Der Rathgeber bei mathematischen Beschäftigungen

Stöpel, August

Stendal, 1819

§. 382-383 Zeichnung und Berechnung derselben;

urn:nbn:de:hbz:466:1-63556

die Muschellinie. Nikomedes, welcher 150 Jahre vor Christo lebte, erfand diese Linie, um mit Hülfe derselben die berühmte Aufgabe, den Würfel zu verdoppeln, zu lösen.

§. 381. Die Schnecken- oder Spirallinie des Archimedes entsteht so:

Der Punct C im Kreise Fig. 76. bewege sich gleichförmig auf dem Halbmesser CA nach der Peripherie, während CA selbst sich gleichförmig um den Mittelpunct C bewegt, so daß der bewegte Punct z. B. in M ist, wenn der Halbmesser in der Lage CP liegt. Dann gilt

$$CM : CA = \angle ACP : 360^\circ \ (= p).$$

Nennt man nun $CM = y$, und $AP = x$; $CA = r$; die Peripherie $= p$, so ist obige Proportion

$$y : r = x : p; \text{ und } y = \frac{r \cdot x}{p},$$

welches die Gleichung für die Spirallinie ist.

Die Abscissen werden demnach auf der Peripherie und die Ordinaten vom Mittelpunct an genommen. Wenn $x = 0$, so ist $y = 0$ und M noch in C; so lange x kleiner, als die Peripherie p, so lange bleibt M innerhalb des Kreises und beschreibt die Spirallinie MNA; ist $x = p$, so ist $y = r$ und M in A, und man sagt: der beschreibende Punct M hat den ersten Gang gemacht; wird x größer, als p, so wird y größer, als r. und M beschreibt die krumme Linie außerhalb des Kreises. Ist nun CA zum zweitenmale in der Lage CP, so ist der Winkel $= p + x$, und

$$p : p + x = r : CM'; \text{ und } CM' = \frac{(p+x) \cdot r}{p}.$$

§. 382. Alle Schneckenlinien dieser Art sind einander ähnlich, und daher nach folgender Berechnung allemal zu zeichnen. Der Radius $r = CA = 50$; die Peripherie $= 360^\circ$ und die x von 10 zu 10° genommen, wozu die y oder der jedesmalige Abstand CM berechnet ist.

Wenn x = 10°, so ist y = 1,38

20	— —	=	2,77
30	— —	=	4,16
40	— —	=	5,55
50	— —	=	6,94
60	— —	=	8,33
70	— —	=	9,72
80	— —	=	11,11
90	— —	=	12,50
100	— —	=	13,88
110	— —	=	15,28
120	— —	=	16,67
130	— —	=	18,05
140	— —	=	19,44
150	— —	=	20,83
160	— —	=	22,22
170	— —	=	23,61
180	— —	=	25
190	— —	=	26,39
200	— —	=	27,78
210	— —	=	29,17
220	— —	=	30,55
230	— —	=	31,95
240	— —	=	33,33
250	— —	=	34,72
260	— —	=	36,11
270	— —	=	37,78
280	— —	=	38,89
290	— —	=	40,28
300	— —	=	41,67
310	— —	=	43,05
320	— —	=	44,44
330	— —	=	45,83
340	— —	=	47,22
350	— —	=	48,61
360	— —	=	50
370	— —	=	51,39
380	— —	=	52,77
390	— —	=	54,17
400	— —	=	55,55.

Die Fläche, welche die Spirallinie einschließt, findet man

durch

durch $\frac{rx^3}{6p^2}$ = einem unbestimmten Raum derselben, je nachdem x einen größern oder kleinern Bogen bedeutet. Wenn x = p wird, so ist dieser Raum $\frac{rp}{6}$ oder = $\frac{1}{3}$ von der Kreisfläche, darin die Spirale beschrieben werden.

§. 383. Mechanisch erhält man eine Art Spirallinie, indem man um eine runde Scheibe einen Faden, dessen Länge dem Umfange der Scheibe gleicht, legt, den einen Endpunct an der Scheibe bevestigt, und den straff angezogenen Faden um die Scheibe bewegt, oder abwikkelt. Der zweite Endpunct des Fadens beschreibt dann die Spirallinie.

Der Umfang derjenigen Scheibe, von der sich oben berechnete Schneckenlinie mit einem Faden beschreiben läßt, muß gleich r seyn, folglich ist $\frac{50}{3,14}$ = 15,9 der Diameter, und 7,96 der Radius der erwähnten Scheibe.

§. 384. Cykloide oder Radlinie. Sie entsteht, wenn sich ein Punct A Fig. 77. in einem beweglichen um C beschriebenen Kreise durch's Fortrollen desselben auf der Ebene AM, durch N, F, P rc. bewegt. Die krumme Linie ANFPZ heißt deshalb Radlinie, weil ein Radnagel A im Rade C beim Fortrollen dieselbe in der Luft beschreibt. Die Linie AM heißt Grundlinie, der Kreis um C, der beschreibende Kreis; der Punct A der beschreibende Punct.

Der beschreibende Punct A berührt die Ebene AB zum zweiten Male, wenn alle Theile der Peripherie sie berührt haben, folglich ist die Linie AZ der ganzen Peripherie, und AD, wenn der Punct A sich in F befindet, der halben Peripherie gleich.

Der zurückgelegte Weg des Rades heiße u, die Peripherie = 2rp, so verhält sich

$$u : 2rp = \angle ACG \ (= NCE) : 360$$

Steht nun z. B. das Rad in E, so ist der Punct A in N, und G in E, folglich u = AG = AE.