 27,6, denn beide Factoren haben nur 1 Decimalstelle.

32,54 . 8 = 32,54
8

Product 260,32, denn beide haben 2 Decimalstellen.

7,124 . 0,2 = 7,124
2

Product 1,4248, denn beide zusammen haben 4 Decimalziffern.

12,34 . 0,123 = 12,34
123

3702
2468
1234

Product 1,51782, beide zusammen haben 5 Decimalstellen.

4,231

$$4{,}231 \cdot 2{,}001 = \begin{array}{r} 4{,}231 \\ 2{,}001 \\ \hline 4\,231 \\ 8\,462 \\ \hline 8{,}466\,231 \end{array}$$

Product 8,466 231, beide zusammen haben 6 Decimalzeichen.

§. 54. Hat das Product nicht so viel Ziffern, als nach der Regel abgestrichen werden sollten, so fülle man die fehlenden Stellen mit Nullen aus, und an die Stelle der Einer oder Ganzen setze man auch eine Null, und hinter letztere das Komma. Z. B.

$$0{,}008 \cdot 0{,}23 = \begin{array}{r} 0{,}0\,08 \\ 0{,}23 \\ \hline 24 \\ 16 \\ \hline 0{,}001\,84 \end{array}$$

Das Product 184 kann nicht Ganze seyn, indem beide Factoren zusammen 5 Decimalstellen enthalten, folglich müssen auch 5 Zahlzeichen zu Decimalstellen vom Product durch das Komma abgestrichen werden, und darum sind die drei Nullen nothwendig.

§. 55. Kommen entgegengesetzte Größen zu multipliciren vor, so gilt auch hier die Regel:

Einerlei Zeichen geben dem Producte +; verschiedene geben ihm —.

$+ 2{,}8 \cdot + 4{,}7 = + 13{,}16$
und $+ 2{,}8 \cdot - 4{,}7 = - 13{,}16$
$- 2{,}8 \cdot - 4{,}7 = + 13{,}16$
$- 2{,}8 \cdot + 4{,}7 = - 13{,}16$.

§. 56. Die verschiedenen Regeln beim Dividiren der Decimalbrüche lassen sich in eine einzige zusammen fassen:

Mache den Divisor und Dividendus gleichnamig, d. h. gieb jedem gleichviel Decimalstellen (welches durch Anhängen von Nullen geschieht) und dividire dann, wie mit gemeinen Zahlen; der aus beiden folgende Quotient besteht aus Ganzen.

Es sey 65,19 durch 1,23 zu dividiren. Hier haben beide Größen schon gleichviel Decimalstellen, folglich enthält der Quotient Ganze, und die Aufgabe ist folgende:

```
123) 6519 || 53 Ganze
     615
     ----
      369
      369
     ----
        0
```

Wenn $\frac{12,236}{2,3}$, so hänge man dem Divisor (2,3) noch zwei Nullen an, damit er dem Dividendus in der Zahl der Decimalziffern gleich sey, und im Quotienten Ganze kommen. Dann ist die Aufgabe:

```
12236
----- = 2300) 12236 || 5,32
2300          11500
             ------
         Rest  7360
               6900
              -----
                4600
                4600
              -----
```

Nachdem hier mit 2300 in 12236 dividirt worden ist, und der Quotient 5 Ganze enthielt, blieb Rest 736, dem man nach §. 47 nach und nach noch mehrere Nullen anhängt, um den Quotienten genauer in Decimalbrüchen zu bekommen, welcher = 5,32 ist.

Es sey 504,3 durch 1,23 zu dividiren. Hier muß der Dividendus eine Null bekommen, damit er gleichnamig werde, und dann ist die Aufgabe eigentlich:

$$\frac{50430}{123} = 410 \text{ Ganze.}$$

Wenn 492 durch 1,23 zu dividiren ist, so heißt dies

$$\frac{49200}{123} = 400 \text{ Ganze.}$$

§. 57. Wenn der Divisor eine ganze Zahl ohne Bruch ist, so ist das Gleichnamigmachen unnöthig, weil man leicht übersieht, wo die Ganzen im Quotienten aufhören.

hören. Z. B. $\frac{21,468}{4} = 5,367$; denn wenn man 4 in 21 dividirt, so können nur 5 Ganze kommen.

§. 58. Einerlei Zeichen, durch einander dividirt, geben +; verschiedene, — im Quotienten.

$\frac{+3,2}{+1,6} = +2$; $\frac{+3,2}{-1,6} = -2$; $\frac{-3,2}{+1,6} = -2$; $\frac{-3,2}{-1,6} = +2$.

Die Division der Decimalbrüche ist von der mit gemeinen Zahlen nur dadurch unterschieden, daß man durch die §. 56. gegebene Regel zu bestimmen sucht, wo die Ganzen aufhören, also, wohin das Komma im Quotienten zu sezzen ist.

§. 59. Decimalbrüche, die nicht ins Unendliche fortgehen, können in gemeine Brüche verwandelt werden, wenn man Zähler und Nenner mit einerlei Zahl dividirt, z. B. $3,75 = 3\frac{75}{100}$, und hebt man den Bruch durch 25, so erhält man $3\frac{3}{4}$. Gehen die Decimalbrüche aber in's Unendliche fort, so mögte dies Verfahren nicht immer zuverlässig genug seyn.

III. Von den Verhältnissen und Proportionen.

§. 60. Zwei Größen einerlei Art stehen zu einander in einem Verhältniß. Sieht man dabei auf den Umstand, wie viel kleiner oder größer die eine sey, so heißt ihr Verhältniß arithmetisch; untersucht man aber, wie viel mal die eine Größe in der andern enthalten sey, so heißt das Verhältniß geometrisch. Das Zeichen des arithmetischen Verhältnisses ist sehr passend das Subtractionszeichen (—), weil die Differenz beider Größen oder Glieder hier die Hauptsache ist; das Zeichen eines geometrischen Verhältnisses ist das Divisionszeichen (:); die Zahl, welche bestimmt, wie oft das eine Glied in dem andern enthalten ist, heißt Exponent oder Quotient. So sind

Arith-