Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 344 die Hyperbel;

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

Linien.	Formeln.	Werth in Zahlen.
OB = — —	$= a + \left(\frac{\frac{1}{4}a^2}{u} - \frac{1}{2}a\right)$	239,84
VX = Absciſſe auf dem Diameter	gegeben	22,5
XM — —	MV — VX	139,22
GX = WX Ordinate a. d. Diameter	$= \sqrt{\left(\frac{MX.XV.NC^2}{MC^2}\right)}$	58,46
Fh Perp. auf die Tangente aus d. Brennpunct	$= \frac{dM . OF}{Od}$ . . .	57,7
OF — —	= OP + PF . .	109,24
Od — — oder	= OP + Pd = OC — dC . .	139,89
fH Perpendikel a. d. Tangente	$= \frac{dM . Of}{Od}$ . . .	102, 75
Of — —	= OC + Cf . . .	194,44
Fläche der Ellipſe	$= \frac{a.c.3,1415....}{4} =$	21786,8 □Maaß
Inhalt der Ellipſoide	$= \frac{a.c^2.3,1415....}{6} =$	2185445 Kubik-Maaß

Von der Hyperbel.

§. 344 Wenn zwei Kegel ECD und RCS Fig. 66. mit den Spitzen gegen einander ſtehen, und eine ſchneidende Ebene VABQ durch beide Kegel dringt, ſo entſtehen auf den Oberflächen der Kegel zwei krumme Linien UMAN und ZBQ, welche Hyperbel heißen. In A und B ſind die Scheitel derſelben; QB und BZ ſind die Arme der Hyperbel im obern, und OA und AN im untern Kegel. Die Figur im obern Kegel iſt ſtets der im untern gleich, der Schnitt mag liegen, wie er will, wenn er nur beide Kegel trifft.

Der Abstand der Scheitel von einander, also die Linie AB heißt die große Axe oder Zwergaxe, die verlängert beide Hyperbeln in gleiche Hälften theilt.

Eine mit der Grundfläche parallel gelegte Ebene HG durchdringt nun auch die Axe AV in P und die ganze Hyperbel, und bildet einen Kreis, der hier zur Hälfte GMH zu sehen ist. Die MP ist auf der Axe AV und auf dem Diameter GH in P senkrecht, mißt den Abstand des Puncts M von der Axe in P, und heißt Ordinate. Der Abstand vom Scheitel, die AP, heißt Abscisse und wird durch x, so wie die Ordinate mit y bezeichnet, weil beide veränderliche Größen sind, und von der Lage der GH abhängen.

Die Gleichung für die Ordinate PM = y finden wir folgendermaßen.

Man lege da, wo die schneidende Ebene in die Kegel dringt, die parallelen Ebenen BL, und AF durch die Kegel, dann ist $\triangle$ BFA ähnlich dem $\triangle$ BGP; und $\triangle$ BAL ähnlich dem $\triangle$ APH, daher

$$BA : AF = BP : PG, \text{ und } PG = \frac{AF.BP}{BA}$$

$$AB : BL = AP : PH, \text{ und } PH = \frac{BL.AP}{AB}$$

$$GP : PM = PM : PH, \text{ und } PM^2 = GP.PH.$$

Setzt man nun für GP und PH die eben gefundenen Werthe, so wird $PM^2 = y^2 = \frac{AF.BP}{BA} \cdot \frac{BL.AP}{AB}$.

In einer und derselben Hyperbel sind beständige Größen AB = a, AF und BL, und bringt man sie zusammen, so ist $\frac{BL.AF}{AB} \cdot \frac{AP.BP}{AB} = y^2 = PM^2$. Die Größe $\frac{BL.AF}{AB}$ heißt Parameter = b; da nun AP = x; BP = a + x; AB = a, so wird die Gleichung für die Ordinate der Hyperbel:

$$y^2 = b.\left(\frac{a+x}{a}\right)x = \frac{bax}{a} + \frac{bx^2}{a} = bx + \frac{bx^2}{a},$$

folg-