Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

IX. Sphärische Trigonometrie.

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

ken ihre Werthe unter, und suche in der ersten und zweiten Spalte das Gegebene und Gesuchte auf, so findet man in der dritten Spalte die dazu gehörige Proportion.

§. 250. Die Auflösung der rechtwinklichten Dreiecke ist leichter, als die der schiefwinklichten; deshalb zerlegt man oft die letzteren durch Perpendikel in rechtwinklichte, wie §. 244. geschehen ist. Dabei ist darauf zu achten, ob das Perpendikel in oder außer dem Dreiecke steht. Bei verwickelten Fällen ist eine geometrische Zeichnung zur leichtern Übersicht zu empfehlen.

IX. Die sphärische Trigonometrie.

§. 251. Sie lehrt Dreiecke berechnen, deren Seiten Bogenstücke von Kugelkreisen, folglich krumme Linien sind. Zur Bildung eines Kugeldreiecks gehören 3 Bogenstücke von 3 größten Kreisen auf der Kugeloberfläche, und 3 Winkel, also ebenfalls 6 Stücke.

Die sphärischen Dreiecke werden, wie die ebenen, in recht- und schiefwinklichte, gleich- und ungleichseitige getheilt, je nachdem die Kreisbogen, woraus sie bestehen, beschaffen sind. Rechtwinklicht sind diejenigen, welche einen oder mehrere rechte Winkel haben; schiefwinklicht die, worin alle Winkel schief, d. h. stumpf oder spitz sind. In einem Kugeldreieck können mehrere rechte und stumpfe Winkel seyn, wodurch sich die sphärischen Dreiecke sehr von den ebenen unterscheiden.

Die Seiten werden, weil sie Bogen sind, nach Graden, Minuten und Sekunden gemessen, und keine Seite kann über, oder auch nur $= 180°$ seyn, weil mit so großen Bogen kein Dreieck gebildet werden kann.

§. 252. Übrigens findet zwischen Seiten und ihren gegenüberstehenden Winkeln eben das Verhältniß statt, wie in der ebenen Dreiecksberechnung, d. h. die größte Seite ist dem größten, die kleinste dem kleinsten Winkel gegenüber; gleichen Seiten gehören in einem $\triangle$ gleiche Winkel; zwei Seiten zusammengenommen sind größer, als

als die dritte; und alle 3 Seiten sind allemal kleiner, als 360°. Jeder Winkel kann zwar größer, als 90°, aber niemals $= 180°$ seyn, weil sonst beide Schenkel Eine Linie bilden würden.

Die Grenze der Größe aller 3 Winkel eines sphärischen Dreiecks ist über 180°, und unter 6 rechten $<$ oder unter 540°.

§. 253. Weil die Seiten eines sphärischen Dreiecks Bogen sind, die nach den Sinus wachsen und abnehmen, so ist das allgemeine Gesetz, wodurch die Kugeldreiecke sich bestimmen lassen, von dem in der ebenen Trigonometrie etwas verschieden, und im Wesentlichen folgendes:

Im Kugeldreieck verhalten sich die Sinus der Seiten, wie die Sinus der ihnen entgegenstehenden Winkel.

Nach Fig. 40. mögen M, N, R Winkel, und a, b, c Seiten eines Kugeldreiecks seyn, so gilt

$$\text{Sin. M} : \text{Sin. b} = \text{Sin. R} : \text{Sin. a}$$
$$\text{und Sin. M} : \text{Sin. b} = \text{Sin. N} : \text{Sin c}$$

Durch Versetzung kann jedes Glied zum letzten gemacht und durch Rechnung gefunden werden.

Wenn nun bei R ein rechter Winkel ist, so ist die Auflösung noch leichter, weil dem rechten Winkel der Logarithme 10,0000000 gehört.

Es sey a $= 50°$, b $= 35°$; R ein rechter Winkel; man sucht $<$ M.

$$\text{Sin. a} : \text{Sin. R (Sin. tot.)} = \text{Sin. b} : \text{Sin. M}$$
$$\text{d. i. Sin. } 50° : 90° = \text{Sin. } 35° : \text{Sin. M}$$

$$\begin{aligned} \log.\ \text{Sin. } 35° &= 9{,}7585913 \\ -\ \text{Sin. tot.} &= 10{,}0000000 \\ \hline & 19{,}7585913 \\ \log.\ \text{Sin. } 50° &= 9{,}8842540 \\ \hline \log.\ \text{Sin. M} &= 9{,}8743373 = 45°\ 28'\ 56'' \end{aligned}$$

§. 254. In der ebenen Trigonometrie wußten wir den 3ten Winkel aus den beidein andern zu finden, denn alle drei hatten 180°; nicht so in der sphärischen, denn die 3 Winkel sind stets größer als 180°; daher konnten wir

wir nach dem vorigen §. nicht eher eine Seite finden, bis der gegenüberstehende Winkel bekannt war, und umgekehrt.

§. 255. Es sind also mehrere Gesetze aus der Natur der sphärischen Dreiecke abgeleitet worden, durch welche sich aus 3 bekannten Stücken allemal die übrigen finden lassen.

Zweites Gesetz.

Im rechtwinklichten sphärischen Dreieck verhält sich der Sinus totus zum Sinus einer Perpendikularseite, wie die Tangente des an dieser Seite befindlichen Winkels, zur Tangente der andern Perpendikularseite.

Es sey Fig. 40. bei R der rechte Winkel, so gilt

$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. } c = \text{Tang. } M : \text{Tang. } b$$
$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. } b = \text{Tang. } N : \text{Tang. } c.$$

Durch Versetzung der Glieder wird jedes gefunden werden können.

Z. B. wenn $b = 35°$; $M = 48° 29'$, so findet man c durch

$$\text{Tang. } M : \text{Tang. } b = r = \text{Sin. } c$$

$$\begin{array}{rl} \log. r = & 10{,}0000000 \\ \log. \text{Tang. } b = & 9{,}8452268 \\ \hline & 19{,}8452268 \\ \text{Tang. } M = & 10{,}0531916 \\ \hline \log. \text{Sin. } c = & 9{,}7920352 = 38° 17' = c \end{array}$$

§. 256. Drittes Gesetz.

Im rechtwinklichten sphärischen Dreieck verhält sich der Sinus totus zum Cosinus einer Cathete, wie der Cosinus der andern Cathete zum Cosinus der Hypotenuse.

(Unter Cosinus verstehen wir allemal die Ergänzung einer Seite oder eines Winkels zu 90°.)

Es sey Fig. 41. bei R der rechte Winkel, a Hypotenuse; b und c sind Catheten.

Der

Der Kürze wegen wollen wir den Sinus totus $= 90^\circ$ stets r nennen. Dann gelten

r : Cos. b = Cos. c : Cos. a
r : Cos. c = Cos. b : Cos. a, und durch Versetzung
Cos. b : r = Cos. a : Cos. c
Cos. c : r = Cos. a : Cos. b

Z. B. Es sey $b = 35^\circ$; $c = 38^\circ\ 17'$, man sucht a, so ist
r : Cos. b = Cos. c : Cos. a
35° $38^\circ\ 17'$

$$\begin{array}{rl} \text{log. Cos. } 38^\circ\ 17' = & 9{,}8948457 \\ - \quad - \quad 35^\circ \quad = & 9{,}9133645 \\ \hline & 19{,}8082102 \\ \text{log. r} = & 10{,}0000000 \\ \hline \text{Cos. a} = & 9{,}8082102 = 49^\circ\ 59' = a \end{array}$$

§. 257. Auf diese Weise die Winkel zu finden, ist folgendes

Viertes Gesetz.

Der Sin tot. verhält sich zum Cosinus einer Cathete, wie der Sinus des anliegenden Winkels, zum Cosinus des gegenüberstehenden Winkels.

Fig. 41.

r : Cos. b = Sin. N : Cos. M
r : Cos. c = Sin. M : Cos. N.

Hiernach kann aus 3 Winkeln eine Seite gefunden werden, denn M, N und r sind Winkel, und b und c Seiten; versetzt man die Glieder, so kommt

Sin. N : Cos. M = r : Cos. b
Sin. M : Cos. N = r : Cos. c.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Es sey } c = 38^\circ 17' \\ \quad M = 48^\circ 30' \\ \text{Gesucht N} \end{array}\right\} \text{so ist r : Cos c = Sin. M : Cos. N}$$

$$\begin{array}{rl} \text{log. Sin. M} = & 9{,}8744561 \\ \text{— Cos. c} = & 9{,}8948457 \\ \hline & 19{,}7693018 \\ \text{log. r} = & 10{,}0000000 \\ \hline \text{log. Cos. M} = & 9{,}7693018 \\ = & 53^\circ\ 59' = N. \end{array}$$

§. 258.

§. 258. Fünftes Gesetz.

Im rechtwinklichten sphärischen Dreieck verhält sich der Sinus totus zur Cotangente eines der übrigen Winkel, wie die Cotangente des andern Winkels zum Cosinus der Hypotenuse.

Nach Fig. 41. $r : \text{Cot. } M = \text{Cot. } N : \text{Cosin. } a$
$r : \text{Cot. } N = \text{Cot. } M : \text{Cosin. } a.$

Nach diesem Gesetz ist aus den 3 Winkeln die Hypotenuse zu finden.

Es sey $M = 48^\circ\, 30'$, $N = 53^\circ\, 59'$; Gesucht a

$$\begin{aligned} r : \text{Cot. } M &= \text{Cot. } N : \text{Cos. } a \\ \text{log. Cot. } N &= 9.8615267 \\ - \text{Cot. } M &= 9.9468084 \\ \hline \text{log. Cosin.} &= \cancel{1}9{,}8083351 = 49^\circ 58' \end{aligned}$$

(Wenn r Divisor ist, so braucht man nur die Kennziffer um 10 zu vermindern oder die 1 auszustreichen.)

§. 259. Sechstes Gesetz.

Der Sinus totus verhält sich zum Cosinus eines der beiden übrigen Winkel, wie die Cotangente der an diesem Winkel liegenden Cathete zur Cotangente der Hypotenuse.

Nach Fig. 41. $r : \text{Cos. } N = \text{Cotang. } b : \text{Cotang. } a$
$r : \text{Cos. } M = \text{Cot. } c : \text{Cot. } a$

Es sey $b = 35^\circ$, $N = 53^\circ 59'$; Gesucht a

$$\begin{aligned} r : \text{Cos. } 53^\circ 59' &= \text{Cot. } 35^\circ : \text{Cot. } a \\ \text{log. Cotang. } 35^\circ &= 10{,}1547732 \\ - \text{Cos. } 53^\circ 59' &= 9{,}7693925 \\ \hline \text{log. Cotang. } a &= \cancel{1}9{,}9241657 \\ &= 49^\circ 59' \end{aligned}$$

§. 260. Diese angeführten Gesetze sind völlig hinreichend, alle Aufgaben bei rechtwinklichten Kugeldreiecken aufzulösen. Es sind überhaupt 30 Fälle bei rechtwinklichten Kugeldreiecken durch diese 6 Gesetze aufgelöst. Die erste Hälfte der XIII. Tafel im Anhange enthält sie alle. Mittelst derselben ist jede Auflösung leicht; denn man benenne das gegebene Kugeldreieck nur so, daß A

Am

am rechten Winkel, B und C an den andern Winkeln stehen, unterscheide das Gegebene und Gesuchte gehörig, und suche es in der 2ten und 3ten Spalte auf, so enthält die 4te Spalte die dazugehörige Proportion, und in der 5ten steht, ob das Gefundene größer oder kleiner als 90° ist.

§. 261. Da der Sinus und Cosinus eines Winkels unter 90° gleich sind mit einem andern über 90°, so muß das Gesuchte zuweilen zweifelhaft seyn, zumal da wir mit Bogen und Winkeln zu thun haben, die nahe an 180° seyn können. Es ist daher nothwendig, daß man bei den 3 gegebenen Stücken in einer Proportion auch darauf Rücksicht nimmt, ob sie stumpf oder spitz sind, und wo es sich thun läßt (nur bei den Sinus wird es nicht angehen) die spitzen Winkel oder Bogen mit +, und die stumpfen durch — ausdrückt. Es wird sich dann bei dem 4ten Gliede durch das ihm zukommende Zeichen entwickeln, ob das Gefundene größer, oder kleiner, als 90° sey. Eigentlich ist nur der eine Fall zweifelhaft, wenn alle 4 Glieder Sinus sind. (Hat man eine Kugel (Globus), auf welcher sich zur richtigen Übersicht das Dreieck zeichnen läßt, so bleibt kein Fall zweifelhaft; überhaupt ist zur bessern Einsicht in die Einrichtung und Gestalt der Kugeldreiecke eine Kugel nothwendig.)

Die Sinus der Winkel und Bogen (stumpfe und spitze) erhalten stets das Zeichen +.

Die Cosinus der spitzen Winkel sind +; der stumpfen —; bei 90° werden sie Null.

Die Tangenten haben bis 90° +; bei 90° sind sie unendlich; über 90° haben sie —.

Die Cotangenten unter 90° +; bei 90° = 0; über 90° = —.

§. 262. Gleichartig heißen zwei Winkel oder Bogen, wenn sie beide über, oder unter 90° haben; ungleichartig, wenn der eine über, der andere unter 90° hat.

§. 263. Wenn der Radius r = 1 gesetzt wird, so werden alle Sinus und Cosinus zu Brüchen von 1; die Tangenten unter 45° sind auch Brüche, bei 45° = 1;

über

über 45° unechte Brüche. In Rechnungen und Formeln kommt dies oft vor und ist bequem. Will man die natürlichen Sinus, Tangenten u. s. w. suchen, so lassen sie sich, wie andere Brüche, durch einander multipliciren und dividiren, und der Quotient wird unter den natürlichen Sinus, Tangenten rc. in den Tafeln aufgesucht.

Es läßt sich aber in solchen Formeln, worin $r = 1$ ist, das r leicht wieder herstellen. Sind die trigonometrischen Linien mit einander bloß multiplicirt, so ist r Divisor gewesen. Z. B. $\text{Cot. } H = \text{Cos. } N . \text{Cot. } b$. Hier ist r Divisor, und die Formel aus der Proportion $r : \text{Cos. } N = \text{Cot. } b : \text{Cot. } H$ entstanden. Bei Formeln, wie $\text{Cot. } H = \frac{\text{Cos. } M}{\text{Tang. } c}$, ist r im Zähler gewesen, und eigentlich $\text{Cot. } H = \frac{r . \text{Cos. } M}{\text{Tang. } c}$ zu lesen.

Man muß dann darnach die Kennziffer ordnen, und wenn man den Logarithmen des Divisors von dem des Dividendus nicht abziehen kann, zur Kennziffer des letztern 10 addiren; ist r Divisor, von der Kennziffer des Quotienten 10 abziehen.

§. Die schiefwinklichten Kugeldreiecke sind von zweierlei Art:

1. solche, deren Winkel an der Grundlinie gleichartig sind. Ein von ihrer Spitze herabgelassenes Perpendikel fällt innerhalb des Dreiecks, und ist mit den Winkeln gleichartig;
2. solche, deren Winkel an der Basis ungleichartig sind. Das Perpendikel fällt außerhalb der Basis, und ist mit dem, ihm im Dreieck am nächsten liegenden Winkel ungleichartig.

Das Perpendikel theilt die Dreiecke der erstern Art in zwei rechtwinklichte; auch die der 2ten Art werden dadurch in rechtwinklichte verwandelt, wodurch die Rechnung sehr erleichtert wird.

§. 265. Man hat 7 Hauptgesetze zur Auflösung schiefwinklichter Dreiecke.

Er=

Erstes Gesetz.

Im schiefwinklichten Kugeldreieck verhalten sich die Sinus der Seiten, wie die Sinus der ihnen entgegenstehenden Winkel.

Wir haben dies Gesetz als das erste bei den rechtwinklichten Kugeldreiecken kennen gelernt,

§. 266. Zweites Gesetz.

Wenn das Perpendikel Pa Fig. 42. auf der Grundlinie steht, so verhalten sich die Sinus der beiden Winkel x und y, welche durch das Perpendikel entstehen, wie die Cosinus der beiden Winkel an der Grundlinie M und T.

$$\text{Sin. } x : \text{Sin. } y = \text{Cosin. } M : \text{Cosin. } T.$$

Es sey A (oder Seite bp) $= 66° 45'$; Winkel $M = 43° 20'$; $< N = 79° 9'$; man sucht den Winkel T.

Durch das Perpendikel Pa entstehen 2 rechtwinklichte Dreiecke bpa, und apd. Im erstern ist Seite A, $< M$, und der rechte Winkel bei a bekannt, man sucht erst $< x$ durch

$1 : \text{Cos. } A = \text{Tang. } M : \text{Cot. } x.$ (Siehe Tafel XIII. Fall 24, wo $A = BC$; $M = B$; $x = c$ genannt).

$$
\begin{aligned}
\text{log. Tang. } 43° 20' &= 9{,}9747195 \\
-\ \text{Cos. } 66° 45' &= 9{,}5963154 \\
\text{log. Cot. } x &= \cancel{1}9{,}5710349 = 69° 34' = x.
\end{aligned}
$$

Nun ist $N - x = y$, d. h. $79° 9' - 69° 34' = 9° 35' = y$.

Ferner: $\text{Sin. } x : \text{Sin. } y = \text{Cos. } M : \text{Cos. } T$

$69° 34' : 9° 35' = 43° 20' : \text{Cos. } T$

$$
\begin{aligned}
\text{log. Cos. } M &= 9{,}8617576 \\
-\ \text{Sin. } y &= 9{,}2213671 \\
&\quad 19{,}0831247 \\
\text{log. Sin. } x &= 9{,}9717762 \\
\text{log. Cos. } T &= 9{,}1113485 = 82° 34' = T.
\end{aligned}
$$

Man

Man hat also mehrentheils zwei Proportionen nöthig. (Siehe Anhang Tafel XIII. 2. 5te der schiefwinklichten Dreiecke).

§. 267. Drittes Gesetz.

Steht das Perpendikel auf der Grundlinie, so verhalten sich die Sinus der beiden Stücke derselben umgekehrt, wie die Tangenten der beiden anliegenden Winkel. Nach Fig. 42.

Sin. ba : Sin. da = Tang. T : Tang. M
oder Cot. M : Cot. T.

§. 268. Viertes Gesetz.

Die Cosinus der durch das Perpendikel entstandenen Stücke der Grundlinie verhalten sich, wie die Cosinus der anliegenden Seiten. Fig. 42.

Cos. ba : Cos. da = Cosin. A : Cos. B.

§. 269. Fünftes Gesetz.

Die Cosinus der beiden Winkel, die das Perpendikel macht, verhalten sich verkehrt, wie die Tangenten der beiden anliegenden Seiten. Nach Fig. 42.

Cos. x : Cos. y = Taug. B : Tang. A.

§. 270. Es falle das Perpendikel außerhalb des Dreiecks, so ist < Z die Ergänzung zu 180°, oder Fig. 43. Nebenwinkel von T, und beide haben einerlei Sinus.

$$\text{Es sey Seite } A = 70^\circ \left.\begin{array}{l} \\ \text{Seite } C = 60^\circ \\ < M = 30^\circ \end{array}\right\} \text{ man sucht} < T.$$

Hier sind nun 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt, man sucht den einer Seite gegenüber liegenden Winkel. (Vergl. Anhang Tafel XIII. 2. 9ten Fall; wo B = M; A = T; C = p gesetzt ist.)

r : Tang.

$r : \text{Tang. } A = \text{Cos. } M : \text{Tang. } ab$

$$\begin{array}{lr} \log. \text{Cos. } M = 30^\circ = & 9{,}9375306 \\ - \text{Tang. } A = 70^\circ = & 10{,}4389341 \\ \hline & 20{,}3764647 \\ \log. r = & 10{,}0000000 \\ \hline \end{array}$$

$\log. \text{Tang. } ab = 10{,}3764647 = 67^\circ\, 12' = ab.$

Da nun Seite C nur 60° hat, so ist $da = 7^\circ\, 12'$ und das Perpendikel fällt außerhalb.

Ferner: $\text{Sin. } da : \text{Sin. } ab = \text{Tang. } M : \text{Tang. } T$

$$\begin{array}{lr} \log. \text{Tang. } M = 30^\circ = & 9{,}7614394 \\ - \text{Sin. } ab = 67^\circ 12' = & 9{,}9646665 \\ \hline & 19{,}7261059 \\ - \text{Sin. } da = 7^\circ 12' = & 9{,}0980662 \\ \hline \end{array}$$

$\log. \text{Tang. } T = 10{,}6280397 = 76^\circ 45'$

Weil das Perpendikel außerhalb liegt, so ist M und T ungleichartig, also der gefundene Winkel = dem Nebenwinkel von T, oder = z, und $T = 180^\circ - 76^\circ 45' = 103^\circ\, 15'$, folglich stumpf.

§. 271. **Sechstes Gesetz.** Aus 3 gegebenen Seiten einen Winkel zu finden.

> **Das Product der Sinus der beiden, den gesuchten Winkel einschließenden, Seiten, verhält sich zum Product der Sinus beider Überschüsse der halben Summe der 3 Seiten über jede von beiden Seiten, wie das Quadrat des Sinus totus zum Quadrat des Sinus des halben gesuchten Winkels.** Fig. 44. Aus 3 Seiten $<M$ zu finden:

$$\text{Sin. } A .\ \text{Sin. } C : \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,(B + A - C) .\ \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,(B + C - A) = r^2 : \text{Sin.}^2\, \tfrac{1}{2}\, M.$$

Diese in der Astronomie häufig vorkommende Formel läßt sich folgendermaßen auflösen:

Es sey $= A = 65^\circ\ 31'$ halbe Sume $85^\circ\ 52'$
$B = 39^\circ\ 29'$ $A = 65^\circ\ 31'$ abgez.
$C = 66^\circ\ 45'$
Summe $= 171^\circ\ 45'$ $\text{Diff. I} = 20^\circ\ 21' = \frac{B+C-A}{2}$
halbe Summe $85^\circ\ 52'$ {halbe Sume $85^\circ\ 52'$
$C = 66^\circ\ 45'$ abgez.
$\text{Diff. II} = 19^\circ\ 7' = \frac{B+A-C}{2}$

Diff. I $=$ log. Sin. $20^\circ\ 21' = 9{,}5412721$
Diff. II $=$ log. Sin. $19^\circ\ 7' = 9{,}5152017$
A dec. Erg. log. Sin. $65^\circ 31' = 0{,}0409195$
C dec. Erg. log. Sin. $66^\circ 45' = 0{,}0367832$
$19{,}1341765$
$\sqrt{}$ ausgez. durch 2 :)
log. $\frac{1}{2}$ M $= 9{,}5670882 = 21^\circ\ 40' = \frac{1}{2}$M
(2
$43^\circ\ 20' =$ M

§. 272. Siebentes Gesetz. Aus 3 gegebenen Winkeln eine Seite zu finden.

Das Product der Sinus der Winkel, welche die gesuchte Seite einschließen, verhält sich zum Product der Cosinus beider Überschüsse der halben Summe über jeden von beiden Winkeln, wie das Quadrat des Halbmessers, zum Quadrat des Cosinus der halben Seite. Nach Fig. 45., wenn Seite A gesucht wird,

$$\text{Sin. M} \,.\, \text{Sin. N} : \text{Cos.} \tfrac{1}{2}\,(T+M-N) \,.\, \text{Cos.} \tfrac{1}{2}\,(T+N-M) = r^2 \,.\, \text{Cosin.}^2 \tfrac{1}{2}\,A.$$

Es sey $M = 50^\circ\ 36'$ halbe S. $104^\circ\ 22'$
$T = 75^\circ\ 58'$ $< N = 82^\circ\ 10'$
$N = 82^\circ\ 10'$
Summe $208^\circ\ 44'$ $\text{Diff. I} = 22^\circ\ 12' = \frac{T+M-N}{2}$
halbe S. $= 104^\circ\ 22'$ halbe S. $104^\circ\ 22'$
$< M = 50^\circ\ 36'$
$\text{Diff. II} = 53^\circ\ 46' = \frac{T+N-M}{2}$

log.

log. Diff. I = Cos. 22° 12′ = 9,9665503
log. Diff. II = Cos. 53° 46′ = 8,7716426
$\angle$ M decad. Erg. log. Sin. 50° 36′ = 0,1119702
$\angle$ N — — — Sin. 82° 10′ = 0,0040716

19,8542347

$\sqrt{}$ ausgez. durch 2:)
log. Cosin. $\frac{1}{2}$ A = 9,9271173 = 32° 16′ = $\frac{1}{2}$ A
(2
ganze Seite = 64° 32, = A

§. 273. Zur bequemen Auflösung der schiefwinklichten Kugeldreiecke befindet sich im Anhange die zweite Abtheilung der XIII. Tafel. Man hat bei ihrem Gebrauch nur nöthig, zu untersuchen, was in einem Dreieck bekannt oder gegeben, und was das Gesuchte sey. Was man weiter zu thun habe, enthält die jedem Fall beigefügte Auflösung sehr deutlich. Caille ist der Verfasser derselben.

Die sphärische Trigonometrie wird denen, die geographische und astronomische Rechnungen zu machen haben, eine unentbehrliche Wissenschaft seyn; jedoch beschränken sich die Meisten darauf, eine Fertigkeit im Gebrauch der Tafel XIII. zu erlangen, mit der sie auch ziemlich ausreichen.

X. Von den Kegelschnitten.

§. 274. Zu den krummen Linien, welche ihren Ursprung aus dem senkrechten Kegel haben, gehören: Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel. Die Lehre vom Kreis rechnet man mit zur Geometrie; die aber von der Parabel, Ellipse und Hyperbel gehört zur höhern Geometrie, von welcher wir die vorzüglichsten Lehren anführen wollen.

Der Kreis entsteht, wenn eine schneidende Ebene einen Kegel so durchdringt, daß die Durchschnittsfigur mit der Grundfläche parallel wird.

§. 275. Wird ein senkrechter Kegel ABC Fig. 46. so durchschnitten, daß die Durchschnittsfigur mit der Seite