Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 379 die Conchoide, ihre Zeichnung und Berechnung;

scissen fangen in A an, und sind Am = 10; Av = 20, AG = 30 rc. = x, wozu die Ordinaten mn, vg, GH rc. = y berechnet, und rechtwinklicht auf ihre Abscissen getragen worden.

Wenn Am = x =	10,	so ist	mn =	y =	3,33
Av = x =	20	—	vg =	y =	10
	30	—	=	=	19,64
	40	—	=	=	32,66
	50	—	=	=	50
	60	—	=	=	73,5
	70	—	=	=	106,9
	80	—	=	=	160
	90	—	=	=	270
	100	—	BR	=	unendlich.

Jenseits der Linie Rr ist also nichts von der Cissoide, deren Erfinder Diokles ist. Alle Cissoiden sind einander ähnlich. Wenn man daher die Ordinaten für eine solche Figur berechnet hat, so gelten sie für alle besondere Fälle, und man hat nur nöthig, den Diameter a in 100 Theile zu theilen, und die Ordinaten in solchem Maaße rechtwinklicht aufgetragen.

§. 379. Die Conchoide oder Muschellinie entsteht so:

Auf der geraden Linie AB Fig. 75. errichte das Perpendikel CD, nimm C willkührlich, und mache EF = ED. Aus C, dem Pol dieser Linie, ziehe willkührliche gerade Linien, Cc, Cf, Cg, CM, welche alle die Linie AB durchschneiden. Nimm die Weite ED = EF, und trage sie auf jede der aus C gezogenen Linien, so, daß de = dc, hm = hf, on = og, pB = BM, jede = ED = EF wird. Die zusammengezogenen Endpuncte D, c, f, g, M geben die obere Hälfte, und die Puncte F, e, m, n, p die untere Hälfte der Muschellinie. Durch die Linie CD wird sie in zwei gleiche Hälften getheilt.

Aus der Construction dieser Linie ersieht man, daß die Arme DG und FJ die Linie AB nur dann erreichen werden, wenn die aus C gezogenen Linien mit den Theilen pM ganz in AB fallen, welches eigentlich nie geschehen kann. AB heißt daher die Asymptote, der sich die Arme ewig nähern, ohne sie je zu erreichen.

§. 380. Zur Berechnung gehört, daß CE = b, und ED = EF = a bekannt sind: EP ist dann eine Abscisse = x, und PM eine dazu gehörige Ordinate = y. In der auf Null gebrachten Gleichung erscheint x in der 4ten Potenz

$$x^4 + 2bx^3 + (y^2 + b^2 - a^2)\,x^2 - 2a^2bx - a^2b^2 = 0.$$

Um aber die Ordinaten, z. B. PM = y zu finden, ist folgendes Formular sehr bequem:

$$y = \frac{b + x \,.\, \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x} = PM$$

und für die y in der untern Hälfte der Conchoide, die x von E an, ist

$$y = \frac{b - x \,.\, \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x} = HM$$

Ist x = 0, so wird y unendlich und fällt auf AB; ist x = a, so wird y = 0; für negative x bekommt man positive Werthe von y, woraus sich ergiebt, daß unterhalb AB noch eine Muschellinie JFJ statt findet.

In Fig. 75. ist CE = b = 75; FE oder ED = a = 50, und die x von E aus nach D positiv, und von E nach F zu negativ genommen.

Wenn + x =	10,	so ist y =	416,41
	15	— —	= 286,17
	20	— —	= 217,67
	25	— —	= 173,20
	30	— —	= 140.
	33	— —	= 122,93
	36	— —	= 106,98
	39	— —	= 91,46
	42	— —	= 75,57
	45	— —	= 58,12
	47	— —	= 44,28
	48	— —	= 35,87
	49	— —	= 25,18
	50	— —	= 0.

Trägt man diese Werthe von y und die zugehörigen x auf ED und zieht die Endpuncte zusammen, so erhält man